Ioan CADAR
Tudor CLIPII
Agneta TUDOR

BETON ARMAT

Ediția a 2-a

Prof.dr.ing. Ioan CADAR
Prof.dr.ing. Tudor CLIPII
Conf.dr.ing. Agneta TUDOR

Universitatea "Politehnica" din Timişoara
Facultatea de Construcţii şi Arhitectură
Departamentul de Construcţii Civile, Industriale şi Agricole
E-mail: tclipii@ceft.utt.ro, atudor@ceft.utt.ro

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României

CADAR, IOAN
Beton armat / Ioan Cadar, Tudor Clipii, Agneta Tudor. -
Ed. a 2-a, rev. - Timişoara : Orizonturi Universitare, 2004
Bibliogr.
ISBN 973-638-176-5

I. Clipii, Tudor
II. Tudor, Agneta

624.012.45(075.8)
666.982.2(075.8)

Ioan CADAR
Tudor CLIPII
Agneta TUDOR

BETON ARMAT

Ediţia a 2-a

EDITURA ORIZONTURI UNIVERSITARE
TIMIŞOARA

Autorii îşi exprimă recunoştinţa prof.dr.ing. Ovidiu Mârşu, referentul ştiinţific al cărţii, pentru deosebita atenţie acordată la recenzarea lucrării.

Autorii mulţumesc societăţilor comerciale, care prin sprijinul economic, acordat cu generozitate, au făcut posibilă finalizarea lucrării.

SPONSOR PRINCIPAL

SC HOLCIM (ROMÂNIA) SA Bucureşti	dir. gen. Markus Wirth cons. tehnic ing. Alina Cristea

SPONSORI

SC CONSTRUCTA SRL Timişoara	dir. ing. Marin Ghiţescu
SC GENERAL BETON ROMÂNIA SRL Timişoara	dir. gen. Claudio Coero Borga dir. ing. Teodor Giurgiuţ
SC EUROPRODUCTS ROMÂNIA SRL	dir. gen. Franco Mauro
SC PALUNI SRL Timişoara	dir. ing. Lucian Panait
SC VIDALIS IMPEX SRL Zalău	dir. gen. Veronica Stanca dir. Nicolae Stanca
SC SILCOTUB ZALĂU SA Zalău	dir. gen. ing. Gheorghe Terheş
SC CASIAL SA Deva	dir. gen. ing. Mircea Bobora dir. ing. Dan Stoian
SC YCY CONSTRUCT SRL Timişoara	dir. ing. Silviu Sânjoanu
SC TRIPEXPERT SRL Deva	dir. dr. ing. Eusebiu Tripa
SC VINOREC SRL Recaş, Timiş	dir. gen. ing. Marius Sfetcu
SC RSG SA Timişoara	dir. gen. ing. Victor Gozob

Referent ştiinţific
Prof.dr.ing. Ovidiu MÂRŞU - Universitatea "Politehnica" din Timişoara

Consilier editorial
Prof.dr.ing. Ştefan KILYENI

Tehnoredactare computerizată
Tudor CLIPII, Agneta TUDOR

Pregătire pentru tipar
Valentina ŞTEF

Coperta
Dan NIŢU

Imaginile redând aspecte ale unor construcţii din beton armat au fost preluate de pe INTERNET

© 2004 Editura ORIZONTURI UNIVERSITARE

Timişoara

PREFAŢĂ

Lucrarea de faţă tratează teoria fundamentală a proiectării elementelor din beton armat.

Primele patru capitole se referă la aspecte legate de structura, proprietăţile de rezistenţă şi deformaţie ale betonului, tipurile de armături utilizate la armarea elementelor, precum şi la comportarea elementelor din beton armat. În capitolul 5 se prezintă în detaliu principiile care stau la baza metodei de calcul la stările limită, în prezent metoda oficială de calcul în România. Urmează tratarea calculului la stările limită ultime la acţiunea combinată a forţei axiale şi a momentului încovoietor, la acţiunea forţei tăietoare şi a torsiunii. În continuare, se expun verificările la stările limită ale exploatării normale, fisurare şi deformaţii; de asemenea, sunt date prevederi privind alcătuirea elementelor din beton armat.

Într-un capitol separat se abordează procedeul modelului de bare, ce permite proiectarea elementelor de beton în cazul când teoria lui Bernoulli, a secţiunilor plane, nu poate fi acceptată.

Deoarece acţiunea de racordare a prescripţiilor tehnice naţionale la normele europene de calcul a betonului armat este în desfăşurare, în partea finală a lucrării sunt expuse prevederile de calcul ale codului european EC2 privind proiectarea structurilor din beton.

Pe parcursul lucrării, părţile teoretice sunt însoţite de exemple de calcul, iar în anexe sunt date tabele şi nomograme necesare proiectării curente a elementelor din beton armat.

La elaborarea lucrării s-a folosit o bibliografie adusă la zi, cuprinzând 141 titluri de referinţă în domeniu.

Faţă de ediţia anterioară, nu au mai fost tratate aspectele legate de vechile norme de calcul, cele referitoare la calculul elementelor din beton simplu, precum şi aspecte ale proiectării economice.

S-a acordat un spaţiu mai larg problemelor de durabilitate, calitate şi omogenitate, acestea tratându-se prin prisma Codurilor de execuţie a elementelor din beton armat NE012, NE013 şi a Specificaţie tehnice ST009 referitoare la armături. S-au introdus noile notaţii folosite la definirea claselor de beton, notaţii care coincid cu cele din EC2. Aplicaţiile numerice au fost completate cu noi exemple, printre acestea amintindu-se cel referitor la calculul şi alcătuirea unui cadru rezistent la acţiuni seismice.

Capitolul care tratează normele europene EC2 a fost refăcut complet, fiind bazat pe versiunea 2003 a acestor prevederi de calcul. De asemenea, trebuie subliniat faptul că au fost introduse instrumente practice de calcul, elaborate de autori sau preluate din bibliografie, precum şi numeroase exemple de calcul.

Prin conţinut şi modul de abordare a subiectelor, cartea se adresează atât studenţilor constructori, cât şi inginerilor din proiectare şi execuţie.

Autorii lucrării sunt cadre didactice ale Facultăţii de construcţii şi arhitectură a Universităţii "Politehnica" din Timişoara, continuatori ai tradiţiei şcolii de beton, creată de eminentul prof. emerit Constantin Avram, cu o bogată activitate ştiinţifică şi didactică.

Prima ediţie a acestei lucrări a fost primită deosebit de bine, s-a bucurat de o largă apreciere şi a obţinut Premiul "Anghel Saligny" al Academiei Române pentru anul 1999.

Timişoara, octombrie 2004

Prof.dr.ing. Ovidiu Mârşu

CUPRINS

PREFAŢĂ v
CUPRINS vii
NOTAŢII PRINCIPALE xv

1. INTRODUCERE 1
1.1. Betonul simplu, betonul armat şi betonul precomprimat 1
1.2. Aspecte legate de utilizarea betonului 4
1.3. Scurt istoric 5

2. BETONUL 9
2.1. Structura betonului 9
2.2. Rezistenţele betonului 12
2.2.1. Ruperea betonului 12
2.2.1.1. Ruperea betonului la compresiune monoaxială. 12
2.2.1.2. Ruperea betonului la întindere axială 15
2.2.1.3. Ruperea betonului la forfecare 16
2.2.1.4. Ruperea betonului la torsiune 17
2.2.1.5. Ruperea betonului la solicitări bi- şi triaxiale 19
2.2.1.6. Ruperea betonului la oboseală 22
2.2.2. Încercări curente pentru determinarea rezistenţelor 23
2.2.2.1. Determinarea rezistenţei la compresiune 24
2.2.2.2. Determinarea rezistenţei la întindere. 27
2.2.3. Factorii care influenţează rezistenţele betonului. 29
2.3. Deformaţiile betonului 33
2.3.1. Natura deformaţiilor betonului 33
2.3.2. Contracţia betonului. 35
2.3.3. Deformaţiile betonului din variaţiile de temperatură 40
2.3.4. Deformaţiile betonului sub încărcări 40
2.3.4.1. Încărcări statice de scurtă durată. Curba caracteristică şi modulii de deformaţie 40
2.3.4.2. Deformaţiile betonului sub încărcări statice de lungă durată. Curgerea lentă 45
2.3.4.3. Deformaţiile betonului sub încărcări repetate 50
2.3.4.4. Deformaţia specifică totală a betonului 51

3. ARMĂTURA. 53
3.1. Rolul armăturii în elementele din beton armat 53
3.2. Proprietăţile oţelului folosit pentru armături 54
3.2.1. Comportarea sub încărcări statice de scurtă durată. 54
3.2.2. Comportare în timp. 56
3.3. Cerinţe şi criterii de performanţă pentru armături 57
3.3.1. Caracteristicile mecanice 57

3.3.2. Aderența.....59
3.3.3. Caracteristicile geometrice.....59
3.3.4. Caracteristicile tehnologice.....60
3.3.5. Caracteristicile privind durabilitatea.....61
3.4. Domeniile de utilizare.....61
3.5. Cerințele privind verificarea calității produselor.....62
3.6. Produse autohtone din oțel pentru armarea betonului.....63
3.6.1. Oțelul beton laminat la cald.....63
3.6.2. Sârma rotundă trefilată.....65
3.6.3. Sârma cu profil periodic.....65
3.6.4. Plasele sudate.....66

4. BETONUL ARMAT.....67
4.1. Conlucrarea dintre beton și armătură.....67
4.1.1. Natura aderenței.....67
4.1.2. Determinarea efortului unitar de aderență.....69
4.1.3. Repartiția eforturilor unitare de aderență.....69
4.1.4. Factorii care influențează aderența.....71
4.2. Stadiile de lucru ale elementelor din beton armat sub acțiunea încărcărilor exterioare.....73
4.2.1. Descrierea stadiilor de lucru.....73
4.2.1.1. Stadiile de lucru ale elementelor cu axa neutră în secțiune.....73
4.2.1.2. Stadiile de lucru ale elementelor cu axa neutră în afara secțiunii.....77
4.2.2. Analiza stării de tensiune în diferitele stadii de lucru.....77
4.2.2.1. Calculul capacității portante la fisurare.....77
Aplicație numerică......80
4.2.2.2. Determinarea eforturilor unitare în stadiul II de exploatare.....80
Determinarea eforturilor unitare normale.....81
a. Elemente cu axa neutră situată în secțiune.....81
Aplicație numerică.....84
b. Elemente cu secțiunea transversală complet fisurată.....85
Aplicație numerică.....85
Determinarea eforturilor unitare tangențiale.....86
Determinarea eforturilor unitare principale.....87
Aplicație numerică.....89
Determinarea eforturilor unitare în armăturile transversale.....90
4.3. Contracția betonului armat.....92
4.4. Curgerea lentă a betonului armat.....93
4.5. Durabilitatea betonului armat.....95
4.5.1. Coroziunea betonului.....97
4.5.2. Reacția alcalii-agregat.....99
4.5.3. Coroziunea armăturii.....99
4.5.4. Efectele înghețului.....100
4.5.5. Efectul focului.....101
4.5.6. Efectele uzurii mecanice.....101
4.5.7. Clasele de expunere ale elementelor din beton armat la acțiunea mediului înconjurător (SREN 206-1: 2002).....102
4.5.8. Stratul de acoperire cu beton.....102

5. METODA STĂRILOR LIMITĂ.....107
5.1. Principiile fundamentale ale metodei de calcul la stări limită.....110
5.2. Caracteristicile de rezistență și de deformație ale materialelor.....112
5.2.1. Variabilitatea rezistențelor materialelor.....112
5.2.2. Betonul.....114
5.2.2.1. Clasa betonului.....114
5.2.2.2. Rezistențele caracteristice ale betonului.....116
5.2.2.3. Rezistențele de calcul ale betonului.....117
5.2.2.4. Alte caracteristici de calcul ale betonului.....118
5.2.3. Oțelul pentru armăturile betonului armat.....120
5.2.3.1. Rezistențele oțelului.....120
5.2.3.2. Alte caracteristici de calcul ale oțelului.....121
5.3. Acțiuni în construcții.....122
5.4. Stările limită ale betonului armat.....125
5.4.1. Stările limită ultime, SLU.....125
5.4.1.1. Starea limită de rezistență.....125
5.4.1.2. Starea limită de stabilitate a formei sau poziției.....126
5.4.1.3. Starea limită de oboseală.....127
5.4.2. Stările limită ale exploatării normale, SLEN.....127
5.4.2.1. Starea limită de deschidere a fisurilor.....127
5.4.2.2. Starea limită de deformație.....128

6. CALCULUL ÎN SECȚIUNI NORMALE.....129
6.1. Starea de deformații.....131
6.2. Interacțiunea eforturilor secționale asociate stării limită de rezistență.....134
6.3. Influența zvelteței elementelor comprimate.....136
6.4. Metoda generală de calcul.....140
6.5. Metoda simplificată de calcul.....144
6.5.1. Situațiile limită de cedare a secțiunii.....145
6.5.2. Cazurile de solicitare la încovoiere cu forță axială.....147
6.5.3. Eforturile unitare în armături.....148
6.5.3.1. Efortul unitar în armătura A_a.....148
6.5.3.2. Efortul unitar în armătura A'_a.....150
6.5.3.3. Efortul unitar în armătura intermediară A_{ai}.....151
6.5.4. Relațiile generale de calcul pentru secțiunile monosimetrice.....151
6.5.4.1. Întinderea excentrică cu excentricitate mică.....152
6.5.4.2. Încovoierea, cazul I de compresiune și întinderea excentrică cu excentricitate mare.....154
6.5.4.3. Cazul II de compresiune.....156
6.6. Calculul elementelor încovoiate cu secțiune de formă uzuală.....157
6.6.1. Elemente cu secțiune dreptunghiulară simplu armată.....157
Aplicații numerice......162
6.6.2. Elemente încovoiate cu secțiune dreptunghiulară dublu armată.....164
Aplicații numerice......168
6.6.3. Elemente încovoiate cu secțiune în formă de T având placa în zona comprimată.....170
6.6.3.1. Lățimea activă a plăcii.....170

6.6.3.2. Secţiunea în formă de T, simplu armată 170
Aplicaţii numerice. 174
6.6.3.3. Secţiunea în formă de T, dublu armată 177
6.7. Calculul elementelor comprimate cu secţiune de formă uzuală 179
6.7.1. Secţiunea dreptunghiulară supusă la compresiune excentrică dreaptă 180
6.7.1.1. Cazul I de compresiune 180
6.7.1.2. Cazul II de compresiune 184
6.7.1.3. Calculul practic al secţiunilor dreptunghiulare, armate simetric, supuse la compresiune 187
Aplicaţii numerice. 188
6.7.2. Secţiunea dreptunghiulară supusă la compresiune excentrică oblică 192
6.7.2.1. Bazele calculului la compresiune excentrică oblică 193
6.7.2.2. Procedeu practic simplificat de calcul 194
Aplicaţii numerice. 198
6.7.3. Secţiunea inelară supusă la compresiune excentrică 201
6.7.3.1. Cazul I de compresiune 202
6.7.3.2. Cazul II de compresiune 203
6.7.3.3. Calculul practic al secţiunilor inelare supuse la compresiune 204
6.7.4. Secţiunea circulară supusă la compresiune excentrică 205
6.7.4.1. Cazul I de compresiune 205
6.7.4.2. Cazul II de compresiune 206
6.7.4.3. Calculul practic al secţiunilor circulare supuse la compresiune 207
Aplicaţie numerică. 208
6.7.4.4. Stâlpii fretaţi 208
6.8. Calculul elementelor întinse cu secţiune de formă dreptunghiulară 210
6.8.1. Întinderea excentrică cu excentricitate mică 210
6.8.1.1. Secţiuni cu armare simetrică 210
6.8.1.2. Secţiuni cu armare nesimetrică 212
6.8.2. Întinderea excentrică cu excentricitate mare 212
6.8.3. Calculul practic al elementelor supuse la întindere cu secţiune dreptunghiulară, armată simetric 213
Aplicaţii numerice. 213

7. CALCULUL ÎN SECŢIUNI ÎNCLINATE 217
7.1. Calculul elementelor încovoiate în secţiuni înclinate 217
7.1.1. Comportarea elementelor încovoiate la acţiunea forţelor tăietoare 217
7.1.2. Calculul în secţiuni înclinate la acţiunea forţei tăietoare 219
7.1.2.1. Procedeul simplificat de calcul al armăturilor transversale 222
Armarea transversală cu etrieri 222
Armarea transversală cu etrieri şi bare înclinate 224
7.1.2.2. Procedeul detaliat de calcul la forţă tăietoare 225
7.1.3. Verificarea în secţiuni înclinate la acţiunea momentului încovoietor 226
Aplicaţii numerice. 227
7.2. Calculul elementelor comprimate excentric la forţă tăietoare 233
7.3. Calculul elementelor întinse excentric la forţă tăietoare 235
7.4. Console scurte 236

7.5. Cazuri speciale de verificare a armăturilor transversale 238
7.5.1. Verificarea etrierilor ca armături de suspendare 238
7.5.2. Verificarea armăturilor transversale cu funcţie de conectori 239
7.6. Calculul la străpungere al plăcilor cu rezemări locale 241

8. CALCULUL LA TORSIUNE 243
8.1. Comportarea la torsiune a elementelor de beton armat 243
8.2. Calculul la torsiune cu încovoiere al elementelor cu secţiune dreptunghiulară 244
8.2.1. Calculul armăturilor sub formă de fretă 245
8.2.2. Calculul armăturii sub formă de etrieri şi bare longitudinale 247
8.3. Calculul elementelor cu secţiune compusă la torsiune cu încovoiere 248
Aplicaţie numerică. 250

9. PROCEDEUL MODELULUI DE BARE. 253
9.1. Principiul procedeului 253
9.2. Tipuri de subdomenii 254
9.3. Împărţirea elementelor în zone de tip B şi D 256
9.4. Modelarea zonelor de tip D 256
9.5. Calculul barelor şi al nodurilor 258
Aplicaţii numerice. 260

10. CALCULUL LA OBOSEALĂ 267
10.1. Comportarea şi ruperea elementelor din beton armat supuse la oboseală 267
10.2. Calculul elementelor din beton armat la starea limită de oboseală 269
10.2.1. Verificarea eforturilor unitare normale în beton şi în armăturile longitudinale 270
10.2.2. Verificarea armăturilor transversale 271
Aplicaţie numerică 274

11. CALCULUL DESCHIDERII FISURILOR 279
11.1. Calculul distanţei dintre fisuri 281
11.2. Calculul deschiderii fisurilor normale 284
11.3. Calculul deschiderii fisurilor înclinate 288
11.4. Controlul fisurării elementelor din beton armat 289
11.4.1. Controlul fisurării prin calcul 289
11.4.2. Controlul simplificat al fisurării 290
Aplicaţii numerice. 290

12. CALCULUL DEFORMAŢIILOR 297
12.1. Necesitatea verificării deformaţiilor 297
12.2. Modulul de rigiditate 298
12.3. Calculul săgeţilor elementelor încovoiate 300
12.4. Criterii pentru controlul deformaţiilor 302
12.4.1. Planşee curente 303
12.4.2. Planşee ale sălilor de spectacole şi gradenelor sportive 304
12.4.3. Alte tipuri de elemente structurale 305
Aplicaţie numerică 305

13. PREVEDERI DE ALCĂTUIRE 309
13.1. Elemente din beton armat în structuri seismice 309
13.1.1. Clase de participare la preluarea acţiunilor seismice. 309
13.1.2. Grupe de stâlpi 311
13.1.3. Poziţiile şi lungimile de calcul ale zonelor potenţial plastice 311
13.2. Grosimea stratului de acoperire cu beton a armăturilor 313
13.3. Ancorarea armăturilor 315
13.3.1. Ancorarea armăturilor longitudinale. 317
13.3.1.1. Ancorarea armăturilor din bare laminate la cald. 317
13.3.1.2. Ancorarea plaselor sudate 319
13.3.2. Ancorarea armăturilor transversale 320
13.4. Înnădirea armăturilor 320
13.4.1. Înnădiri prin suprapunere 321
13.4.1.1. Înnădirea barelor laminate la cald 321
13.4.1.2. Înnădirea plaselor sudate. 322
13.4.2. Înnădiri prin sudură 323
13.5. Predimensionarea elementelor de rezistenţă din beton armat 324
13.5.1. Predimensionarea stâlpilor 324
13.5.2. Predimensionarea grinzilor 325
13.5.3. Predimensionarea plăcilor. 326
13.6. Prevederi suplimentare pentru stâlpi 326
13.6.1.Armăturile longitudinale 326
13.6.2. Armăturile transversale. 330
13.7. Prevederi suplimentare pentru grinzi 333
13.7.1. Armăturile longitudinale de rezistenţă 334
13.7.2. Armăturile longitudinale de montaj 342
13.7.3. Armăturile transversale. 343
13.7.4. Armarea grinzilor solicitate la încovoiere cu torsiune 344
13.7.5. Armarea consolelor scurte 344
13.8. Prevederi pentru nodurile cadrelor. 345
13.9. Prevederi suplimentare pentru plăci. 346
Aplicaţie numerică 353

14. NORMELE EUROPENE EC2 367
14.1. Acţiuni în construcţii 368
14.1.1. Clasificarea acţiunilor 368
14.1.2. Intensităţile caracteristice ale acţiunilor. 369
14.1.3. Intensităţile de calcul ale acţiunilor 369
14.1.4. Combinarea acţiunilor pentru stările limită ultime 370
14.1.5. Combinarea acţiunilor pentru stările limită de serviciu. 370
14.2. Proprietăţile materialelor 371
14.2.1. Betonul 371
1.4.2.1.1. Încărcări de scurtă durată 371
14.2.1.2. Influenţa timpului asupra caracteristicilor mecanice. 373
14.2.1.3. Deformaţiile de durată ale betonului. 373
14.2.2. Armătura pentru betonul armat. 375

14.3. Aspecte ale analizei structurale 376
14.3.1. Imperfecţiunile geometrice 376
14.3.2. Lăţimea efectivă a plăcii secţiunilor T. 378
14.3.3. Deschiderea efectivă a plăcilor şi grinzilor 379
14.3.4. Efectele de ordinul II ale elementelor comprimate 379
14.3.4.1. Influenţa curgerii lente 380
14.3.4.2. Criterii simplificatoare pentru evaluarea efectelor de ordinul II. 381
14.3.4.3. Metoda generală de analiză 383
14.3.4.4. Metoda bazată pe rigiditatea nominală a elementului 384
Aplicaţii numerice 385
14.3.4.5. Metoda bazată pe curbura nominală a elementului. 389
Aplicaţie numerică 390
14.4. Încovoierea cu forţă axială 392
14.4.1. Ipoteze de calcul 392
14.4.2. Evaluarea rezultantei compresiunilor din beton 395
14.4.2.1. Secţiunea dreptunghiulară 395
14.4.2.2. Secţiunea T. 397
14.4.3. Calculul momentului încovoietor capabil al grinzilor 397
Aplicaţii numerice 398
14.4.4. Dimensionarea grinzilor 404
14.4.4.1. Dimensionarea secţiunii dreptunghiulare 406
Aplicaţii numerice. 408
14.4.4.2. Dimensionarea secţiunii T. 410
Aplicaţii numerice. 411
14.4.5. Dimensionarea stâlpilor 414
14.4.5.1. Stâlpi cu secţiune dreptunghiulară 414
Compresiune excentrică dreaptă 414
Aplicaţie numerică. 415
Compresiune excentrică oblică 418
Aplicaţii numerice 419
14.4.5.2. Stâlpi cu secţiune circulară. 423
Aplicaţie numerică 425
14.5. Forţa tăietoare. 426
14.5.1. Principii de calcul 426
14.5.2. Elemente care nu necesită calculul armăturii pentru preluarea forţei tăietoare 428
14.5.3. Elemente care necesită calculul armăturii pentru preluarea forţei tăietoare 430
14.5.3.1. Elemente armate cu armături transversale verticale – etrieri 432
14.5.3.2. Elemente armate cu armături transversale înclinate 432
14.5.3.3. Elemente cu forţe concentrate aplicate aproape de reazem. 433
14.5.3.4. Etapele de calcul la forţă tăietoare 433
14.5.3.5. Forţa de întindere adiţională în armătura longitudinală datorită efectului forţei tăietoare 434
14.5.4. Forfecarea între inimă şi placa grinzilor în formă de T. 435
Aplicaţie numerică 437

GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL BUCUREŞTI

14.6. Torsiunea. 439
14.6.1. Calculul armăturilor pentru preluarea torsiunii. 440
14.6.2. Verificarea capacității portante a elementelor supuse la torsiune și tăiere....443
Aplicație numerică....444
14.7 Străpungerea....447
14.7.1. Generalități....447
14.7.2. Perimetrul de bază de control....447
14.7.3. Analiza stării de eforturi la străpungere....450
14.7.4. Capacitatea portantă la străpungere a plăcilor fără armătură specifică. 453
14.7.5. Capacitatea portantă la străpungere a plăcilor cu armătură specifică....453
Aplicație numerică....455
14.8. Oboseala....459
14.8.1. Combinarea acțiunilor....459
14.8.2. Rezistența materialelor la oboseală....459
14.8.3. Procedura de verificare a armăturilor....460
14.8.4. Procedura de verificare a betonului....463
Aplicație numerică....463
14.8.5. Prevederi suplimentare pentru verificarea la forță tăietoare....466
14.9. Limitarea eforturilor unitare....467
14.10. Starea limită de fisurare....467
14.10.1. Armarea minimă....468
14.10.2. Controlul fisurării fără calcul direct....469
14.10.3. Calculul deschiderii fisurilor....470
Aplicații numerice....472
14.11. Starea limită de deformație....477
14.11.1. Controlul deformațiilor fără calcul....478
14.11.2. Controlul deformațiilor prin calcul....479
14.11.2.1. Modelul de calcul....479
14.11.2.2. Calculul practic al deformațiilor....481
Aplicație numerică....483

BIBLIOGRAFIE 487

ANEXE 493

NOTAȚII PRINCIPALE

CARACTERISTICI GEOMETRICE

- a; a' - distanța de la centrul de greutate al armăturii A_a, respectiv A'_a, la marginea alăturată a secțiunii de beton
- a_e - distanța dintre etrieri
- b - lățimea secțiunii de beton
- b_y - lățimea secțiunii de beton la nivelul y
- b_p - lățimea activă a plăcii
- Δb - lățimea plăcii de o parte a inimii
- b_s, h_s - dimensiunile secțiunii dreptunghiulare, cuprinsă în interiorul armăturii transversale, pentru calculul la torsiune
- c (a_b) - grosimea stratului de acoperire cu beton
- d (ϕ) - diametrul armăturii;
- diametrul secțiunii circulare, inelare
- e_a - excentricitatea adițională
- e_0 - excentricitatea forței axiale longitudinale față de centrul de greutate al secțiunii (M/N)
- e_{0c} - excentricitatea de calcul
- h - înălțimea secțiunii de beton
- h_0 - înălțimea utilă a secțiunii de beton
- h_a - distanța dintre armăturile A_a și A'_a
- i - raza de inerție (girație)
- l_a - lungimea de ancorare
- l_f - lungimea de flambaj
- r - raza secțiunii circulare
- r_a - raza cercului pe care se dispune armătura longitudinală a secțiunilor circulare sau inelare
- r_i, r_e - raza interioară, respectiv exterioară, a secțiunii inelare
- r_s - distanța de la centrul de greutate al secțiunii până la limita sâmburelui central corespunzător marginii inferioare a secțiunii de beton
- s - pasul fretei
- s_i - lungimea proiecției fisurii înclinate, pe axa elementului
- u - perimetrul armăturilor întinse
- x - înălțimea zonei comprimate de beton
- z - distanța dintre rezultanta eforturilor unitare din betonul comprimat și rezultanta eforturilor unitare din armătura întinsă (brațul de pârghie al rezultantelor interioare)

A - aria suprafeței de calcul la compresiune locală
A_a, A'_a - aria secțiunii armăturii longitudinale întinse, respectiv comprimate
A_{tl} - suma ariilor secțiunilor barelor longitudinale pentru preluarea torsiunii
A_{ai} - aria secțiunii barelor înclinate
A_{as} - aria convențională a secțiunii fretei
A_b (A_{bc}) - aria zonei comprimate a secțiunii de beton
A_{bs} - aria secțiunii de beton cuprinsă în interiorul armăturii transversale, pentru calculul la torsiune
A_{bt} - aria zonei întinse de beton, la apariția fisurilor
A_e - aria secțiunii unei bare de etrier
n_e - numărul de brațe ale unui etrier
A_s - aria secțiunii transversale a fretei
I_b - momentul de inerție al secțiunii de beton față de axa centrului de greutate
I_{bc} - momentul de inerție al ariei zonei comprimate de beton în raport cu axa neutră
I_{bi} - momentul de inerție al secțiunii ideale (omogene) de beton față de axa centrului de greutate
S_{bc}, S_{bt} - momentul static al zonei comprimate de beton în raport cu axa neutră, respectiv momentul static al ariei zonei întinse de beton în raport cu axa neutră
W_e - modulul de rezistență al secțiunii în stadiul elastic
W_f - modulul de rezistență la fisurare al secțiunii, considerând zona întinsă integral plastifiată
α - unghiul dintre armătura înclinată și axa elementului
α_f, α_{fi} - deschiderea medie a fisurilor normale, respectiv înclinate față de axa elementului
β - unghiul dintre cele două laturi ale secțiunii longitudinale
λ_f - distanța medie dintre fisuri

EFORTURI UNITARE ŞI SECȚIONALE; REZISTENȚE; ALTE CARACTERISTICI ALE MATERIALELOR

E_a - modulul de elasticitate al armăturii
E_b - modulul de elasticitate longitudinal al betonului
E'_b ($E_{b\varphi}$) - modulul de deformație al betonului
EI, EA - moduli de rigiditate
f, Δf - săgeata totală, respectiv o fracțiune a săgeții totale
G_b - modulul de elasticitate transversal al betonului
N_b - rezultanta eforturilor unitare de compresiune din beton
N_a, N'_a - rezultanta eforturilor unitare din armătura A_a, respectiv A'_a
N_{ae}, N_{ai} - rezultanta eforturilor unitare din barele înclinate, respectiv din etrieri
Q_b - forța tăietoare preluată de betonul comprimat
Q_{eb} - forța tăietoare preluată de etrieri și beton
q_e - capacitatea portantă a etrierilor pe unitatea de lungime

R_a - rezistența de calcul a armăturii betonului armat
R_{ak} - rezistența caracteristică a armăturii
R_a^* - valoarea de bază a rezistenței de calcul a armăturii
R_a^o - rezistența de calcul la oboseală a armăturii
$\overline{R}_b$ - valoarea medie a rezistenței la compresiune pe cuburi
R_{bk} - rezistența caracteristică nominală la compresiune a betonului, valoare minimă garantată cu probabilitatea de 5%
R_c, R_t - rezistența de calcul a betonului la compresiune, respectiv la întindere
R_{ck}, R_{tk} - rezistența caracteristică a betonului la compresiune, respectiv la întindere
R_c^*, R_t^* - valorile de bază ale rezistențelor de calcul ale betonului la compresiune, respectiv la întindere
R_c^o - rezistența de calcul la oboseală a betonului (la compresiune)
$R_{p\,0,2}$ - limita minimă convențională de curgere a oțelului laminat la cald fără palier de curgere și a oțelului trefilat
R_{pr}, R_{bc}, R_i - rezistența la compresiune a betonului, determinată pe prisme, cilindri, respectiv prin încovoiere
R_{td} - rezistența la întindere prin despicare a betonului
R_0 - rezistența la microfisurare a betonului
σ_a, σ'_a - efortul unitar în armătura A_a, respectiv A'_a
σ_{ae}, σ_{ai} - efortul unitar în etrieri, respectiv în armătura înclinată
σ_b - efortul unitar în betonul comprimat
σ_{b1}, σ_{b2} - eforturile unitare principale în beton
$\sigma_{c\,min}$ - limita de curgere naturală pentru oțelul laminat la cald care prezintă palier de curgere
σ_{min}, σ_{max} - efort unitar minim, respectiv maxim
τ_b - efortul unitar tangențial în beton
τ_0 - efortul unitar tangențial în beton la nivel axei neutre
ε_a, ε_{am} - deformația specifică a armăturii, respectiv valoarea medie a acesteia
ε_{ap} - valoarea de calcul a deformației specifice de curgere a armăturii (R_a/E_a)
ε_{au} - deformația specifică ultimă a armăturii
ε_b - deformația specifică a betonului
ε_{bu}, ε_{tu} - deformația specifică ultimă a betonului la compresiune, respectiv la întindere
ε_{bd} - deformația specifică de durată a betonului
ε_{b0} - fracțiunea inițială a deformației specifice a betonului
ε_{bt} - deformația specifică totală a betonului
ε_c - deformația specifică din contracția betonului
ε_{ca} - deformația specifică din contracția betonului armat
ε_{cl} - deformația specifică din curgerea lentă a betonului
ε_{cla} - deformația specifică din curgerea lentă a betonului armat
$\overline{\varepsilon}_c$ - valoarea maximă de calcul a deformației specifice datorită contracției
ε_e, ε_p, ε_v - deformația specifică elastică, plastică și vâscoasă

SOLICITĂRI

N	- forţa axială de calcul (la starea limită de rezistenţă)
n	- valoarea relativă a forţei axiale
M	- momentul încovoietor de calcul (la starea limită de rezistenţă)
M_{ld}	- momentul încovoietor de lungă durată
m	- valoarea relativă a momentului încovoietor
M_*	- valoarea corectată a momentului încovoietor
M_t	- momentul de torsiune de calcul (la starea limită de rezistenţă)
Q	- forţa tăietoare de calcul (la starea limită de rezistenţă)
$\overline{Q}$	- gradul de solicitare la tăiere
N^E	- forţa axială de exploatare
M^E	- momentul încovoietor de exploatare
Q^E	- forţa tăietoare de exploatare
N_{cr}	- forţa critică convenţională
N_{cap}, M_{cap}	- capacităţi portante ale secţiunii la starea limită de rezistenţă

COEFICIENŢI

m, γ, n	- coeficienţii parţiali de siguranţă care intervin în stabilirea valorilor de calcul ale rezistenţelor betonului şi armăturii, respectiv ale încărcărilor
n_e	- coeficientul de echivalenţă al armăturii
p, p_e	- procentul de armare al armăturii longitudinale, respectiv al etrierilor
ν	- raportul dintre solicitarea produsă de fracţiunea de lungă durată a încărcării şi solicitarea totală
μ, α	- coeficientul geometric de armare, respectiv cel mecanic de armare
ψ, ψ_i	- indicele de conlucrare a betonului întins cu armătura longitudinală întinsă, respectiv cu armătura transversală
η	- coeficient de influenţă al flexibilităţii (deformaţii de ordinul II)
ρ	- coeficient de asimetrie
ξ	- valoarea relativă a înălţimii zonei comprimate, x
ζ	- valoarea relativă a braţului de pârghie z a rezultantelor interioare

ZE GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL

1 INTRODUCERE

1.1. BETONUL SIMPLU, BETONUL ARMAT ŞI BETONUL PRECOMPRIMAT

Betonul este un material de construcţie mixt, obţinut din agregate, ciment şi apă, amestecate în anumite proporţii; pentru a îmbunătăţi proprietăţile betonului, se adaugă aditivi şi uneori adaosuri. După hidratare şi hidroliză, cimentul se întăreşte, înglobând agregatele.

Utilizarea intensivă a betonului în construcţii se datorează calităţilor sale, cum ar fi uşurinţa de fabricare şi de punere în operă, posibilitatea de a realiza orice formă, durabilitatea bună în condiţii normale de exploatare. Preţul de cost este destul de redus, deoarece agregatele, care reprezintă componenta preponderentă în beton, sunt în general materiale locale, ieftine.

Betonul este caracterizat de rezistenţa relativ mare la compresiune şi rezistenţa mică la întindere; în funcţie de calitatea betonului, raportul dintre aceste rezistenţe (R_c la compresiune şi R_t la întindere) este cuprins între limitele:

$$R_c/R_t = 10...20$$

Capacitatea de deformare a betonului este limitată, betonul fiind un material casant; deformaţiile specifice la care se produce ruperea (deformaţiile ultime) au valori mici: la compresiune $\varepsilon_{bu} = 2...3{,}5‰$ (mm/m), iar la întindere $\varepsilon_{tu} = 0{,}1...0{,}15‰$ (mm/m).

Datorită acestor proprietăţi, *betonul simplu* poate fi utilizat raţional în structurile în care este supus la compresiune, cum ar fi fundaţiile masive, îmbrăcăminţi rutiere, unele construcţii hidrotehnice. În figura 1.1a se prezintă cedarea unui element încovoiat din beton simplu, produsă prin despicarea lui imediat după apariţia primei fisuri în zona întinsă.

Comportarea betonului se poate îmbunătăți substanțial, dacă în zonele întinse ale elementelor de rezistență se dispun bare din oțel denumite *armături*, obținând astfel *betonul armat*, material compozit cu proprietăți specifice.

După fisurarea betonului, armătura preia în cea mai mare parte eforturile de întindere (fig. 1.1b) iar betonul, eforturile de compresiune. În multe cazuri, armătura se dispune și în zonele comprimate. În felul acesta, elementele de beton armat pot prelua orice tip de solicitare: încovoiere, întindere sau compresiune, torsiune etc.

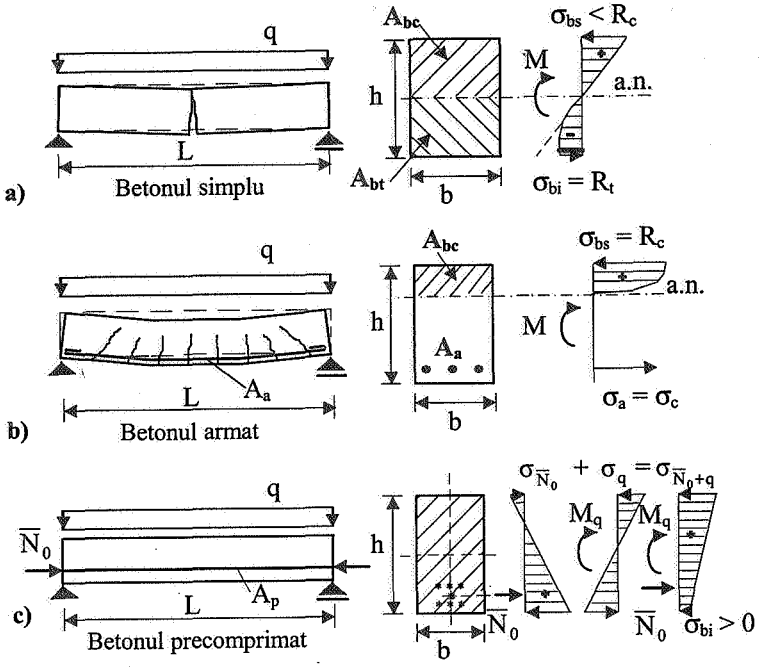


Fig. 1.1. Comportarea elementelor încovoiate din beton simplu, beton armat și beton precomprimat

Conlucrarea celor două materiale cu proprietăți de rezistență și de deformare diferite este posibilă datorită următoarelor aspecte:

- aderența, adică legătura care ia naștere între beton și armătură în timpul întăririi betonului, se menține în mod curent până la ruperea elementului, asigurând caracterul monolit al elementelor din beton armat;
- coeficienții de dilatare termică au valori aproximativ egale pentru beton și pentru oțel;
- oțelul armăturilor se conservă bine în mediul bazic format după hidratarea și hidroliza cimentului; dacă inevitabilele fisuri din zonele întinse ale elementelor nu au deschideri prea mari, un strat de acoperire de câțiva centimetri cu beton asigură suficientă protecție armăturii.

Datorită aderenței, în armătură și în fibrele alăturate de beton deformațiile specifice sunt egale până la fisurarea betonului, deci $\varepsilon_a = \varepsilon_t$. După ce în betonul întins se atinge deformația

specifică maximă la întindere, în secțiunea cea mai solicitată apare o fisură; armătura lunecă puțin pe această porțiune și preia tot efortul de întindere. Admițând pentru beton deformația specifică maximă la întindere $\varepsilon_{tu} = 0{,}1‰$, efortul unitar în armătură în momentul fisurării betonului întins are valoarea:

$$\sigma_a = \varepsilon_a E_a = (0{,}1/1000)\cdot 210000 = 21\text{N}/\text{mm}^2 \cong 8...10\% \text{ din limita de curgere } \sigma_c$$

Pentru ca oțelul să fie folosit eficient, eforturile unitare de întindere produse de încărcările de exploatare trebuie să fie suficient de mari, aproximativ $(0{,}5...0{,}7)\sigma_c$. Evident, valoarea corespunzătoare a deformației specifice a betonului depășește ε_{tu}.

De aici rezultă una din caracteristicile principale ale betonului armat, aceea de a lucra cu zona întinsă fisurată sub efectul încărcărilor de exploatare. În practica de proiectare se iau măsuri pentru a limita deschiderea fisurilor la valori acceptabile din punctul de vedere al durabilității elementului.

Secțiunea activă luată în considerare este formată din betonul comprimat și din armătura de rezistență întinsă (fig. 1.1b), betonul întins dintre fisuri fiind neglijat în calcule în mod curent.

Caracterul ruperii elementelor din beton armat este influențat în principal de procentul de armare (cantitatea de armătură raportată la secțiunea de beton) și de modul de solicitare. În general, pentru procente relativ mici de armare, armătura întinsă ajunge la curgere și ruperea se produce lent, cu deformații semnificative, fiind o rupere ductilă.

Betonul precomprimat reprezintă o variantă superioară a betonului armat, caracterizat de evitarea fisurării zonei întinse sub efectul încărcărilor de exploatare.

În acest scop, în beton se introduce o deformație de compresiune cu caracter permanent înainte de aplicarea încărcărilor (precomprimare), de regulă cu ajutorul unor armături pretensionate de mare rezistență; starea permanentă de compresiune este menținută prin intermediul aderenței sau prin ancoraje speciale. Din cauza solicitării puternice atât a betonului, cât și a oțelului, este necesară utilizarea materialelor cu rezistențe ridicate.

Alegerea traseului și a poziției în secțiune a armăturii pretensionate se face în funcție de starea de eforturi dată de încărcări, astfel încât prin suprapunerea celor două efecte, secțiunea de beton să fie comprimată în întregime (elemente din beton cu precomprimare totală, figura 1.1c). În condiții de exploatare care nu necesită impermeabilitatea elementelor, se admite ca sub efectul unei părți a încărcărilor să apară și eforturi unitare normale de întindere, rezultând betonul parțial precomprimat.

Ruperea elementelor din beton precomprimat se produce casant, cu deformații mici, în principal din cauza armăturilor pretensionate solicitate puternic, realizate din oțel dur fără palier de curgere.

Betonul armat se poate asocia în elementele de rezistență cu oțelul (sub formă de profil rigid sau tablă cutată) sau cu betonul precomprimat [65]. În ambele situații, alcătuirea este astfel concepută, încât oțelul sau betonul precomprimat să preia preponderent eforturile de întindere, iar betonul armat eforturile de compresiune, utilizând astfel rațional comportarea materialelor.

În funcție de modul de realizare a conlucrării părților componente, se obțin:

- elemente din beton armat cu armătură rigidă, cu profile metalice înglobate (fig. 1.2);
- elemente compuse oțel – beton sau beton precomprimat – beton armat, la care conlucrarea este asigurată în principal de conectori (fig. 1.3a,b).

Elementele compuse oțel – beton au o stabilitate mare la degradare sub acțiuni ciclice. Datorită acestui avantaj, elementele compuse oțel – beton și betonul armat cu armătură rigidă

sunt frecvent utilizate pentru realizarea structurilor de rezistență a clădirilor foarte înalte din America, Japonia și vestul Europei și mai nou și din țara noastră [128].

Elementele compuse beton precomprimat – beton armat se utilizează în special la realizarea suprastructurii podurilor.

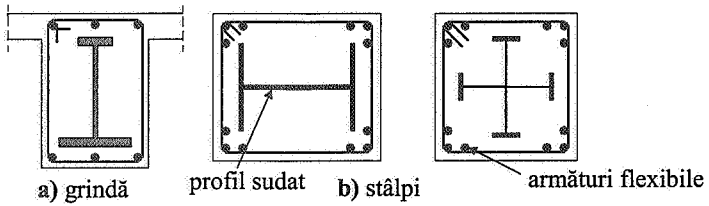


Fig. 1.2. Elemente din beton cu armătură rigidă

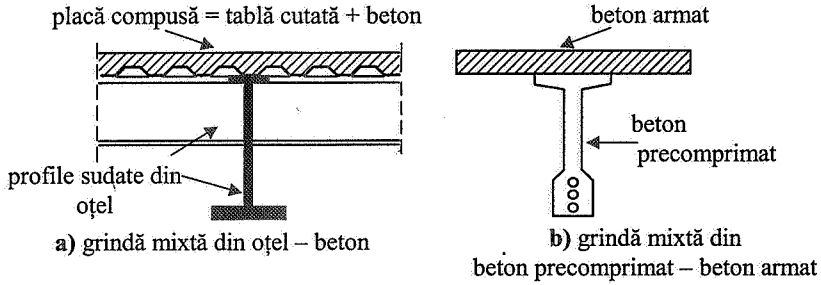


Fig. 1.3. Elemente compuse

1.2. ASPECTE LEGATE DE UTILIZAREA BETONULUI

Betonul, sub oricare din formele amintite anterior, este un material de construcție actual omniprezent, folosindu-se în cele mai diferite domenii: căi de comunicații (drumuri, autostrăzi, piste de aeroport, poduri, viaducte, canale, tuneluri); clădiri civile (clădiri de locuit, social – culturale, administrative, comerciale, sportive); construcții industriale și agricole; construcții speciale înalte (coșuri de fum, castele de apă, turnuri de răcire, turnuri de telecomunicații); construcții hidrotehnice ca baraje, lucrări portuare și de navigație, platforme marine.

Alegerea materialului de construcție constituie un factor hotărâtor pentru calitatea construcțiilor și se face pe baza unui studiu al criteriilor tehnico–economice, de durabilitate, de confort, estetice etc. În cazul betonului, principalele calități și neajunsuri sunt amintite în tabelul 1.1.

Trebuie remarcat că dezavantajele prezentate în tabelul 1.1 pot fi în mare parte eliminate prin realizarea unor betoane de înaltă rezistență, impermeabilizarea betonului prin compoziție sau prin măsuri constructive, folosirea precomprimării și a prefabricării, utilizarea agregatelor ușoare, a cimenturilor speciale, a aditivilor cu diverse proprietăți, armarea betonului cu fibre [50], [66], [108].

Realizarea unui volum mare de construcții din beton ridică însă probleme în legătură cu necesitatea proiectării și executării betonului astfel încât să fie durabil, să nu producă materiale poluante în procesul de fabricație, să fie estetic, să nu conțină materiale nocive, să fie un material armonizat cu mediul înconjurător.

Actual, cercetările sunt orientate spre găsirea unor surse alternative de agregate, crearea unor tipuri noi de betoane utilizând polimeri, armarea dispersă cu fibre din diferite materiale; de asemenea, se încearcă reducerea energiei înglobate în ciment, prin mărirea eficienței cuptoarelor de clincherizare, prin folosirea reziduurilor ca și carburanți etc.

Tabelul 1.1. Criterii privind utilizarea betonului

Avantaje	Neajunsuri
• *investiția de realizare* a structurii este mai scăzută decât în cazul unei construcții metalice • *durabilitatea* este corespunzătoare în aer și în apă, în lipsa agenților agresivi; nu necesită lucrări speciale de întreținere • *rezistența la foc este mare*, betonul rezistând circa 3…4 ore la temperaturi ridicate și permițând astfel evacuarea oamenilor sau a bunurilor din clădiri • *se pot realiza elemente cu cele mai diverse forme arhitecturale*, deoarece betonul proaspăt ia cu ușurință forma cofrajului • nu necesită *forță de muncă* cu calificare specială, superioară; • *comportarea sub acțiuni* exterioare este bună, deoarece rigiditatea structurii este mai mare decât în cazul oțelului • *precomprimarea*, sau *formele structurale* adecvate (de exemplu, pânze subțiri) permit realizarea unor deschideri mari	• *se poate produce coroziunea* în medii agresive, dar și în mediile obișnuite, în anumite situații • *este permeabil* datorită structurii sale poroase; apa poate transporta agenți agresivi, sau poate cauza cicluri de îngheț-dezgheț în masa betonului • *conductivitatea termică și fonică* este ridicată • *necesită cofraje și eșafodaje* • *transformările ulterioare sau eventualele consolidări* sunt greu de făcut și pot avea uneori rezultate incerte • *demolarea* este costisitoare, materialele rezultate din demolare nu se pot reutiliza • *fabricarea cimentului* este poluantă • *rezistența redusă la întindere* provoacă fisurarea zonei întinse și armătura se poate coroda în anumite condiții • *greutatea proprie raportată la rezistență este mare* (în cazul betonului armat) și nu permite realizarea unor structuri zvelte, cu deschideri mari

1.3. SCURT ISTORIC

Proprietățile de liant pe care le au unele materiale au fost cunoscute din cele mai vechi timpuri. Romanii sunt considerați inventatorii primului liant hidraulic, obținut prin amestecarea varului gras cu cenușă vulcanică de la poalele Vezuviului sau prin arderea și apoi măcinarea marnelor naturale. Romanii utilizau betonul la construirea bolților, a planșeelor și pereților, la pilele podurilor. Pe toată întinderea fostului imperiu roman sunt încă vizibile vestigii care dovedesc măiestria constructorilor romani în concepția structurală și execuția unor structuri

admirabile care conţin elemente din beton, cum sunt amfiteatrele din Pozzuoli (lângă Neapole) şi din Verona, Pantheonul din Roma (fig. 1.4). La construcţia acestuia din urmă, pereţii de formă cilindrică au fost executaţi din beton cu agregate din tuf vulcanic şi un liant pe bază de var, iar acoperişul semisferic este realizat din casete de beton, folosind ca agregat natural uşor, piatra ponce [48], [125].

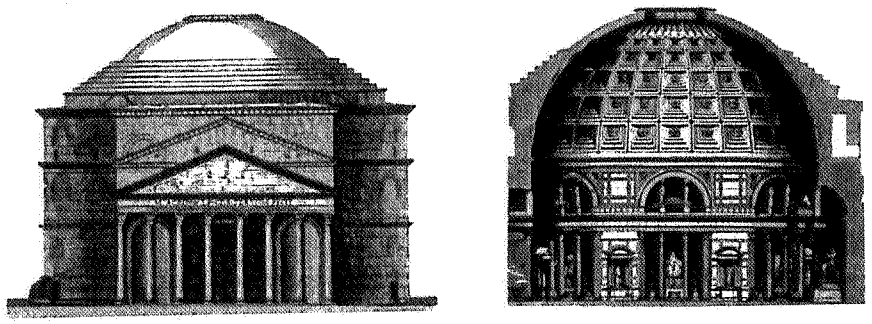


Fig. 1.4. Pantheonul din Roma

După o lungă perioadă, în care construcţiile remarcabile erau realizate "uscat", în secolul al XIX-lea cimentul a început să fie fabricat pe scară largă, în urma tehnologiei puse la punct în Anglia şi aproape simultan, în Rusia. Liantul hidraulic a fost numit ciment portland, din cauza asemănării cu piatra din Portland.

Grădinarul francez Joseph Monier este considerat inventatorul betonului armat; în perioada 1867 – 1875, el a obţinut o serie de brevete pentru plăci, grinzi, bolţi, rezervoare de apă, podeţe, planşee, conducte. De asemenea, a realizat lucrări de anvergură, de exemplu, rezervoarele de apă de 2000 m^3 de la Sèvres (1873). După 1880, inginerul Hennebique a executat foarte multe construcţii din beton armat în Europa şi în restul lumii.

La începutul secolului trecut, genialul arhitect catalan Gaudi, cucerit de posibilităţile de utilizare a betonului, a realizat în Barcelona biserica Sagrada Familia, parcul Güell, case de locuit, dând astfel o utilizare inedită acestui material.

Spre sfârşitul secolului al XIX-lea, Le Chatelier şi Michaelis au explicat fenomenele hidratării şi întăririi pastei de ciment, iar Feret, Schumann şi alţii au întreprins studii în privinţa fabricării cimentului şi proprietăţilor fizico-mecanice ale cimentului. Inginerul francez Coignet a arătat avantajele înglobării armăturilor în beton, realizând diguri, conducte de canalizare (Odessa), planşee. Explicarea aderenţei dintre beton şi armătură şi fixarea traseului armăturii în funcţie de solicitări (dispunerea armăturilor în zonele întinse ale elementelor) au fost rezultatul cercetărilor întreprinse de inginerii germani Wayss, Koenen şi Bauschinger. Astfel, s-au acumulat cunoştinţe ce au permis publicarea primelor norme privind calculul elementelor structurale din beton armat, în Germania (1904), Elveţia (1903) şi Franţa (1906).

După ce în 1930 Freyssinet a construit podul de la Plugastel, cu deschiderile arcurilor de 190 m şi săgeata de 39 m, betonul armat păşeşte într-o nouă etapă de dezvoltare. Freyssinet obţine prin utilizarea unor cimenturi de calitate, betoane având rezistenţe mari; aceste betoane de calitate foarte bună, asociate cu oţel superior, îi permit realizarea pretensionării cablurior şi crearea betonului precomprimat. Noul material a început să fie folosit în ridicarea unor structuri deosebite, cum ar fi poduri şi viaducte pentru autostrăzi, construcţii înalte, rezervoare.

Betonul armat precum şi betonul precomprimat au modificat schemele statice şi arhitectura construcţiilor moderne. Dacă în trecut elementele principale de rezistenţă erau arcele şi bolţile, la care forma geometrică era de natură să conducă la solicitări de compresiune sub încărcări, utilizarea noului material a permis depăşirea acestor limite.

În ţara noastră, inginerul Anghel Saligny a realizat lucrări remarcabile începând din 1888, când a executat silozurile hexagonale de cereale din porturile Brăila şi Galaţi. La aceste structuri a folosit pentru prima oară elemente prefabricate la sol şi asamblate prin sudarea armăturilor. De asemenea, unele structuri s-au executat cu fundaţii pe piloţi prefabricaţi din beton armat, bătuţi cu sonete mecanice.

După o perioadă de stagnare, utilizarea betonului armat în ţara noastră a luat un nou avânt. S-au construit Palatul Camerei Deputaţilor, Clădirea Bursei (1912), Clădirea Nouă a Universităţii Bucureşti (1913–1923), Hotelul Athenée Palace (1915), Institutul Superior de Arhitectură Ion Mincu (1914–1916), Cazinoul din Constanţa (1909), Palatul Ministerului Lucrărilor Publice [125]. În marea lor majoritate, aceste construcţii s-au realizat cu planşee monolite din beton armat, rezemate pe zidărie de cărămidă, iar în unele cazuri, pe cadre din beton armat. Din iniţiativa inginerului Elie Radu s-au construit poduri din beton armat cu diverse scheme statice: poduri boltite, cu grinzi drepte, cu console, poduri în arc, cu calea suspendată.

În deceniul al 4-lea al secolului XX se creează clădiri care marchează aspectul modern al Bucureştiului: Palatul Regal şi Muzeul de artă, Hotelul Ambasador, Gara de Nord, Palatul Preşedinţiei Consiliului de Miniştri etc. Se construiesc în toată ţara clădiri de locuit, hoteluri, clădiri administrative, viaducte (Viaductul Sarion de pe linia de cale ferată Ilva Mică – Vatra-Dornei), biserici (Catedrala Alba-Iulia, Cluj, Orăştie, Timişoara – unde radierul din beton este rezemat pe 1270 de piloţi din beton armat), pânze subţiri (Hala de vagoane din Ploieşti) etc.

După al II-lea război mondial, se generalizează utilizarea betonului, care devine principalul material de construcţie. Blocurile rezidenţiale, realizate în anii 1960...1970 în mai toată lumea pentru a răspunde unor necesităţi sociale presante, au impus o imagine defavorabilă privind calităţile estetice ale betonului, definindu-l ca fiind un material strict utilitar.

Forţa betonului ca material de construcţie este demonstrată de realizări ca tunelul de la San Gottardo – Elveţia (57 km lungime), Platforma maritimă TROLL, Stadionul Olimpic din Montreal, Stadionul din Bari (fig. 1.7), Palatul CNIT din Paris, Gara TGV Satolas (Lyon), Templul Baha'i din Delhi, India (fig. 1.6), Turnul CN din Toronto, Gateway Tower din Seatle, SUA, Society Tower din Cleveland, SUA, construcţiile auxiliare ale autostrăzii N2 din Elveţia şi multe altele.

Alte câteva exemple de construcţii realizate în ultimele două decenii subliniază calităţile structurale, dar şi estetice ale betonului: staţia de metrou Alameda din Valencia, proiectată de S. Calatrava (1995), staţia de metrou din Lyon, utilizând elemente clasice ca stâlpii cu capiteluri, bolţile şi arcele într-un ansamblu dinamic (1993), Piaţa Constituţiei din Girona, Spania (1993), Muzeul de artă modernă din Barcelona (1995), Facultatea de jurnalistică din Pamplona, Spania (1996), Biblioteca Naţională a Franţei, Paris (fig. 1.5), Biblioteca publică din Los Alamos, SUA, arhitect A. Predock (1994), Pavilionul Portugaliei la Expo'98, Lisabona (1997), Institutul de Neurologie din La Jolla, California, la care se remarcă elementele de peisagistică sugestive (1996), Barajul din Cardiff (fig. 1.8), La Grande Arche din Paris. Mai recent, Universitatea Tehnică din Eindhoven (2002), Galeria de artă din Manchester, Institutul SAS, New Medway Bridge, Carsberg – Tettey Brewery au fost toate premiate la Concrete Society Awards în anul 2003.

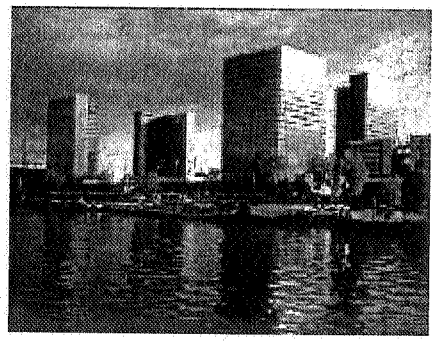


Fig. 1.5. Biblioteca Națională a Franței

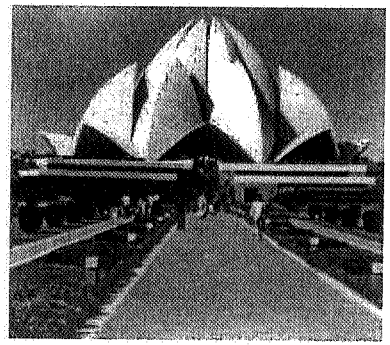


Fig. 1.6. Templul Baha'i din Delhi

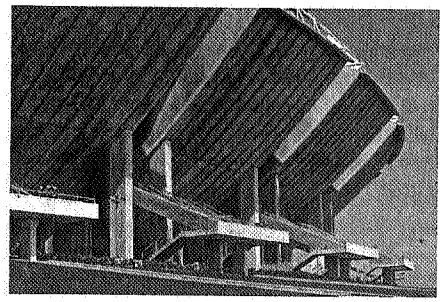


Fig. 1.7. Stadionul din Bari

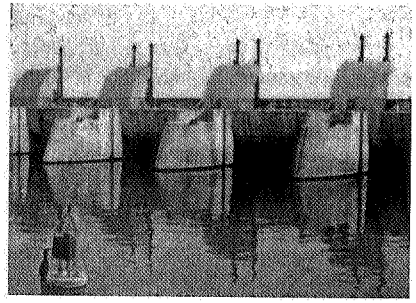


Fig. 1.8. Barajul din Cardiff

2

BETONUL

2.1. STRUCTURA BETONULUI

Betonul este un conglomerat cu structura eterogenă, având proprietăți structurale determinate în primul rând de compoziția lui, prin calitatea și proporția de amestecare a constituenților.

Pe durata întăririi (3...4 ani pentru betonul obișnuit și 10...20 de ani pentru betonul hidrotehnic), structura betonului suferă modificări din cauza proceselor interne dependente de timp, dar și sub influența mediului înconjurător.

Betonul poate fi considerat un material bifazic, compus din agregatele înglobate în mediul liant al pietrei de ciment (matricea sistemului) [81], [106]. Secțiuni prin beton cu agregate de râu și concasate se prezintă în figura 2.1.

Agregatele provin din roci naturale de carieră sau balastieră, sau sunt obținute pe cale artificială (granulit, zgură expandată). Ele pot fi caracterizate prin granulozitate, sau sumar, prin raportul *P/N* (pietriș/nisip). Datorită ponderii în masa betonului, agregatele au o influență mare asupra proprietăților acestuia, determinând în primul rând densitatea aparentă. În structurile de rezistență se utilizează frecvent betonul cu masă volumică normală, cu densitatea aparentă de 2300...2500 kg/m^3, realizat cu agregate naturale grele și betonul cu agregate ușoare naturale sau artificiale, cu densitatea aparentă cuprinsă între 1500...2000 kg/m^3.

Piatra de ciment conține fază solidă, vâscoasă, lichidă și gazoasă, deci este un pseudosolid [53]. Ea este formată din:

- produsele hidratării și hidrolizei – formațiuni cristaline și geluri;
- nucleele nehidratate de ciment;
- apa legată chimic, fizic și apa liberă;
- porii capilari și porii interstițiali (porii de gel).

Raportul dintre volumul fazei cristaline și volumul gelurilor, respectiv dintre cimentul hidratat și cel nehidratat, depinde de un complex de factori, cum ar fi: tipul cimentului (portland

cu sau fără adausuri, hidrotehnic, ciment rezistent la sulfaţi), dozajul de ciment şi fineţea lui de măcinare, aditivii utilizaţi [61]. Pe lângă aceşti factori, evoluţia în timp a procesului de întărire este influenţat de prepararea şi punerea în operă a betonului, de mijloacele de compactare şi tratarea betonului după turnare, de temperatura şi umiditatea mediului.

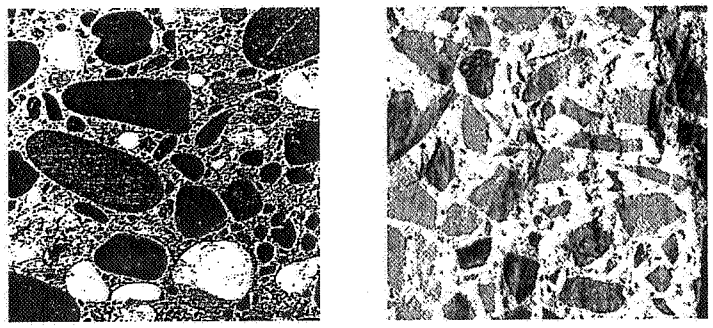


Fig. 2.1. Secţiuni prin beton

Suprafaţa totală a fazei solide creşte foarte mult în cursul hidratării, deoarece produşii de hidratare au în cea mai mare parte o structură coloidală; pe această suprafaţă este adsorbită o mare cantitate de apă, supusă modificărilor în timp.

În piatra de ciment, o parte din apă este legată chimic şi nu se pierde în condiţii normale de temperatură (apa care nu se evaporă).

Apa necesară din punct de vedere chimic pentru hidratarea cimentului corespunde unui raport apă/ciment de circa 0,25...0,30; pentru asigurarea unei bune lucrabilităţi, cantitatea de apă introdusă la prepararea betonului (fără aditivi) este în general mai mare decât cea necesară pentru hidratarea cimentului. În contextul utilizării aditivilor, raportul apă/ciment poate fi menţinut la valori scăzute.

Apa legată fizic, cu un grad de mobilitate redus, se află în porii interstiţiali (formaţi între cristalitele gelurilor), sub forma unor pelicule având dimensiunile a câtorva molecule de apă. Variaţia grosimii acestor pelicule de apă adsorbită pe suprafaţa gelurilor poate cauza forţe de atracţie sau de respingere între particulele pietrei de ciment.

Apa liberă reprezintă surplusul de apă care se poate pierde prin evaporare, sau poate fi antrenată către nucleele nehidratate de ciment. Se formează astfel reţele de pori de dimensiuni capilare, care comunică între ele, respectiv cu exteriorul.

Pe măsură ce conţinutul de parte solidă din pasta de ciment creşte, capilarele pot fi blocate şi astfel continuitatea unor pori este întreruptă. Schematic, masa pietrei de ciment cuprinde o cantitate variabilă de pori capilari, aflaţi în legătură prin intermediul porilor interstiţiali ai gelului. Această structură permeabilă face posibilă circulaţia apei în masa betonului, oricare ar fi vârsta acestuia [112], [113], [141].

Proporţia dintre componentele pietrei de ciment se modifică în timp, prin continuarea procesului de hidratare şi hidroliză, reducerea cantităţii de apă şi creşterea volumului de goluri (fig. 2.2) [81].

În beton, pe lângă porii pietrei de ciment, amintiţi anterior, se formează goluri de diferite dimensiuni, începând de la prepararea betonului, continuând în timpul turnării, apoi a întăririi lui. Cauzele sunt antrenarea aerului în timpul amestecării, separarea apei suplimentare din pasta de ciment, sedimentarea granulelor după turnare sau starea internă de tensiune dintre componenţii cu proprietăţi diferite.

Aerul antrenat la amestecarea betonului proaspăt formează pori care nu comunică între ei şi au dimensiuni mai mari decât ale porilor capilari, neinfluenţând direct proprietăţile de deformare ale betonului.

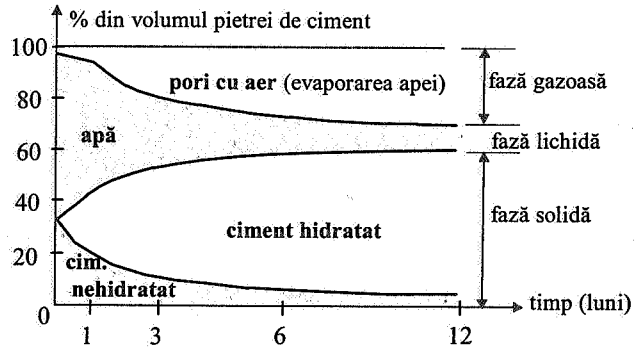


Fig. 2.2. Modificarea volumului fazelor din piatra de ciment

O mare parte a golurilor se formează în timpul turnării şi compactării betonului prin sedimentarea (tasarea) granulelor mai grele sub agregatele mari; apa liberă în exces se adună deasupra, permiţând eliberarea aerului de amestecare sub formă de bule. Astfel se pot explica anumite proprietăţi ale betonului, cum ar fi dependenţa rezistenţei betonului şi a aderenţei dintre beton şi armătură de direcţia aplicării încărcării în raport cu direcţia de turnare a betonului.

În urma unei tehnologii necorespunzătoare de punere în operă, pot apărea şi goluri de dimensiuni mai mari, de ordinul centimetrilor (caverne).

În masa betonului ia naştere o stare de tensiune ca urmare a contracţiei pietrei de ciment, împiedicată parţial de reţeaua de agregate, rezultând *microfisuri*. Aceste microfisuri pot să apară la suprafaţa de contact agregat – piatră de ciment (microfisurile de aderenţă), în interiorul pietrei de ciment sau în interiorul agregatului.

Datorită aderenţei relativ slabe dintre piatra de ciment şi agregate, obişnuit în masa betonului predomină primul tip de microfisuri. Prezenţa microfisurilor în masa betonului neîncărcat poate fi observată prin examinarea cu raze X, constatându-se o orientare haotică a acestora, fără o direcţie preferenţială. Microfisurile iniţiale constituie motivul de bază al degradării structurii betonului sub efectul încărcărilor, dezvoltarea lor ducând în final la ruperea betonului.

Proprietăţile betonului întărit depind atât de componenţii lui, cât şi de caracteristicile prezentate de interfaţa agregat – piatră de ciment, adică de:

- forţele de legătură (aderenţă) dintre agregate şi piatra de ciment;
- prezenţa discontinuităţilor în masa betonului (defecte de structură), sub forma porilor, a unor microfisuri iniţiale de contracţie sau a golurilor de sedimentare de sub agregate.

Proprietăţile însumate ale componenţilor inerţi (agregate şi nuclee nehidratate de ciment) şi activi (produse de hidratare) determină densitatea aparentă, porozitatea, coeficientul de dilatare termică.

Caracteristicile prezentate de interfaţa componenţilor inerţi şi activi sunt cele care influenţează valorile rezistenţelor la diferite solicitări, ale modulilor de deformaţie, valoarea deformaţiei de curgere lentă etc.

2.2. REZISTENȚELE BETONULUI

Comportarea sub efectul acțiunilor se poate aborda analizând:
– nivelul structurii în ansamblu;
– nivelul elementelor de rezistență care compun structura;
– nivelul materialelor componente ale elementelor de rezistență.

Al treilea nivel se referă în principal la proprietățile fizico–mecanice ale materialelor, în cazul de față ale betonului.

Acest nivel se poate subdivide în [107]:
- nivelul macroscopic sau ingineresc – betonul este considerat un corp omogen și continuu;
- nivelul structural – betonul este tratat ca un sistem bifazic, format din agregate și piatră de ciment, legate prin aderență; în consecință, nu este valabilă ipoteza omogenității;
- nivelul atomilor – nu este valabilă nici ipoteza continuității.

Calculul clasic al elementelor structurale se referă de obicei la nivelul ingineresc. Studiul proprietăților de deformare și explicarea modului în care se rupe betonul se face uzual la nivel structural; modelarea betonului se poate face atât în ipoteza ideală a răspunsului elastic, cât și în ipoteza comportării reale, inelastice [53], [63], [64], [132].

2.2.1. Ruperea betonului

Ruperea unui material este un proces care depinde de structura lui; astfel, ruperea betonului, material cu o structură eterogenă, este influențată atât de rezistențele materialelor componente, cât și de legătura existentă între ele. Acest mod de comportare diferă de cea a materialelor cu structura omogenă, la care ruperea se produce prin distrugerea legăturii între particulele elementare (de exemplu, în cazul oțelului).

Explicarea fenomenelor care însoțesc ruperea betonului se bazează pe concluziile cercetărilor experimentale, efectuate pe probe din beton supuse la diferite solicitări.

Așa cum s-a văzut la punctul 2.1, în masa betonului există discontinuități structurale încă din faza premergătoare încărcării, sub formă de pori, microfisuri sau goluri. Aceste defecte constituie fondul acumulării treptate a degradărilor în structura betonului, constatându-se că ruperea este cauzată de distrugerea treptată a legăturii dintre agregate și piatra de ciment.

La rândul lor, caracteristicile solicitării influențează rezistențele betonului prin starea de eforturi creată (mono–, bi– sau triaxială), modul de aplicare (static sau dinamic), durata de acțiune (scurtă durată sau lungă durată).

2.2.1.1. Ruperea betonului la compresiune monoaxială

Încercările de scurtă durată pe epruvete au pus în evidență faptul că ruperea betonului are un caracter treptat, începând cu dezvoltarea microfisurilor de aderență, continuând cu propagarea și apoi generalizarea lor în masa betonului, sub formă de fisuri orientate paralel cu direcția de acțiune a forței. În final se produce ruperea betonului prin decoeziune, atunci când se atinge deformația specifică maximă de întindere perpendicular pe direcția acțiunii.

Aceste concluzii au la bază analiza comportării unor probe din beton având formă de prismă, cilindru sau cub, încercate la compresiune monoaxială prin aplicarea unei forțe statice crescătoare de scurtă durată.

GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL BUCUREȘTI

Pe parcursul încărcării probei, s-au măsurat deformațiile longitudinale de compresiune ε_b și cele transversale de întindere ε_t, ceea ce a permis urmărirea variației volumului și a coeficientului deformației transversale ν (coeficientul lui Poisson), dat de relația:

$$\nu = \varepsilon_t / \varepsilon_b$$

Corelația $\sigma_b - \varepsilon_b$ pentru prisma comprimată axial este prezentată în figura 2.4.

Au fost efectuate și alte studii experimentale, de exemplu, s-a măsurat viteza de propagare a ultrasunetelor în masa betonului în timpul încercării. S-au elaborat diverse teorii de rupere a betonului, clasificate în funcție de parametrii vizați în teorii structurale, fenomenologice și statistice [53].

În continuare se prezintă analiza structurală a ruperii unei probe prismatice (fig. 2.3a). Dacă se consideră volumul probei înainte de încărcare $V_{init} = ha^2$, pentru o etapă oarecare, în urma deformațiilor suferite și ținând seama de expresia coeficientului lui Poisson, volumul este:

$$V = (1-\varepsilon_b)(1+\varepsilon_t)(1+\varepsilon_t)ha^2$$

$$V = (1-\varepsilon_b)(1+\nu\varepsilon_b)(1+\nu\varepsilon_b)ha^2 = [1-\varepsilon_b(1-2\nu)]ha^2 = V_{init} - \Delta V \qquad (2.1)$$

Pe măsura creșterii forței, ε_b crește de la 0 la circa 2 mm/m. Coeficientul lui Poisson, o caracteristică a comportării elastice, are valorile 0,15...0,20 pentru betonul comprimat. Dacă produsul $\varepsilon_b(1-2\nu)$ este pozitiv, volumul probei scade, iar dacă este negativ, volumul crește. Volumul crește pentru $\nu > 0{,}5$, care este valoarea maximă teoretică.

În funcție de tipul predominant de deformații și de mărimea eforturilor unitare, se disting trei faze pe parcursul încercării.

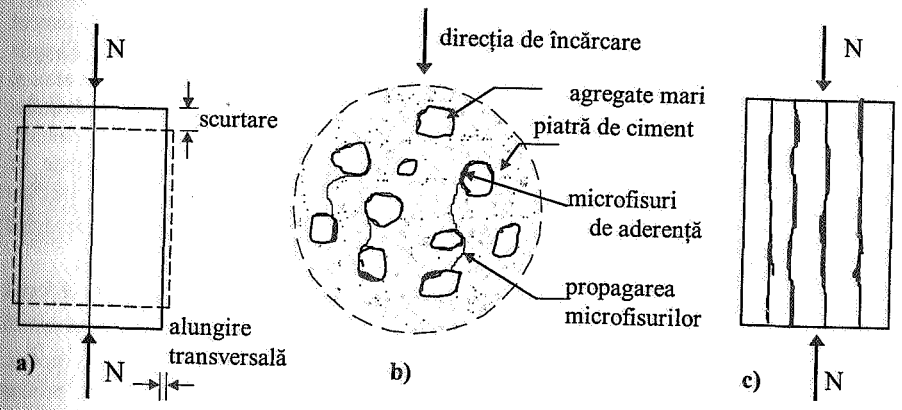


Fig. 2.3. Ruperea la compresiune monoaxială

Faza de comportare elastică ($0 < \sigma_b \le R_0$). Volumul prismei scade liniar datorită închiderii porilor și a microfisurilor orientate perpendicular pe direcția de acțiune a forței (fig. 2.5, zona 1), deci compactitatea probei crește pe direcție longitudinală. Deformațiile specifice de compresiune sunt în cea mai mare parte elastice. Apar și deformații plastice, deoarece pe măsura creșterii încărcării, microfisurile de aderență orientate după direcția

forței încep să se propage treptat pe lângă agregate și să se deschidă; aceste deformații au însă valori neglijabile comparativ cu deformațiile elastice. Coeficientul lui Poisson este practic constant în acest interval și are valoarea $\nu = 0{,}15...0{,}2$.

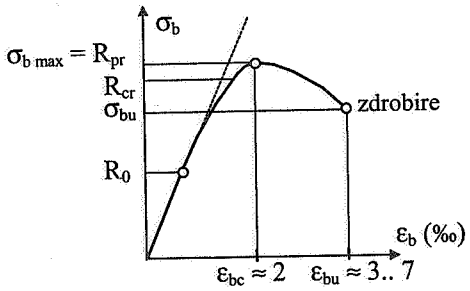


Fig. 2.4. Variația volumului prismei comprimate

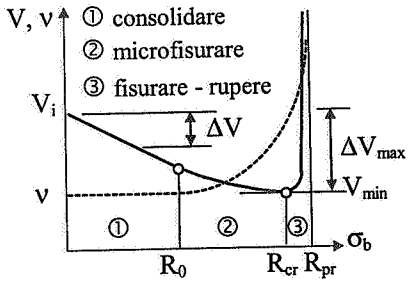


Fig. 2.5. Variația volumului prismei comprimate

Valoarea efortului unitar normal de compresiune până la care se poate admite comportarea elastică a betonului se numește *rezistență la microfisurare* R_0. Rezistența la microfisurare depinde de calitatea betonului, procentual fiind mai mică pentru betoanele de calitate mai slabă:

$$R_0 = (0{,}3...0{,}75)R_{pr}$$

Faza de comportare elastico-plastică ($R_0 < \sigma_b \le R_{cr}$). Volumul betonului scade în continuare, deoarece tendința de îndesare a betonului pe direcția de încărcare este mai pronunțată decât tendința de afânare prin umflare laterală; scăderea volumului se produce din ce în ce mai lent (fig. 2.5, zona 2).

Microfisurile de aderență se deschid în continuare și se propagă prin punțile de ciment dintre agregate, în urma depășirii rezistenței la întindere a pietrei de ciment (fig. 2.3b). Fisurile de mică deschidere formate astfel sunt izolate, nu străbat epruveta de la un capăt la altul și sunt în general orientate paralel cu direcția de acțiune a încărcării. Microfisurarea betonului înseamnă începutul procesului de rupere, deformațiile ireversibile, de tipul celor plastice, având valori semnificative. Deformația transversală a probei în această etapă cuprinde, pe lângă deformațiile specifice de întindere ale betonului, deschiderile microfisurilor intersectate pe direcția de măsurare. În consecință, raportul $\varepsilon_t / \varepsilon_b$ crește din ce în ce mai mult, depășind valoarea reală a coeficientului lui Poisson, corespunzătoare comportării elastice.

Volumul epruvetei atinge minimul pentru valoarea teoretică maximă $\nu = 0{,}5$. Efortul unitar normal de compresiune corespunzător este $\sigma_b = R_{cr}$, în care R_{cr} este rezistența critică a betonului, denumită astfel, deoarece depășirea ei conduce la declanșarea rapidă a ruperii. Dacă $\sigma_b < R_{cr}$, în beton nu s-a atins un nivel critic al degradărilor, deși s-au produs deformații ireversibile. Valoarea rezistenței critice este:

$$R_{cr} = (0{,}85...0{,}95)R_{pr}$$

Faza finală de rupere ($R_{cr} < \sigma_b \le R_{pr}$). Volumul betonului crește rapid, datorită manifestării mai pregnante a tendinței de afânare (fig. 2.5, zona 3). Microfisurile și fisurile de dimensiuni reduse, izolate până la această etapă, se unesc în fisuri longitudinale care străbat

toată prisma, fragmentând-o (fig. 2.3c). În această fază, predomină deformațiile plastice și în beton se atinge un nivel critic al degradărilor.

Valoarea maximă a efortului unitar de compresiune, pentru care deformațiile specifice longitudinale ε_{bc} sunt de aproximativ 2‰, definește *rezistența prismatică la compresiune sub încărcări statice de scurtă durată* (fig. 2.4):

$$R_{pr} = \sigma_{b\,max}$$

Deformarea epruvetei se produce în continuare, însoțită de scăderea efortului unitar de compresiune; ruperea, cu aspect de zdrobire, are loc când este atinsă deformația specifică maximă de compresiune, ε_{bu} (ramura descendentă a curbei $\sigma_b - \varepsilon_b$, figura 2.4). De fapt, deformațiile specifice de compresiune măsurate după depășirea limitei R_{pr} sunt pseudoplastice, cuprinzând și deschiderile microfisurilor [108].

Analiza suprafețelor de rupere arată că acestea trec prin piatra de ciment, pe lângă agregate sau prin agregatele de calitate mai slabă.

Dacă încărcarea se aplică într-un timp foarte scurt ($t \to 0$), sub formă de *șoc*, valoarea rezistenței la compresiune este mai mare, din cauză că deformațiile plastice nu au timp să se dezvolte. Prisma încercată la compresiune prin șoc se rupe la valori de până la 1,8 R_{pr}.

Dacă șocul produce eforturi egale cu R_{pr}, epruveta nu se rupe imediat și permite repetarea șocurilor cu o intensitate din ce în ce mai mică în câteva cicluri, până ce procesul de degradare descris mai sus duce la rupere. Această situație poate să apară în construcțiile din beton armat supuse la acțiuni reprezentate de un număr relativ redus de cicluri aplicate impulsiv.

În cazul încărcărilor statice de *lungă durată*, procesul de rupere este influențat de apariția fenomenului de oboseală statică, determinând scăderea rezistenței de rupere până la nivelul $R_{pr,d} = (0{,}85...0{,}95)R_{pr}$, unde $R_{pr,d}$ este rezistența prismatică de durată, practic egală cu rezistența critică.

Această scădere a rezistenței se poate explica prin faptul că încărcările de lungă durată favorizează dezvoltarea degradărilor structurale ireversibile, datorate deformațiilor plastice.

2.2.1.2. Ruperea betonului la întindere axială

În cazul solicitării unei prisme din beton la întindere axială (fig. 2.6a), caracterul de rupere prin smulgere este evident, deoarece deformațiile specifice de întindere se dezvoltă pe direcția de acțiune a încărcării. Afânarea betonului apare chiar de la începutul încărcării prismei, prin propagarea microfisurilor de aderență orientate perpendicular pe direcția forței de întindere.

Ruperea betonului la întindere este influențată mai puternic de discontinuitățile existente în masa betonului decât ruperea la compresiune. Microfisurile sau porii din masa pietrei de ciment cauzează concentrări de eforturi la capetele lor (fig. 2.6b), eforturile unitare normale în aceste zone fiind de 2...3 ori mai mari decât valoarea medie, în cazul unei distribuții uniforme pe secțiune. După depășirea locală a rezistenței la întindere, apar fisuri lângă goluri, care se deschid relativ rapid. Datorită acestor fenomene, ruperea se produce la valori reduse ale efortului unitar, rezistența la întindere fiind de 10...20 de ori mai mică decât rezistența la compresiune.

Ruperea se produce printr-o singură fisură de separare a epruvetei, perpendiculară pe direcția întinderii și formată în secțiunea cea mai slabă. Suprafața de rupere trece prin piatra de ciment, prin agregatele mai slabe sau pe lângă agregate, la interfața dintre granule și piatra de ciment.

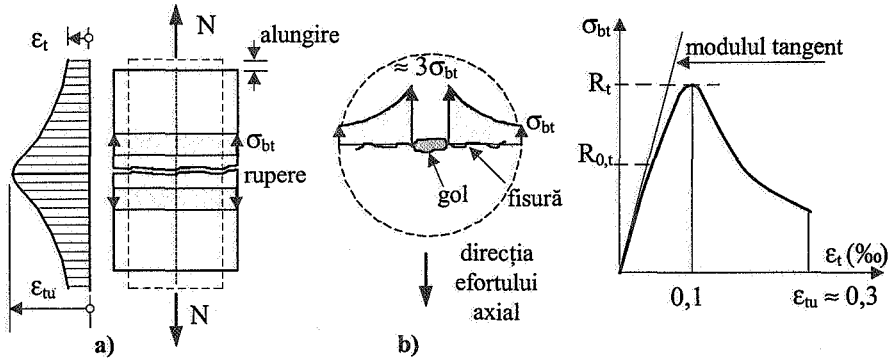


Fig. 2.6. Ruperea betonului la întindere

Fig. 2.7. Curba $\sigma_{bt} - \varepsilon_t$ a betonului supus la întindere axială

Curba $\sigma_{bt} - \varepsilon_t$ (fig. 2.7) pentru betonul întins axial are o ramură ascendentă, până la atingerea rezistenței la întindere R_t, când deformația specifică de întindere este de aproximativ 0,1‰ și o ramură descendentă care corespunde creșterii deformațiilor, însoțită de scăderea rapidă a efortului unitar de întindere. Ramura ascendentă a diagramei este apropiată de dreapta modulului, descriind o comportare elastică.

O particularitate a comportării la întindere este localizarea deformațiilor în zona de rupere; până la atingerea valorii maxime a efortului unitar de întindere, în element se dezvoltă microfisuri în toată masa lui, dacă însă într-o secțiune este atinsă rezistența la întindere, toate deformațiile se concentrează în această zonă, iar restul microfisurilor nu se mai dezvoltă sau chiar se închid [107], [108].

2.2.1.3. Ruperea betonului la forfecare

Betonul este supus la forfecare din solicitarea de tăiere pură sau în situațiile când forța tăietoare însoțește încovoierea sau compresiunea excentrică.

Într-o prismă de beton încovoiată, înainte de fisurarea betonului întins, starea de eforturi unitare pe înălțimea secțiunii transversale este cea corespunzătoare unui material elastic (fig. 2.8a).

La nivelul axe neutre, unde $\sigma_b = 0$ și $\tau_b = \tau_{max}$, solicitarea este de tăiere pură (fig. 2.8b). Reprezentarea grafică a stării de tensiune pentru tăierea pură prin cercul lui Mohr este dată în figura 2.8c: ruperea la forfecare se produce teoretic dacă efortul unitar tangențial maxim $\tau_{max} = \sigma_1 = \sigma_2$ atinge valoarea rezistenței de forfecare R_f. Eforturile unitare principale σ_1 și σ_2 tind spre valorile rezistenței la întindere R_t, respectiv de compresiune R_{pr}.

Mărimea rezistenței la forfecare este teoretic $R_f = \sqrt{R_b R_t}$, situată între cele două valori $R_t < R_f << R_{pr}$; R_f fiind mai apropiată de rezistența la întindere, ruperea se va produce prin fisurarea după diagonala (2), fără să fie atinsă rezistența la forfecare. Această comportare constituie motivul pentru care determinarea practică a rezistenței la forfecare este dificilă [53].

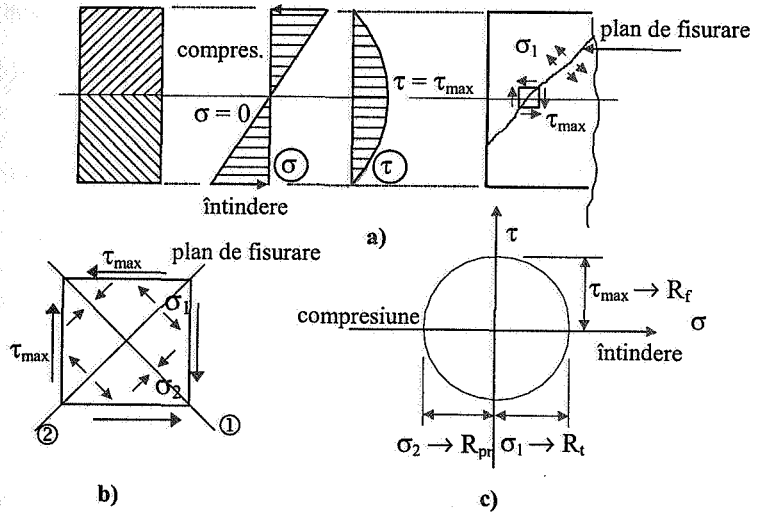


Fig. 2.8. Ruperea betonului la forfecare

Pe probe având forme speciale, care permit evitarea ruperii datorită eforturilor unitare principale de întindere, s-au obținut următoarele valori ale rezistenței la forfecare:

$$R_f \approx 2R_t = (0,2...0,25)R_{pr}$$

Dacă asupra elementului acționează și o *forță axială*, aceasta modifică orientarea și mărimea eforturilor unitare principale prezentată în figura 2.8. Prezența unei forțe axiale de compresiune scade valoarea efortului unitar principal de întindere și mărește efortul unitar principal de compresiune; în consecință, rezistența la întindere este atinsă mai târziu, ceea ce convențional, în calculele practice, se echivalează printr-o valoare mărită a rezistenței de calcul la întindere.

Această situație se întâlnește în cazul elementelor structurale liniare de beton armat comprimate excentric, la verificarea în secțiuni înclinate (pct. 7.2 și 7.3).

2.2.1.4. Ruperea betonului la torsiune

Pentru materiale casante de tipul betonului, ruperea la torsiune se produce sub acțiunea eforturilor unitare principale de întindere, ca și în cazul forfecării.

Torsiunea pură este rar întâlnită în elementele structurale, deoarece acțiunile care produc moment de torsiune produc de regulă și moment încovoietor, forță tăietoare și forță axială.

Starea de torsiune pură se poate pune în evidență în cazul barelor răsucite din beton cu secțiune circulară sau inelară. Înainte de fisurarea betonului, efortul unitar tangențial τ este maxim și constant pe mantaua cilindrului și nul în axul lui (fig. 2.9a). În lungul generatoarei cilindrului, efortul unitar tangențial produce eforturile unitare principale σ_1 și σ_2, având valorile:

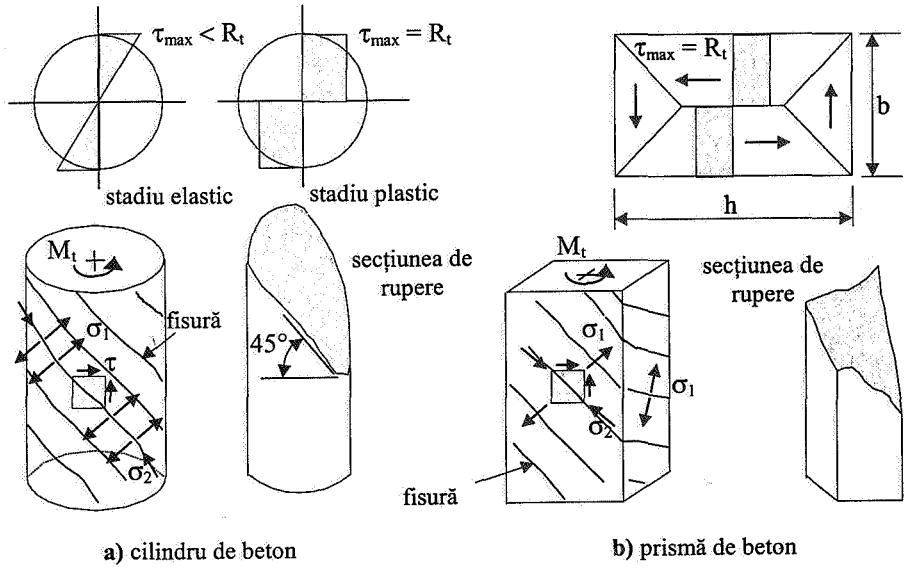
$$\sigma_1, \sigma_2 = \pm \tau_{max} = M_t / W_{te} \qquad (2.2)$$

în care: M_t este momentul de torsiune;

W_{te} – modulul de rezistență la torsiune în stadiul elastic.

Comportarea elastică nu are importanță practică, fiind repede depășită având în vedere valoarea mică a rezistenței la întindere a betonului.

Când eforturile unitare principale de întindere σ_1 cresc peste anumite valori, încep să se dezvolte deformații plastice care duc la curbarea diagramei τ. Teoretic, ruperea se produce dacă întreaga secțiune este plasticizată, efortul unitar tangențial având valoarea constantă și egală cu R_t (fig. 2.9a). Secțiunea de rupere este înclinată la 45° față de axul barei și are formă de "fluier".



a) cilindru de beton **b)** prismă de beton

Fig. 2.9. Ruperea betonului la torsiune

Pentru bare cu secțiunea dreptunghiulară, secțiunile transversale nu rămân plane după deformare, iar τ nu variază liniar pe contur; ruperea se produce în secțiuni strâmbe (fig. 2.9b).

Dacă se admite că în momentul ruperii betonul este complet plasticizat, rezultă:

$$\sigma_1 = \tau_{max} = R_t = M_t / W_{tp}$$

în care W_{tp} este modulul de rezistență la torsiune, calculat ca pentru un corp ideal plastic.

Pentru secțiunea dreptunghiulară, modulul de rezistență la torsiune se poate determina din analogia "grămezii de nisip" cu taluz 1:1; $W_{tp} = 2V$, în care V este volumul corpului astfel format (fig. 2.9b):

$$W_{tp} = \frac{1}{6} b^2 h \left(3 - \frac{b}{h}\right) \qquad (2.3)$$

unde b, h sunt dimensiunea minimă, respectiv maximă a secțiunii transversale, indiferent de orientarea laturilor.

2.2.1.5. Ruperea betonului la solicitări bi- și triaxiale

Starea de eforturi monoaxială este rar întâlnită în elementele structurale; în majoritatea cazurilor încărcările direct aplicate, deformațiile împiedicate, sau dispunerea armăturilor provoacă o stare de eforturi bi– sau triaxială.

În elementele de beton armat, după fisurarea betonului se formează zone delimitate de fisuri, supuse preponderent la compresiune monoaxială. În calcule, aceste zone pot fi modelate ca diagonale comprimate (biele), în timp ce armăturile care traversează fisurile lucrează ca niște tiranți. Acest tip de modelare a elementelor din beton armat a primit în ultimul timp o largă utilizare (vezi cap. 9).

Starea de eforturi biaxială

Starea de tensiune biaxială dintr-un punct, produsă de eforturile unitare normale σ_x, σ_y și tangențiale $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ se poate studia prin intermediul eforturilor unitare principale σ_1 și σ_2. Raportul dintre valoarea eforturilor unitare principale σ_1 și σ_2, la care se produce ruperea betonului, poate fi descris pe baza unor criterii de rupere [53].

În cazul general al elementelor de suprafață de tipul dalelor, al plăcilor curbe subțiri, al grinzilor pereți, încărcările produc solicitări biaxiale σ_1 și σ_2 care pot avea același semn sau semne diferite, astfel încât sunt posibile următoarele combinații: compresiune – compresiune; întindere – întindere; compresiune – întindere.

În figura 2.10 este reprezentat criteriul de rupere pentru solicitarea biaxială de compresiune și întindere, dedus pe baza unor experimentări [53], [112].

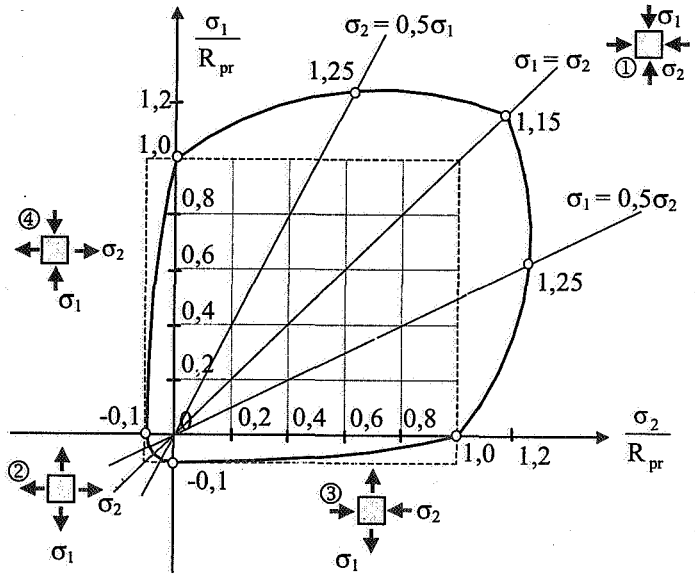


Fig. 2.10. Rezistența betonului la solicitarea biaxială

Pătratul desenat cu linie punctată reprezintă situația de referință: $\sigma_{1,2}/R_{pr} = 1,0$ pentru compresiunea axială și $\sigma_{1,2}/R_{pr} = -1,0$ pentru întinderea axială; se admite $R_t = 0,1\ R_{pr}$.

Se remarcă devierile față de pătrat, cauzate de influența reciprocă a eforturilor unitare principale σ_1 și σ_2, prin semnul și raportul lor σ_1/σ_2.

Domeniul 1, *compresiune biaxială*

În cazul compresiunii biaxiale rezistența crește față de valoarea obținută pentru solicitarea monoaxială R_{pr}, din cauză că deformațiile transversale de umflare sunt împiedicate pe două direcții, fiind libere numai perpendicular pe planul încărcării (planul σ_1 - σ_2).

Rezistența maximă la compresiune biaxială se obține pentru $\sigma_1 = 0,5\ \sigma_2$ (sau $\sigma_2 = 0,5\ \sigma_1$), având valoarea aproximativă:

$$R_{biaxial} \cong 1,25 R_{pr}$$

În acest caz, ruperea se produce prin lunecare, suprafețele de rupere având o înclinare de 18...27° față de planul încărcării.

În proiectare nu se ține seama de obicei de creșterea rezistenței la compresiune datorită stării de eforturi biaxială, lucrându-se acoperitor cu rezistența monoaxială. În cazul unui calcul mai exact, se ia în considerare interacțiunea eforturilor unitare produse pe direcțiile principale.

Domeniul 2, *întindere biaxială*

În cazul întinderii biaxiale nu se atinge valoarea rezistenței la întindere monoaxială, scăderea rezistenței fiind însă relativ mică. Ruperea se produce prin smulgere, într-o secțiune perpendiculară pe direcția efortului unitar principal mai mare.

Domeniile 3 *și* 4, *compresiune-întindere*

Deformațiile provocate de întindere au aceeași direcție ca și umflarea transversală ce însoțește compresiunea, accelerând microfisurarea betonului.

Rezistența la compresiune scade în consecință de la valoarea R_{pr} la valoarea R_t, în funcție de raportul σ_1/σ_2.

Ruperea se poate produce prin lunecare ca în cazul compresiunii biaxiale, sau prin smulgere, ca la întinderea biaxială, în funcție de raportul σ_1/σ_2.

Încovoierea simplă este un caz particular al stării plane de eforturi, deoarece eforturile unitare normale σ_x sunt însoțite de eforturile tangențiale τ, iar $\sigma_y = 0$ (compresiune cu forfecare).

În figura 2.11 sunt date situațiile limită privind valorile eforturilor unitare principale: cercul 1 reprezintă întinderea axială ($\sigma_1 = R_t$, $\sigma_2 = 0$), iar cercul 3 compresiunea axială ($\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = R_{pr}$). Cercul 2 corespunde tăierii pure ($\sigma_1 = R_t$, $\sigma_2 = -R_t$). Cercul 4, cu raza $(R_t + R_{pr}/2)/2$, taie axa τ la valoarea $0,707\sqrt{R_{pr}R_t}$, ceea ce corespunde valorilor experimentale ale rezistenței la forfecare (dacă $R_t = 0,1\ R_{pr}$, rezultă $\tau_{max} = 0,22\ R_{pr}$) [77].

Conform criteriului lui Mohr, ruperea are loc dacă cercul care exprimă starea de eforturi unitare normale și tangențiale într-un punct al materialului devine tangent la curba intrinsecă [53], [81]. Curba intrinsecă a betonului poate fi construită ca o înfășurătoare a cercurilor limită și se poate considera în mod simplificat o parabolă.

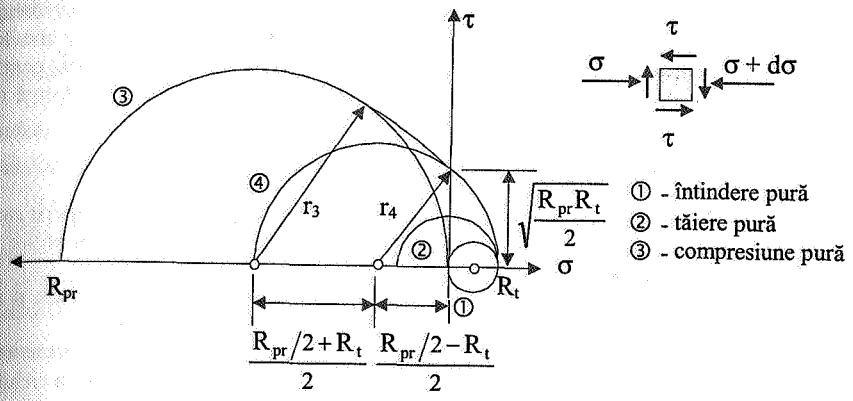


Fig. 2.11. Criteriul curbei intrinseci al lui Mohr pentru încovoiere

Starea de eforturi triaxială

Solicitarea triaxială poate să apară în elementele precomprimate după trei direcții, în stâlpii fretați, în zonele de ancoraj ale armăturilor pretensionate, în elementele masive de tipul culeelor de pod, în cazul barajelor etc. Datorită reducerii deformațiilor de umflare după toate direcțiile, procesul de acumulare și dezvoltare a microfisurilor este întârziat și ruperea se produce la valori ale eforturilor unitare mult mai mari decât în cazul compresiunii monoaxiale.

În zona comprimată a elementelor liniare din beton armat supuse la încovoiere cu sau fără forță axială, etrierii împiedică umflarea laterală a betonului din interiorul lor (fig. 2.12).

Eforturile unitare de compresiune pe o direcție și deformațiile împiedicate după celelalte direcții duc la o stare de solicitare triaxială în beton. Această stare de tensiune obținută prin armare, numită *confinarea betonului*, produce creșterea rezistenței și a deformațiilor specifice ultime, sporind astfel ductilitatea elementului (fig. 2.12 și 2.33).

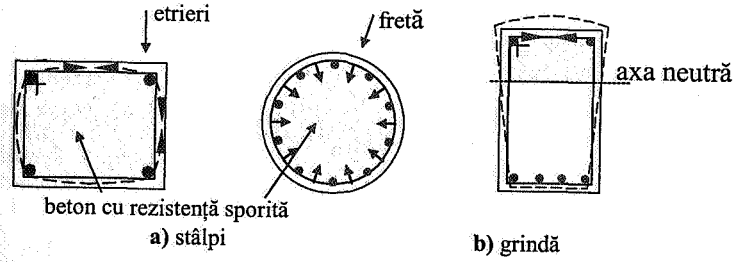


Fig. 2.12. Împiedicarea deformațiilor transversale de către etrieri - confinarea betonului comprimat

Încercările efectuate au arătat că rezistența crește cel mai mult în cazul compresiunii triaxiale uniforme, când $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, în literatura de specialitate citându-se creșteri de până la 6 – 7 ori față de rezistența monoaxială prismatică, R_{pr} [77].

Ruperea se produce prin lunecarea după planurile în care efortul tangențial este maxim. Dacă cel puțin una din componentele solicitării este întindere, se constată că suprafața de rupere se aseamănă cu cea corespunzătoare stării de solicitare plană.

De obicei, sporurile de rezistenţă produse de compresiunea triaxială se iau în considerare în proiectare în cazul elementelor din beton simplu solicitate la compresiune locală, al zonelor de ancoraj ale elementelor din beton precomprimat şi al stâlpilor fretaţi. De asemenea, pentru elementele care necesită măsuri speciale de confinare, armătura transversală sub formă de etrieri se dispune după prevederi speciale (cap. 13).

2.2.1.6. Ruperea betonului la oboseală

În cazul încărcărilor dinamice, repetate ciclic de foarte multe ori, fazele ruperii sunt aceleaşi ca în cazul încărcărilor de scurtă durată, însă are loc scăderea rezistenţelor şi dezvoltarea unor deformaţii remanente importante.

Încărcările şi descărcările repetate duc la accelerarea procesului de microfisurare şi de unificare a microfisurilor în fisuri, instalându-se fenomenul de oboseală dinamică.

Sub efectul încărcărilor repetate, variaţia eforturilor unitare în timp poate fi reprezentată prin sinusoide, caracterizate prin valoarea maximă $\sigma_{b\,max}$, prin amplitudinea relativă a ciclului $(\sigma_{b\,max} - \sigma_{b\,min})/\sigma_{b\,max}$, prin coeficientul de asimetrie a ciclului $\rho_b = \sigma_{b\,min}/\sigma_{b\,max}$ şi prin numărul de cicluri n (fig. 2.13a).

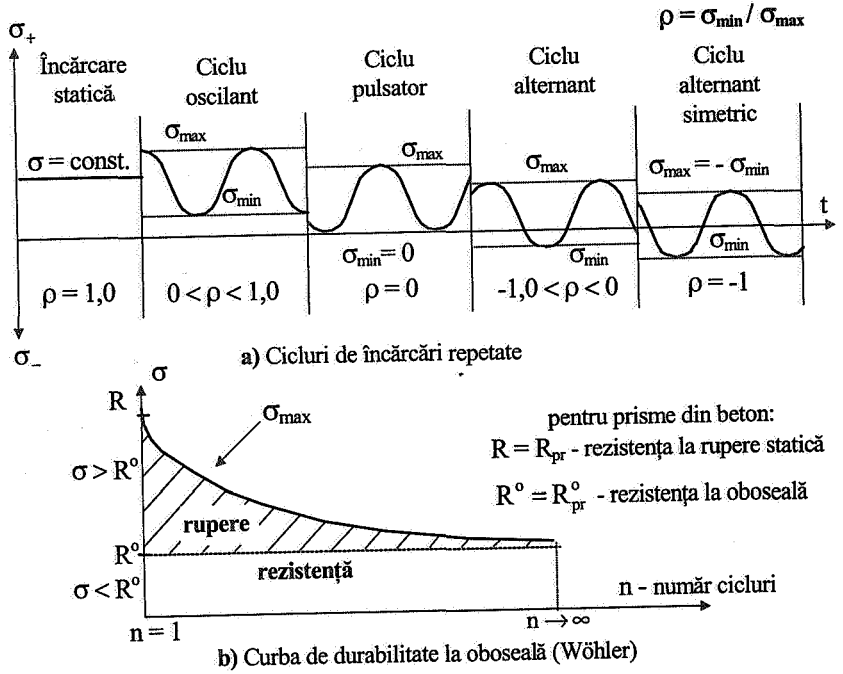


Fig. 2.13. Ruperea betonului la oboseală

Fenomenul de scădere a rezistenţei sub efectul unui număr mare de cicluri repetate se poate ilustra prin curba de durabilitate la încărcări repetate (curba lui Wöhler), determinată iniţial pentru oţel, dar valabilă şi pentru beton (fig. 2.13b). Rezistenţa betonului scade cu creşterea numărului de cicluri, $n = 1$ definind rezistenţa la solicitarea statică de scurtă durată. Curba tinde către o asimptotă, reprezentând valoarea efortului unitar la care nu se produce

ruperea pentru un anumit număr de cicluri; această valoare este practic egală cu rezistenţa la microfisurare, R_0. În proiectare se utilizează o valoare denumită convenţional *rezistenţa la oboseală a betonului.*

Cercetările au arătat că rezistenţa la oboseală nu depinde numai de valoarea efortului unitar maxim, ci şi de diferenţa de eforturi unitare $\Delta\sigma_b$. În figura 2.14 este reprezentat ansamblul limitelor $\Delta\sigma_b$ pentru care nu se produce ruperea [77].

În concluzie, pe baza celor prezentate la punctele 2.2.1.1...2.2.1.6, rezultă că indiferent de tipul de solicitare, ruperea betonului se produce prin decoeziune sub efectul eforturilor unitare principale de întindere, când acestea ating valoarea rezistenţei la întindere. Ruperea are un caracter treptat, fiind rezultatul acumulării unei cantităţi critice de degradări, sub formă de microfisuri, apoi de fisuri.

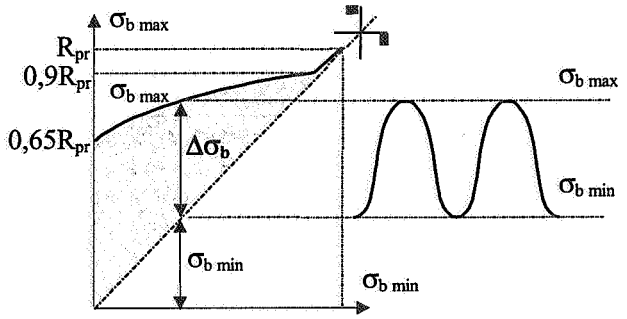


Fig. 2.14. Diagrama lui Goodman pentru determinarea limitelor eforturilor unitare la oboseală

În toate cazurile de solicitare statică de scurtă durată, se poate considera o comportare elastică până la valori ale eforturilor unitare egale cu aproximativ jumătate din rezistenţa la compresiune sau la întindere – rezistenţele de microfisurare. După depăşirea acestor valori, comportarea este elastico-plastică, datorită apariţiei şi dezvoltării deformaţiilor ireversibile, plastice, prin microfisurarea betonului; la rupere sunt predominante deformaţiile plastice. Aceste deformaţii fiind mici, ruperea betonului simplu are un caracter casant.

2.2.2. Încercări curente pentru determinarea rezistenţelor

Rezistenţele betonului la diferite solicitări se determină prin încercarea la rupere a unor probe de forme şi dimensiuni standardizate, respectând anumite criterii pentru determinarea acestora.

În practică sunt folosite de obicei două tipuri de determinări:

- pentru controlul calităţii betonului, probele sub formă de cilindri sau cuburi (sau alte forme) sunt confecţionate, păstrate şi încercate în condiţiile prescrise [32];
- pentru determinarea rezistenţei betonului obţinut într-o structură, probele de formă cilindrică sunt extrase cu freze speciale (caroteze) chiar din elementul de rezistenţă [60], [77], [140].

Controlul calităţii se face la producătorul de beton şi la utilizatorul betonului. Verificarea poate fi efectuată de producătorul de beton şi de executant, de a terţa parte (corp de control acreditat de stat), de investitor sau reprezentantul autorizat al acestuia.

În tabelul 2.1 sunt centralizate determinările şi tipurile de epruvete corespunzătoare, frecvent utilizate pentru determinarea rezistenţei la compresiune şi întindere.

Tabelul 2.1. Încercări uzuale pentru beton

Rezistenţa	Solicitarea	Epruveta	Denumirea	Simbolul
Rezistenţa la compresiune	Compresiune monoaxială	cub	Rezistenţa cubică (*clasa betonului*)	R_b
		cilindru	Rezistenţa cilindrică (*clasa betonului*)	R_{cil}
		prismă	Rezistenţa prismatică	R_{pr}
	Încovoiere	grindă armată	Rezistenţa la compresiune din încovoiere	R_i
Rezistenţa la întindere	Întindere monoaxială	prismă	Rezistenţa la întindere	R_t
	Întindere prin despicare	cilindru, cub, fragment de prismă	Rezistenţa la întindere prin despicare (încercare standardizată)	R_{td}
	Întindere prin încovoiere	prismă încovoiată	Rezistenţa la întindere din încovoiere (încercare standardizată)	R_t

2.2.2.1. Determinarea rezistenţei la compresiune

Controlul atingerii nivelelor de performanţă ale betonului se face pe baza rezistenţei la compresiune, principalul criteriu de calitate pentru definirea clasei betonului. În anexa 31 sunt prezentate criteriile de conformitate pentru verificarea realizării clasei de beton şi cele referitoare la stabilirea gradului de omogenitate al betonului [17].

Încercările se pot efectua pe probe de diferite forme şi dimensiuni. Organismele internaţionale recomandă epruvetele cilindrice cu raportul $h/D = 2$ (300/150 mm), admiţând şi utilizarea epruvetelor cubice cu latura de 150 mm.

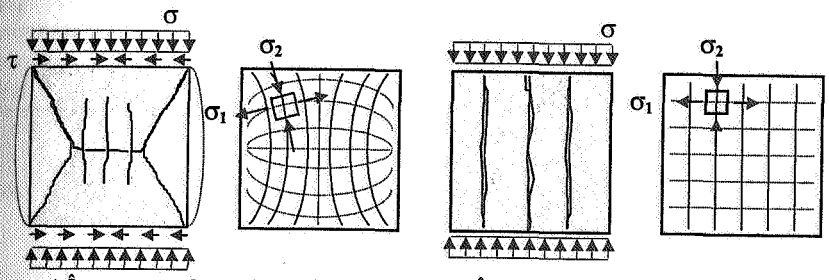
Alinierea normelor româneşti la cele europene în ceea ce priveşte clasele de calitate ale betonului a dus la obligativitatea utilizării epruvetelor cilindrice (SR EN 206-1: 2002 şi codul NE 012-99), pe lângă cele cubice, tradiţionale (STAS 1275-89).

Rezistenţa pe cuburi R_b

Rezistenţa la compresiune determinată pe cuburi este, alături de rezistenţa cilindrică, criteriul pentru stabilirea clasei betonului, conform punctului 5.2.2.1. Se utilizează cuburi cu latura de 150 mm, păstrate în regimul de umiditate şi temperatură prescris şi încercate la 28 de zile de la confecţionare [32], [17]. Încercarea cuburilor se face la compresiune monoaxială, cu prese hidraulice care realizează o încărcare uniform distribuită pe suprafaţa epruvetei. Cuburile se încarcă perpendicular pe direcţia de turnare a betonului.

Valoarea rezistenţei se determină cu relaţia $R_b = P_r / A$, unde P_r este forţa maximă, iar A aria suprafeţei perpendiculară pe direcţia de încărcare.

Încercarea la compresiune pe cuburi creează o stare de eforturi mai complexă decât cea monoaxială descrisă la punctul 2.2.1.1. Din cauza frecărilor între suprafeţele de contact ale platanelor presei şi ale cubului, iau naştere eforturi unitare tangenţiale, care împiedică deformaţiile transversale ale epruvetei la aceste niveluri. Eforturile unitare normale σ_b şi cele tangenţiale τ_b conduc la starea de tensiune biaxială din figura 2.15a, caracterizată prin eforturile unitare principale σ_1 (întindere) şi σ_2 (compresiune). Forma cubului rupt urmăreşte traseul eforturilor unitare principale de compresiune σ_2.



a) Încercare cu frecare între platane şi epruvetă

b) Încercare fără frecare între platane şi epruvetă

Fig. 2.15. Rezistenţa la compresiune pe cuburi

Dacă printr-un procedeu oarecare se anulează frecarea între platane şi beton, deformaţiile laterale vor fi mai accentuate pe toată înălţimea probei şi ruperea se produce prin separarea în stâlpişori; se obţin rezistenţe mai mici decât în cazul precedent, valorile fiind comparabile cu rezistenţa cilindrică, respectiv cu cea prismatică. Pentru determinarea clasei betonului, încercarea se realizează fără anularea frecării (fig. 2.15b).

Rezistenţa cilindrică şi rezistenţa prismatică, R_{cil}, R_{pr}

Determinarea rezistenţei la compresiune pe cilindri prezintă unele avantaje faţă de încercarea pe cuburi: s-a constatat că rezultatele experimentale prezintă o uniformitate mai mare, deoarece ruperea este mai puţin influenţată de frecarea dintre platane şi probă, respectiv distribuţia eforturilor pe secţiunile transversale este mai uniformă în cazul formei circulare [112]. Direcţia testării corespunde direcţiei de turnare a betonului, asemănător cu elementele structurale supuse la compresiune.

Pentru determinarea rezistenţei cilindrice şi prismatice se folosesc cilindri având înălţimea egală cu dublul diametrului (300/150 mm), respectiv prisme de 100/100/300 mm [32], [112]. Epruvetele sunt supuse la compresiune axială, la fel ca în cazul cuburilor. Influenţa frecării epruvetelor cu platanele presei determină traseul fisurilor, înclinate spre capete şi verticale în zona de mijloc (fig. 2.16a). Dacă nu se realizează centrarea perfectă, ruperea se poate produce prin lunecare după un plan înclinat faţă de axa barei la 45...60°.

Rezistenţele obţinute pe epruvete prismatice şi cilindrice sunt mai mici decât în cazul cubului. Valorile rapoartelor R_{cil}/R_b şi R_{pr}/R_b depind de raportul dimensiunilor epruvetelor h/a; cu cât acest raport este mai mare, influenţa frecării dintre platanele presei şi epruvete se resimte pe o înălţime mai mică şi deformaţiile laterale de alungire sunt libere pe o porţiune mai mare, ducând la scăderea rezistenţei. La aceeaşi zveltеţe h/a, raportul scade cu creşterea calităţii betonului [68].

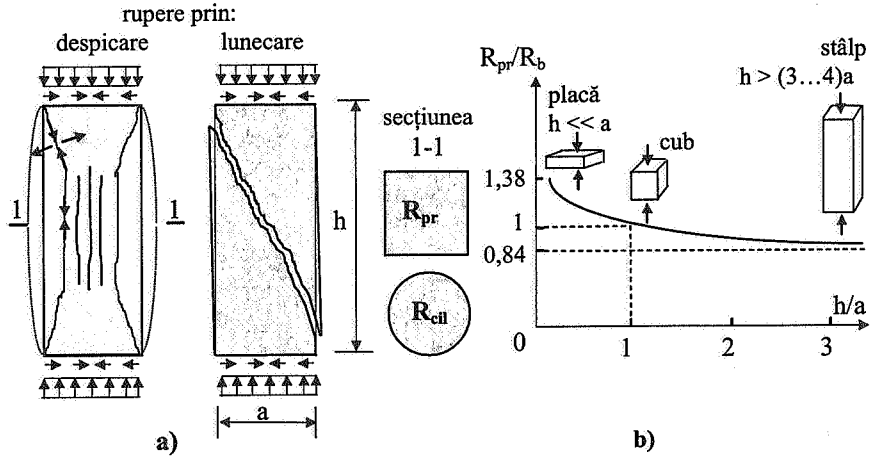


Fig. 2.16. Rezistenţa prismatică şi cilindrică

Se observă din figura 2.16b că în cazul elementelor prismatice cu raportul $h/a<1$, rezistenţa betonului este mai mare decât cea determinată pe cuburi. Această situaţie corespunde elementelor plane de tip placă. Pentru elementele la care raportul h/a este cuprins în limitele 3...4, rezistenţa este mai mică decât cea determinată pe cuburi, tinzând către o valoare constantă, R_{pr}. Această constatare are o aplicaţie practică în cazul stâlpilor, deoarece la aceste elemente raportul h/a în mod curent este mai mare decât patru.

Corelaţia între rezistenţa prismatică sau cilindrică şi rezistenţa cubică stabilită pe cuburi cu latura de 200 mm, bazată pe rezultatele experimentale, este aproximată de relaţiile:

$$R_{pr} = (0{,}7...0{,}8)R_{b\,200} \tag{2.4}$$

$$R_{cil} = 0{,}83\,R_{b\,200} \tag{2.5}$$

Pentru echivalarea rezistenţei obţinute pe cuburi cu o rezistenţă de tipul celei prismatice (sau cilindrice), se utilizează relaţia experimentală [31]:

$$R_{pr} = (0{,}87 - 0{,}002\,R_b)R_b\,,\ \text{în N/mm}^2 \tag{2.6}$$

Rezistenţa la compresiune din încovoiere R_i

Se determină pe grinzi din beton armat astfel alcătuite, încât ruperea să se producă în zona comprimată prin zdrobirea betonului, fără ca în armătură să se atingă limita de curgere (fig. 2.17a). Această comportare la rupere se obţine supraarmând zona întinsă a grinzii [53]. Ruperea betonului are loc la o valoare a efortului unitar de compresiune R_i, mai mică decât în cazul cubului şi mai mare decât în cazul prismei, deşi forma zonei comprimate a grinzii este prismatică:

$$R_i \cong 0{,}9R_{b\,200} \tag{2.7}$$

$$R_i \cong 1{,}25R_{pr} \tag{2.8}$$

Explicaţia relaţiei (2.8) constă în modul de deformare a zonei comprimate a unui element din beton armat încovoiat, forma acestei zone într-o secţiune transversală fiind cea din figura 2.17b. Deformaţiile de umflare, care însoţesc deformaţiile de compresiune, sunt mai mici într-un plan orizontal mai apropiat de axa neutră, având tendinţa de a împiedeca umflarea din planurile mai îndepărtate. Având în vedere ruperea betonului comprimat prin decoeziune laterală, împiedecarea parţială a umflării conduce la creşterea rezistenţei la compresiune. În cazul elementelor din beton armat, valoarea deformaţiilor specifice limită la compresiune şi forma diagramei eforturilor unitare normale de compresiune depind de configuraţia secţiunii transversale şi de suprafaţa zonei comprimate, determinată de procentul de armare.

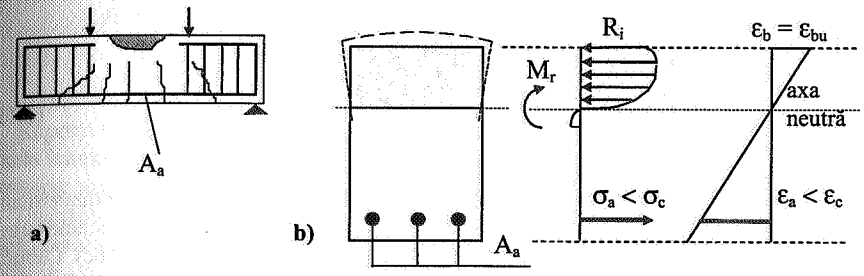


Fig. 2.17. Rezistenţa la compresiune din încovoiere

Diagrama eforturilor unitare de compresiune din beton înainte de rupere are forma parabolică (fig. 2.17b) şi este afină curbei $\sigma_b - \varepsilon_b$ din figura 2.29.

2.2.2. Determinarea rezistenţei la întindere

Rezistenţa la întindere centrică R_t

Solicitarea axială necesită centrarea mecanică şi fizică (coincidenţa direcţiei de acţiune a forţei cu axa geometrică a elementului, respectiv cu axa centrelor de greutate ale secţiunilor transversale), astfel ca eforturile unitare să fie uniform distribuite în orice secţiune transversală a elementului. Din cauza neomogenităţii betonului şi a prezenţei microfisurilor iniţiale, eforturile unitare normale de întindere nu sunt uniform distribuite pe secţiunea transversală, chiar dacă se realizează centrarea mecanică. Excentricitatea forţei influenţează defavorabil valoarea rezistenţei la întindere, mai pronunţat decât rezistenţa la compresiune.

Pentru a realiza fixarea epruvetelor astfel încât să poată fi încărcate axial, se folosesc epruvete cu alcătuire specială, de exemplu probe prismatice, având lipite la capete plăci de oţel legate la un dispozitiv cu articulaţie (fig. 2.18a) [53], [77].

Ruperea se produce prin despicarea în două a epruvetei, perpendicular pe direcţia întinderii.

În funcţie de calitatea betonului, rezistenţa la întindere poate avea valorile:

$$R_t \cong (1/20...1/10)R_b \tag{2.9}$$

Rezistenţa la întindere se poate determina şi prin calcul, cu formula lui Feret:

$$R_t = 0{,}5\,R_b^{\,2/3} \tag{2.10}$$

Din cauza dificultăţilor de determinare a rezistenţei la întindere axială, se folosesc cel mai des încercări la care solicitarea de întindere este consecinţa unui alt mod de încărcare.

Rezistența la întindere prin despicare R_{td}

Această încercare (metoda braziliană) constă în comprimarea unui cilindru cu înălțimea și diametrul de 150 mm după două generatoare diametral opuse.

Teoretic, dacă un cilindru este astfel încărcat, pe înălțimea secțiunii lui apar numai eforturi unitare principale de întindere (problema de elasticitate a lui Hertz). La o încercare practică, din cauza deformației locale a betonului, încărcarea se realizează pe o suprafață de o oarecare lățime; în consecință, în zonele de contact apar eforturi unitare de compresiune. Eforturile unitare de compresiune se extind însă pe o înălțime relativ redusă, iar eforturile unitare de întindere pot fi considerate uniform distribuite pe zona de mijloc a epruvetei (fig. 2.18b) [53]. Ruperea se produce din cauza deformațiilor de alungire, perpendiculare pe direcția de aplicare a încărcării; cilindrul se despică în două, atingând rezistența la întindere.

Rezistența la întindere din despicare R_{td} se determină cu relația:

$$R_{td} = \frac{2P}{\pi dl} = 0{,}64\frac{P}{dl} \tag{2.11}$$

în care d și l sunt diametrul, respectiv lungimea cilindrului.

La încercarea braziliană valorile rezistenței la întindere nu depind de forma și dimensiunile epruvetelor; de aceea, pentru încercare se pot folosi și alte forme de epruvete și anume cuburi sau bucăți de prismă, rezultate din încercarea la întindere din încovoiere (fig. 2.18c). Cuburile despicate se rotesc cu 90° și pot fi utilizate pentru determinarea rezistenței la compresiune (încercarea suedeză). Dacă determinarea se face pe astfel de epruvete, rezistența la întindere prin despicare se calculează cu relația:

$$R_{td} = \frac{2P}{\pi a^2} = 0{,}64\frac{P}{a^2} \tag{2.12}$$

Relația dintre R_t și R_{td} este:

$$R_t \cong (0{,}85...0{,}9)R_{td} \tag{2.13}$$

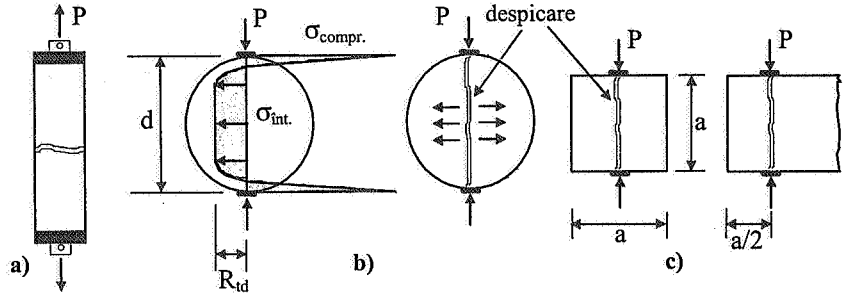


Fig. 2.18. Rezistența la întindere centrică și prin despicare

Rezistența la întindere din încovoiere R_t

Încercarea se face pe prisme simplu rezemate, având obișnuit dimensiunile de 100/100/550 mm, supuse la încovoiere prin aplicarea unei forțe concentrate la mijlocul deschiderii. Folosind schema statică din figura 2.19a, pe o prismă se pot efectua două încercări [32].

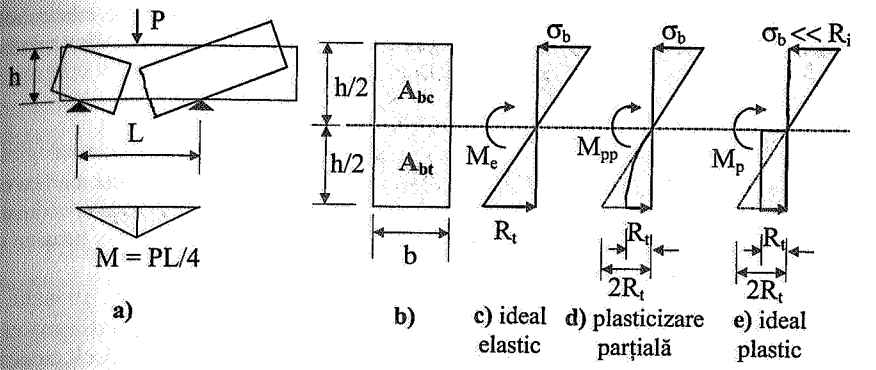


Fig. 2.19. Rezistența la întindere din încovoiere

Ruperea se produce în secțiunea de moment încovoietor maxim, printr-o fisură care apare în zona întinsă, sub forța concentrată, despicând în două epruveta. Rezistența la întindere din încovoiere are valori mai mari decât la întindere centrică sau la întindere prin despicare.

Diagrama de eforturi unitare normale pe înălțimea zonei comprimate poate fi considerată liniară, deoarece $\sigma_b << R_i$. În zona întinsă, distribuția eforturilor de întindere se modifică față de distribuția liniară (fig. 2.19c) prin plasticizarea betonului. Astfel, când în fibra cea mai întinsă de beton se atinge rezistența la întindere, efortul se transmite fibrei de beton alăturate, mai puțin solicitată. Această retransmitere se poate produce teoretic până la nivelul axei neutre – ipoteza corpului ideal plastic – rezultând diagrama dreptunghiulară pentru eforturile unitare normale de întindere (fig. 2.19e). Când toată zona întinsă este plasticizată, se produce fisurarea betonului întins și ruperea probei.

În realitate, pentru calități uzuale ale betonului, comportarea nu este ideal elastică sau ideal plastică. Zona întinsă se plasticizează parțial, deci diagrama eforturilor unitare de întindere are o formă curbilinie (fig. 2.19d). Gradul de plastificare al zonei întinse depinde de calitatea betonului, dimensiunile și forma secțiunii transversale, schema statică folosită la încercare etc.

Rezistența la întindere din încovoiere scade odată cu creșterea înălțimii secțiunii transversale. Betonul este un material neomogen, rezistențele au deci valori diferite în masa betonului; volumul de beton întins crescând o dată cu creșterea înălțimii secțiunii, crește și probabilitatea apariției unei rezistențe mai mici la întindere.

Rezistența la întindere din încovoiere se determină conform normelor românești pe prisme având $h = 100$ mm, admițând plasticizarea integrală:

$$R_t = \frac{M_p}{W_{pl}} = \frac{3{,}5M_p}{bh^2} = 0{,}875\frac{Pl}{bh^2} \tag{2.14}$$

2.2.3. Factorii care influențează rezistențele betonului

Criteriul determinant pentru calitatea betonului fiind rezistența la compresiune, factorii de influență analizați în continuare se referă în special la această rezistență.

Cei mai semnificativi factori sunt: compoziția, mijloacele de turnare a betonului, modul de compactare, direcția de solicitare a elementelor față de direcția de turnare, dimensiunile elementelor, vârsta betonului, modul de acțiune a încărcărilor, caracteristicile mediului

înconjurător [53], [61], [77]. Trebuie menționat că rezistența la compresiune este cu atât mai mare, cu cât compactitatea betonului este mai bună, deci factorii care au ca efect mărirea compactității asigură și rezistențe cu valori ridicate.

Influența componenților betonului

Influența *cimentului* se manifestă prin calitate, cantitate (dozaj) și natură mineralogică:

- calitatea cimentului: până la 28 de zile, rezistențele betonului sunt cu atât mai mari cu cât cimentul are o calitate mai bună, iar după această perioadă, rezistențele devin aproximativ egale (fig. 2.22); în general, cimenturile cu viteză de întărire mai mică dau betoane cu rezistențe finale mai mari;
- dozajul de ciment: între dozajul minim de ciment și cel maxim, rezistența betonului la compresiune crește aproape liniar (fig. 2.20); peste 350...400 kg/m^3, influența este nesemnificativă și obținerea unor rezistențe mai mari se face cu alte metode decât creșterea dozajului; în cazul rezistenței la întindere, dozajul mare de ciment produce creșterea tensiunilor inițiale din contracție;
- natura mineralogică: cu cât raportul dintre volumele componentelor cristaline și gelice este mai mare, rezistențele betonului sunt mai mari;
- creșterea fineții de măcinare mărește rezistențele betonului (în special rezistența la întindere), favorizând hidratarea unei cantități mai mari de ciment pe unitatea de volum.

Raportul A/C este în relație directă cu mijloacele de compactare utilizate și determină consistența betonului; se alege raportul minim care permite obținerea unei lucrabilități corespunzătoare, deoarece o cantitate prea mare de apă de amestecare duce la scăderea compactității.

Se poate observa din figura 2.21 că rezistențele maxime se obțin pentru betoanele de consistență vârtoasă, la un raport *A/C* cu atât mai mic, cu cât compactarea betonului este mai bună. Scăderea raportului *A/C* prin utilizarea aditivilor și alegerea unei curbe granulometrice adecvate favorizează obținerea unor rezistențe ridicate.

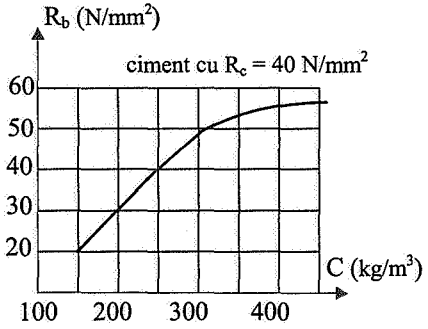


Fig. 2.20. Influența dozajului de ciment asupra rezistenței la compresiune

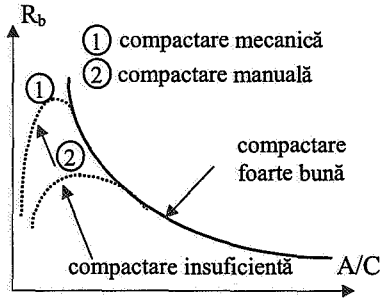


Fig 2.21. Influența raportului A/C și a modului de compactare

Agregatele trebuie să respecte anumite condiții privind granulozitatea, forma, mărimea și rezistența, condițiile de admisibilitate a agregatelor naturale grele fiind specificate în STAS 1667/1976.

Curba granulometrică a agregatelor asigură compactitatea maximă prin încadrarea în zona de granulozitate prescrisă, corespunzătoare dozajului de ciment și lucrabilității necesare.

Folosind agregate cu conținut mai mare de fracțiune grosieră, se obțin rezistențe mai ridicate ale betonului. Totuși, uneori se impune sporirea cantității de parte fină, pentru împiedicarea segregării betonului în timpul transportului, turnării și compactării. Dimensiunea maximă a particulelor ϕ_{max} este limitată în funcție de dimensiunea minimă a elementului D_{min}, de distanța d dintre armături și de grosimea c a stratului de acoperire cu beton [17]:

$$\phi_{max} \leq 1/4D_{min};\ 1/3D \text{ (plăci)};\ 1/6D \text{ (recipiente, monolitizări)}$$

$$\phi_{max} \leq d - 5 \text{ mm}; \leq 1{,}3c$$

Forma granulelor trebuie să fie cât mai apropiată de cea sferică, deoarece astfel este asigurată o compactitate maximă și o suprafață specifică minimă.

Rezistența agregatelor influențează defavorabil rezistența betonului numai dacă este mai mică decât de 1,5 ori rezistența pietrei de ciment; agregatele naturale grele au de regulă rezistența mai mare decât această limită.

Natura suprafeței agregatelor influențează calitatea betonului prin aderența cu piatra de ciment. Utilizarea agregatelor concasate, având o suprafață rugoasă, conduce la obținerea unor betoane cu rezistențe mai mari cu circa 10...15% comparativ cu betoanele confecționate cu agregate de râu, cu condiția să fie apropiate de forma sferică.

Aditivii sunt produse chimice introduse în beton în cantități de cel mult 5% substanță uscată raportată la masa cimentului, pentru a modifica în sensul dorit proprietățile acestuia. Adăugarea aditivilor se poate face înainte sau în timpul amestecării betonului. Se urmărește îmbunătățirea lucrabilității în cazurile în care turnarea betonului se realizează în condiții dificile, creșterea gradului de impermeabilitate, îmbunătățirea rezistenței la îngheț – dezgheț repetat, realizarea de betoane de clasă superioară, adaptarea prizei și întăririi la condițiile atmosferice sau tehnologice, prevenirea coroziunii în medii cu agresivitate ridicată.

Dozajul de aditivi este stabilit în funcție de tipul lor, prin reglementări tehnice în vigoare, agremente tehnice sau studii de laborator [17], [61].

Aditivii se caracterizează printr-un efect principal, însoțit de cele mai multe ori de efecte secundare, astfel că utilizarea lor, respectiv combinarea lor trebuie efectuată cu o atenție deosebită.

Se pot folosi următoarele combinații de aditivi:

- acceleratori de priză, utilizați pentru betonări pe timp friguros, împreună cu aditivi anti–îngheț, sau acceleratori de întărire, dacă este nevoie de rezistențe mari la termene scurte (de exemplu o decofrare timpurie);
- întârzietori de priză, împreună cu plastifianți sau superplastifianți, utilizați la betonări pe timp călduros sau dacă betonul este turnat prin tehnologii speciale, fără vibrare;
- reducători de apă sau intens reducători de apă; în combinație cu antrenori de aer sau impermeabilizatori, se folosesc pentru betoane cu permeabilitate redusă, pentru sporirea rezistenței la îngheț–dezgheț repetat; asocierea reducătorilor de apă cu inhibitori de coroziune este recomandată pentru betoane în medii agresive;
- superplastifianții împreună cu aditivi intens reducători de apă permit realizarea betoanelor de clase superioare.

Adaosurile sunt materiale anorganice care adăugate în beton în cantități de peste 5% substanță uscată raportată la masa cimentului, modifică favorabil proprietățile acestuia (lucrabilitatea, gradul de impermeabilitate etc.). Adaosurile pot fi inerte, când înlocuiesc o parte din fracțiunea fină a agregatelor sau pot fi active, cu proprietăți hidraulice de liant – zgura de furnal, praful de silice etc.

Influența modului de punere în operă

Tehnologiile de punere în operă se referă la toate aspectele care pot asigura calitatea betonului: păstrarea și dozarea componenților, prepararea și transportul betonului, calitatea și starea cofrajelor, turnarea betonului proaspăt, modul de compactare a betonului, eventualele tratamente speciale, îngrijirile din perioada prizei cimentului, protejarea betonului proaspăt etc. Factorul cel mai important este modul de compactare a betonului. Procedeele de compactare mecanică utilizate cel mai frecvent sunt vibrarea, vacuumarea, vibrovacuumarea, vibropresarea, centrifugarea și torcretarea betonului.

Influența formei și dimensiunilor epruvetelor

Pentru aceeași calitate de beton, rezultatele încercărilor sunt diferite în funcție de forma epruvetelor utilizate, după cum s-a văzut în paragraful precedent.

Dacă epruvetele au aceeași formă, rezistențele la compresiune sunt cu atât mai mari cu cât dimensiunile sunt mai mici, deoarece influența frecării între platanele presei și epruvetă crește cu cât înălțimea probei este mai mică. De exemplu, în cazul cuburilor de 100, 200 și 300 mm se pot admite factorii de conversie:

$$0{,}9R_{b100} = R_{b200} = 1{,}1R_{b300}$$

Influența vârstei betonului

Rezistența betonului crește la început cu viteză mare, la 28 de zile atingându-se pentru betonul obișnuit aproximativ 90% din rezistența finală (fig. 2.22); în continuare, creșterea devine din ce în ce mai lentă. În cazul betoanelor păstrate în mediu umed, rezistențele cresc mai lent, dar valorile finale sunt mai mari decât ale betoanelor păstrate în mediu uscat.

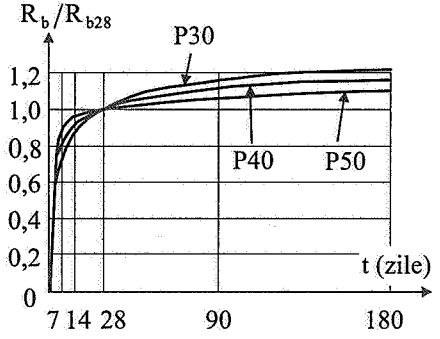


Fig. 2.22. Variația rezistenței la compresiune în funcție de timp, pentru beton cu ciment Portland

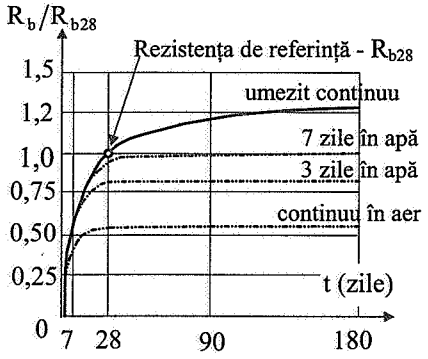


Fig. 2.23. Evoluția rezistenței la compresiune în funcție de condițiile de umiditate

În practică este necesar de multe ori să se aprecieze rezistența betonului la o vârstă oarecare t. Rezistența la compresiune la o vârstă t se poate evalua în funcție de rezistența la compresiune a betonului la vârsta de 28 de zile, după diferite relații date în literatură.

De exemplu, relația logaritmică a lui Skramtaev [53] se poate aplica dacă vârsta betonului nu este prea mare (deoarece, pentru $t \to \infty$, ar rezulta $R_{b,t} \to \infty$):

$$R_{b,t} = 0{,}69R_{b28}\log t \qquad (2.15)$$

Relațiile exponențiale, așa cum este și cea prevăzută în EC2 (pct. 14.2.1.2), pot fi aplicate la orice vârstă.

Influența temperaturii mediului

Evoluția valorilor rezistențelor betonului este influențată de temperatura mediului la turnarea betonului și în perioada întăririi lui [77].

Temperatura ideală de turnare pentru betoanele obișnuite este cuprinsă între 10...16°C. Dacă în primele trei zile de la confecționare apar temperaturi negative, procesul de hidratare este afectat prin formarea cristalelor de gheață; chiar dacă înghețul se produce în a treia zi după turnare, pierderile de rezistență pot fi de ordinul a 10...40 %. Se poate totuși obține o rezistență satisfăcătoare, dacă după dezgheț se revibrează betonul [108]. Imediat după terminarea prizei cimentului, betonul are rezistența minimă și un îngheț produs în acest moment poate compromite total rezistența. Dacă înghețul se produce în perioada de priză, după dezgheț hidratarea cimentului continuă, rezistențele finale vor fi însă mult reduse. Betonarea în condiții de îngheț necesită măsuri de protecție care să asigure în primele 3 zile menținerea unei temperaturi de cel puțin +5°C; chiar și în acest caz trebuie să se țină seama de întârzierea obținerii rezistenței prescrise.

Dacă temperatura de betonare este prea ridicată, evaporarea apei se produce cu viteză mărită și poate să apară fenomenul de întărire prematură sau priza parțială, ducând la scăderea rezistențelor. În această situație, temperatura mediului conduce la un efect cumulat cu căldura de hidratare.

Influența umidității relative

Este foarte important ca în primele zile de la turnare să nu se producă pierderi mari de apă prin evaporare, deoarece acestea afectează rezistențele betonului și provoacă deformații puternice de contracție. Din acest motiv, betonul proaspăt trebuie stropit cu apă sau protejat prin acoperire cu folii, de exemplu.

În situația în care se folosesc tratamente termice pentru accelerarea prizei și întăririi betonului, acestea se fac în condiții de umiditate apropiată de 100%. În figura 2.23 este prezentată influența umidității mediului asupra rezistenței betonului [112].

Influența factorilor biologici

Mediul poate acționa asupra betonului și prin factori biologici. De exemplu, în cazul construcțiilor agrozootehnice, a rezervoarelor pentru produse biologice, a bazinelor de epurare a apei, în canalele de colectare a apelor uzate, se pot dezvolta microorganisme, care provoacă atacul chimic acid sau de altă natură a betonului (pct. 4.5).

2.3. DEFORMAȚIILE BETONULUI

2.3.1. Natura deformațiilor betonului

Betonul este un material deformabil, valorile deformațiilor atinse la rupere sunt însă foarte mici, orientativ de ordinul a 0,1...6 mm/m.

Datorită structurii sale mixte, proprietățile de deformare ale betonului sunt influențate atât de componenții lui, cât și de legătura dintre agregate și piatra de ciment.

Cauzele care provoacă deformații pot fi intrinseci (proprii) sau exterioare (încărcări directe, deplasări impuse, variații de temperatură etc.).

Astfel, betonul suferă deformații intrinseci de *contracție* și *umflare*; aceste deformații au un caracter de volum, ca și cele provocate de variațiile de temperatură climatice, sau rezultate din unele procese tehnologice.

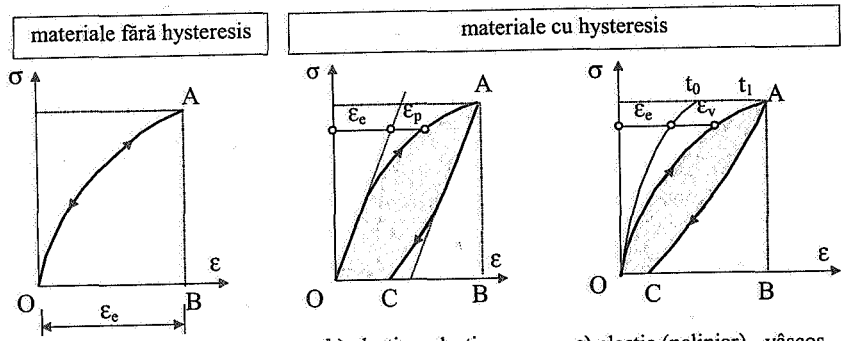
Tipurile de *deformații produse de încărcări* sunt influențate de natura solicitărilor, de durata lor de acțiune, de starea de solicitare (mono-, bi-, sau triaxială) și de mărimea eforturilor unitare produse; și aceste deformații au caracter de volum, dar se dezvoltă preponderent pe direcția de aplicare a încărcării.

Caracteristicile de deformare pot fi puse în evidență urmărind un ciclu de încărcare – descărcare; se disting trei tipuri ideale de deformații.

Deformațiile elastice ε_e pot fi liniare sau neliniare, primele fiind proporționale cu efortul unitar normal, celelalte depinzând de efortul unitar după o lege neliniară; la încetarea acțiunii, corpul revine imediat la forma inițială (fig. 2.24a); energia de deformare înmagazinată de corp este eliberată sub formă de energie cinetică.

Deformațiile plastice ε_p apar la un anumit nivel de solicitare, cresc atât timp cât se menține încărcarea, iar după încetarea acțiunii, constituie deformații ireversibile ε_∞; în figura 2.24b este arătată curba de deformație pentru un corp elastic–plastic. Energia de deformare înmagazinată de corp este disipată în mare parte sub formă de deformații ireversibile.

Deformațiile vâscoase ε_v se dezvoltă în timp și sunt parțial reversibile după încetarea acțiunii. În figura 2.24c este dată curba de deformație a unui corp elastic–vâscos. Deformația totală la o anumită valoare a efortului unitar cuprinde deformația elastică instantanee ε_e care se produce la timpul t_0 și creșterea vâscoasă a deformației ε_v în intervalul $t_0 \dots t_1$; după încetarea acțiunii, are loc revenirea elastică și o revenire parțială în timp a componentei vâscoase (postacțiunea elastică). O parte din energia de deformare înmagazinată de corp este eliberată sub formă de energie calorică.



a) elastic neliniar **b)** elastic - plastic **c)** elastic (neliniar) - vâscos

Fig. 2.24. Deformații elastice, vâscoase și plastice

Curbele de descărcare în cazul materialelor cu deformații vâscoase sau plastice nu se suprapun peste curbele de încărcare, închizând o anumită suprafață. Acest fenomen este cunoscut sub numele de hysteresis[1]; suprafețele *OAB* reprezintă energia absorbită, iar

[1] Hysteresis = decalajul dintre două faze succesive ale unui proces fizic, în cazul legii de variație $\sigma - \varepsilon$, între curba de încărcare și curba de descărcare.

suprafețele *OAC* reprezintă energia disipată (fig. 2.24b,c); se observă că deformarea elastică nu este însoțită de hysteresis [47].

Tipurile ideale de deformații pot descrie convențional și comportarea betonului sub sarcini. Componentele structurale ale betonului se deformează în mod diferit: faza solidă se deformează elastic, componenta gelică duce la deformații vâscoase dependente de timp, iar discontinuitățile de structură, în special microfisurile, conduc la dezvoltarea deformațiilor plastice.

Dacă forțele exterioare sunt suficient de mari pentru a învinge frecarea dintre granulele de agregat și piatra de ciment, apare deformația plastică, sub formă de lunecare intergranulară; amorsarea deformației se face deci prin compromiterea aderenței agregat – piatră de ciment. De aceea, deformația plastică produce distrugeri locale ireversibile în masa betonului. Deformațiile plastice propriu-zise apar pentru valori ale efortului unitar σ_b care depășesc limita de microfisurare R_0.

În cazul gelurilor, care au o anumită rigiditate la forfecare, curgerea vâscoasă se poate produce numai după depășirea unei anumite limite a eforturilor unitare.

Variațiile de intensitate, durată și frecvență de aplicare, pe care încărcările le pot avea pe durata de exploatare a unei construcții determină apariția și suprapunerea mai multor tipuri de deformații și chiar interacțiunea lor, prezentând interes practic valoarea lor maximă la un moment dat. Normele de calcul dau procedee de evaluare a deformațiilor, de regulă prin scheme simplificate de calcul (cap. 5).

În general, în calculul elementelor structurale se admite că deformațiile betonului provoacă eforturi numai dacă nu se pot dezvolta liber. În cele mai multe cazuri, deformațiile elementelor structurale sunt împiedicate, prin:

- legătura elementelor cu reazemele (fundații, alte elemente structurale), sau legătura dintre elementele componente, în cazul structurilor static nedeterminate;
- prezența armăturilor; oțelul având alte caracteristici de deformare decât betonul, determină frânarea anumitor tipuri de deformații, ca de exemplu, a contracției betonului;
- frecările care iau naștere din cauza contracției neuniforme a straturilor succesive de beton, turnate în etape diferite sau aflate în medii cu umidități diferite; de exemplu, în cazul elementelor masive, betonul se toarnă în reprize succesive, rezultând straturi de vârste diferite și deci cu deformații diferite.

GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL BUCUREȘTI

2.3.2. Contracția betonului

Descrierea fenomenului

De la începutul prizei până la întărirea completă care poate dura ani, betonul suferă modificări de volum datorită variației conținutului de apă din piatra de ciment.

Astfel, într-un mediu uscat, volumul betonului scade, producându-se *contracția*, iar în apă, volumul crește prin *umflare* (fig. 2.25).

Dacă o probă de beton având o vârstă relativ redusă a fost păstrată un timp în mediu uscat, apoi este introdusă în apă, contracția produsă inițial se atenuează; la o nouă expunere în mediu uscat, se produce o contracție mai mică (fig. 2.26). Valoarea contracției $\varepsilon_{c,t}$ la timpul t, respectiv valoarea finală $\varepsilon_{c,\infty}$ sunt mai mici decât pentru betonul păstrat numai în aer.

Fenomenele de contracție și umflare sunt *parțial reversibile*; la un timp t, deformația totală din contracție $\varepsilon_{c,t}$ are o componentă reversibilă ε_{crev} și o componentă ireversibilă ε_{cirev} [53].

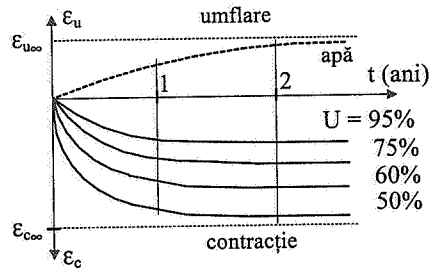


Fig. 2.25. Contracția și umflarea betonului

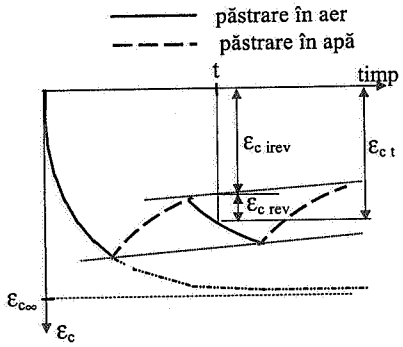


Fig. 2.26. Reversibilitatea parțială a contracției

La betoanele confecționate cu cimenturi obișnuite, de tip Portland, deformația din contracție este mult mai mare decât cea din umflare. Contracția betonului păstrat în condiții de umiditate relativă normală poate atinge valorile finale $\varepsilon_{c,\infty} = 0{,}4...0{,}8\,\text{mm/m}$, teoretic pentru $t = \infty$. Deoarece deformația specifică din contracție este mai mare decât deformația specifică limită la întindere, $\varepsilon_{tu} = 0{,}1...0{,}15\,\text{mm/m}$, se poate produce *fisurarea* betonului, dacă deformația din contracție este împiedicată.

Deformațiile din contracție și umflare se dezvoltă după legi neliniare, la o vârstă redusă cu viteză mare, apoi din ce în ce mai lent; în prima lună de la turnare se consumă circa 30% din deformația finală de contracție, iar după un an, aproximativ 75...90 % din deformația finală $\varepsilon_{c,\infty}$ (fig. 2.25). Fenomenul este deci foarte intens în perioada de întărire, dar se amortizează după un timp (tinde către o valoare limită), prezentând fluctuații în funcție de variația umidității mediului.

Amortizarea deformației din contracție se produce pe măsură ce întărirea cimentului se apropie de sfârșit, depinzând de tipul cimentului utilizat; de regulă, pentru betoanele obișnuite, grele, amortizarea se produce în 3…5 ani, iar în cazul betoanelor hidrotehnice, în 10…15 ani.

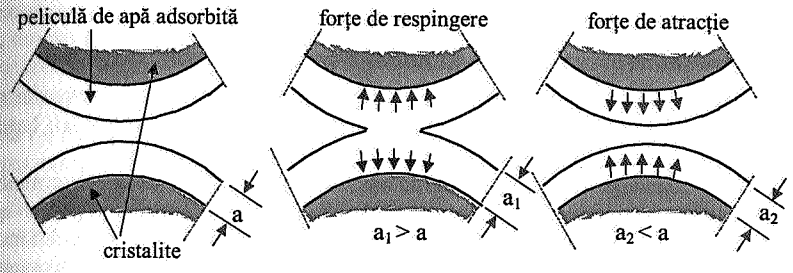
Cauzele deformațiilor din contracție

Până în prezent, nu s-a reușit elaborarea unei explicații pe deplin satisfăcătoare privind evoluția deformațiilor din contracție și umflare. Toate teoriile elaborate se bazează pe ideea că deformațiile proprii ale betonului se datorează deplasării apei în masa betonului. În betonul proaspăt, apa se deplasează sub influența proceselor de transformare a pastei de ciment în piatră de ciment, iar în betonul întărit, sub efectul variațiilor de umiditate și temperatură din mediul înconjurător [53], [112], [113].

La întărirea betonului în mediu uscat, se produce mai întâi pierderea apei libere prin evaporare, ceea ce nu provoacă contracția betonului. Datorită scăderii umidității, începe migrarea apei legate prin adsorbție pe suprafața cristalitelor care constituie scheletul gelurilor, pentru a restabili echilibrul molecular cu umiditatea mediului. Gelurile prezintă o suprafață specifică mare și reține prin adsorbție o cantitate mare de apă, sub forma unor pelicule de grosime redusă; aceasta apă se deplasează în masa betonului fie spre nucleele încă nehidratate de ciment, fie spre porii de dimensiuni mai mari, de unde se evaporă. În consecință, peliculele scad ca grosime și iau naștere forțe de atracție între cristalitele gelului, care se apropie, producând astfel contracția la scara întregului volum de beton (fig. 2.27c).

În timp, volumul fazei gelice se reduce prin cristalizare și prin întrepătrunderea cristalitelor – are loc fenomenul denumit îmbătrânirea gelurilor. Structura puternică formată astfel se opune din ce în ce mai mult deformațiilor generate de migrarea apei, ceea ce poate explica amortizarea contracției în timp.

Dacă umiditatea relativă a mediului este mare, se produce mișcarea apei în ordine inversă: peliculele de apă adsorbită pe suprafața gelurilor se îngroașă și produc forțe de respingere, apa umple apoi porii microcapilari și capilari și se produce umflarea betonului (fig. 2.27b). Astfel se poate explica reversibilitatea parțială a deformației din contracție la betoanele de vârstă redusă.



a) stare de echilibru **b)** umflare **c)** contracție

Fig. 2.27. Variația grosimii peliculelor de apă adsorbită

Reversibilitatea parțială a deformației din contracție a fost observată însă și la betoanele de vârstă mai mare. Fenomenul se poate datora modificării tensiunii superficiale a apei din porii de dimensiuni capilare în funcție de starea de umiditate a mediului înconjurător. Pe măsură ce apa se pierde spre suprafața betonului păstrat în aer, tensiunile superficiale, dirijate tangent la suprafața de contact cu pereții porilor. În condiții de umiditate relativă normală (55…60 % în interiorul încăperilor), tensiunile tangențiale din pori sunt mari. Pereții porilor capilari sunt supuși la forțe de compresiune ce echilibrează aceste tensiuni; poziția și orientarea porilor capilari în masa betonului fiind dezordonată, rezultă o stare de tensiune triaxială de compresiune, care duce la contracția betonului. Dacă umiditatea relativă crește, pentru a menține echilibrul, tensiunile tangențiale capilare scad; acest lucru are ca efect scăderea forțelor de compresiune din pereții porilor, deci reducerea deformației din contracție.

Se poate concluziona:

- componenta ireversibilă a contracției se datorează îmbătrânirii gelurilor, manifestată prin reducerea progresivă a volumului lor și creșterea volumului formațiunilor cristaline;
- componenta reversibilă a contracției datorată fenomenului de capilaritate este independentă de vârsta betonului, iar cea datorată modificării grosimii peliculelor de apă adsorbite pe suprafața gelurilor este dependentă de vârsta betonului; deoarece gelurile îmbătrânesc (se usucă), componenta reversibilă scade în timp (fig. 2.26);
- la nivelul componentelor pietrei de ciment, granulele nehidratate și cristalele se opun contracției gelurilor, în consecință sunt comprimate, iar gelurile sunt întinse; la nivelul betonului, agregatele împiedică deformarea pietrei de ciment, care este întinsă și în unele zone fisurează, când se depășește limita rezistenței la întindere.

Fenomenele descrise se referă la contracția denumită și contracție hidraulică, produsă după priza și întărirea cimentului.

În perioada de întărire a betonului, pot să apară şi alte tipuri de contracţie, depinzând atât de structura betonului, cât şi de dimensiunile elementelor structurale:

- contracţia chimică a cimentului, sau contracţia intrinsecă; volumul absolut ocupat de cimentul hidratat este mai mic decât suma volumelor absolute ale cimentului nehidratat şi apei;
- contracţia termică a miezului construcţiilor masive; căldura degajată în procesul exotermic de întărire duce la încălzirea betonului din interiorul masivului, provocând dilatarea lui; prin răcirea ulterioară, se produce contracţia;
- contracţia de carbonatare; se produce la suprafaţa elementelor, numai în anumite condiţii de umiditate relativă, însoţind reacţia de transformare a hidroxidului de calciu $Ca(OH)_2$ în carbonat de calciu $CaCO_3$, în contact cu dioxidul de carbon CO_2.

Factorii care influenţează contracţia şi umflarea betonului

Prin prisma cauzelor structurale sau impuse de condiţiile de mediu, se trec în revistă, sumar, factorii determinanţi în procesul de evoluţie a contracţiei şi umflării betonului, avându-se în vedere în special contracţia, care are efecte mai defavorabile.

Starea de umiditate şi *temperatură* a mediului de păstrare după turnare determină direct cantitatea de apă care se deplasează în masa betonului şi cea care se pierde prin evaporare. Cu cât umiditatea relativă este mai mică, iar temperaturile mai mari, valorile deformaţiilor din contracţie cresc.

Volumul gelurilor rezultate din hidratarea cimentului creşte cu dozajul de ciment şi cu fineţea de măcinare a acestuia, ducând la creşterea deformaţiilor din contracţie.

Agregatele influenţează prin proporţia fracţiunilor de dimensiuni diferite, exprimată prin curba granulometrică; cu cât raportul *P/N* este mai mic, creşte suprafaţa specifică a agregatelor, deci şi cantitatea necesară de apă de amestecare pentru obţinerea unei lucrabilităţi corespunzătoare. Contracţia este cu atât mai mare cu cât cantitatea de agregate în raport cu cantitatea de ciment este mai mică, în consecinţă $\varepsilon_{c\,ciment} > \varepsilon_{c\,mortar} > \varepsilon_{c\,beton}$.

Aditivii utilizaţi în amestecul de beton pot influenţa diferit deformaţiile din contracţie în funcţie de tipul lor, în special prin proprietatea de a reduce raportul *A/C*.

Posibilitatea de evaporare a apei depinde de volumul, mărimea şi natura porilor; contracţia este mai mare dacă în masa betonului porii alcătuiesc o reţea continuă, în contact cu exteriorul.

Contracţia este cu atât mai mare cu cât suprafaţa specifică, dată de raportul dintre suprafaţa expusă şi volumul unui element, este mai mare.

Forma elementelor: în cazul elementelor liniare, contracţia axială este predominantă, în timp ce la elementele de volum este semnificativă contracţia superficială.

Modul de punere în operă permite reducerea raportului *A/C* fără afectarea lucrabilităţii, dacă se utilizează tehnologii adecvate de compactare a betonului. Revibrarea betonului în perioada de priză reduce deformaţiile iniţiale din contracţie, deoarece reface structura betonului, anulând astfel efectele negative ale contracţiei iniţiale.

În general, cu cât se obţine o compactitatea mai mare a betonului, rezistenţele betonului vor fi mai mari, iar deformaţiile din contracţie mai mici.

Legea de evoluţie în timp a contracţiei

S-a observat că într-un mediu cu regim staţionar de umiditate şi temperatură, evoluţia în timp a contracţiei şi umflării se produce după o curbă având aceeaşi alură, indiferent de factorii care influenţează cantitativ aceste deformaţii.

Pentru descrierea variaţiei deformaţiei din contracţie în timp, se folosesc în general legi exponenţiale, ca de exemplu relaţia [53]:

$$\varepsilon_{ct} = \varepsilon_{c\infty}\left(1 - e^{-\beta t}\right) \tag{2.16}$$

în care: ε_{ct} este contracţia specifică a betonului la un timp t;

$\varepsilon_{c\infty}$ – valoarea finală a contracţiei specifice a betonului, atinsă teoretic pentru $t = \infty$;

β – coeficient experimental care ţine seama de evoluţia contracţiei în timp şi de influenţa mediului.

Cunoaşterea evoluţiei contracţiei în funcţie de vârsta betonului este necesară în anumite situaţii, de exemplu, la realizarea unor betonări în etape succesive, când se creează o stare suplimentară de tensiune produsă de diferenţele de contracţie.

Deformaţia de contracţie se poate exprima printr-o expresie de forma $\varepsilon_c(t,\tau)$, în funcţie de vârsta t a betonului în momentul determinării contracţiei şi de vârsta τ când a început măsurarea contracţiei. Intervalul de timp $t-\tau$ reprezintă perioada de urmărire a contracţiei. Viteza de dezvoltare a contracţiei, $\mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{d}\varepsilon_c / \mathrm{d}t$ este aceeaşi la o anumită vârstă t, deci curbele care descriu contracţia betonului pentru vârste diferite sunt afine (fig. 2.28).

Cunoscând legea de variaţie a contracţiei începând de la vârsta τ_0, se poate determina contracţia începând de la vârsta τ_1, cu relaţia:

$$\varepsilon_c(t,\tau_1) = \varepsilon_c(t,\tau_0) - \varepsilon_c(\tau_1,\tau_0) \tag{2.17}$$

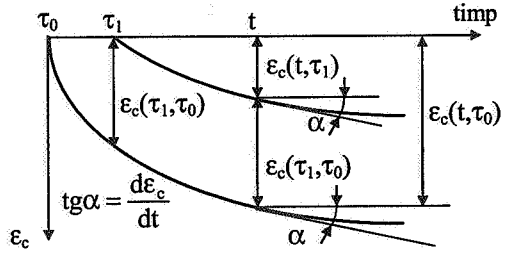


Fig. 2.28. Paralelismul curbelor de contracţie a betonului la vârste diferite

Măsuri pentru reducerea efectelor negative ale contracţiei betonului

Contracţia dă naştere la o stare iniţială de tensiune între componentele betonului, provocând apariţia microfisurilor sau a fisurilor încă înainte de aplicarea încărcărilor exterioare. Aspectul care prezintă importanţă practică deosebită este dezvoltarea foarte pronunţată a contracţiei în primele ore sau zile de la turnarea betonului, deci când rezistenţa betonului este încă scăzută; în această perioadă sunt necesare măsuri tehnologice pentru diminuarea acestui fenomen.

Pe lângă adoptarea unei compoziţii adecvate a betonului, câteva din măsurile care se iau în mod obişnuit sunt:

- menţinerea betonului în mediu umed, prin stropire cu apă cel puţin în primele 7 zile de la turnare, mai ales când condiţiile exterioare favorizează evaporarea apei din masa betonului;
- limitarea volumelor de beton turnate într-o repriză, în special în cazul construcţiilor masive;

- compactarea prin vibrare şi revibrarea în perioada de priză, deoarece astfel se reduc tensiunile interioare create prin contracţie;
- prevederea unor rosturi de deformaţie pentru a asigura deformarea liberă a tronsoanelor;
- evitarea, pe cât posibil, a procentelor mari de armare (vezi contracţia betonului armat) precum şi dispunerea unei armări minime constructive, pentru a asigura o distribuţie cât mai uniformă a fisurilor din contracţie;
- adoptarea unor reazeme flexibile, în cazuri speciale.

2.3.3. Deformaţiile betonului din variaţiile de temperatură

Pentru construcţiile curente se iau în considerare numai variaţiile de temperatură ale mediului ambiant, climatice sau tehnologice. Efectul variaţiilor de temperatură asupra structurilor se consideră ca deformaţii impuse.

Pentru elementele liniare, deformaţiile sub formă de alungiri sau scurtări axiale se calculează cu relaţia:

$$\pm\Delta l = l\,\varepsilon_{\Delta t} = l\,\Delta t\,\alpha \qquad (2.18)$$

în care: l este lungimea iniţială a elementului;

Δt – gradientul de temperatură, în °C;

α – coeficientul de dilataţie termică, având valoarea 10^{-5}/°C (sau 0,01 mm/m,°C).

În cazul construcţiilor hidrotehnice masive, se iau în considerare şi variaţiile de temperatură produse în timpul hidratării cimentului. Miezul masivului are o temperatură mai ridicată decât învelişul, rezultând o tendinţă de dilatare care supune învelişul la întindere, ca în cazul contracţiei [81].

2.3.4. Deformaţiile betonului sub încărcări

2.3.4.1. Încărcări statice de scurtă durată. Curba caracteristică şi modulii de deformaţie

Curba caracteristică a betonului solicitat axial de încărcări de scurtă durată

Forma diagramei $\sigma_b - \varepsilon_b$ pentru o prismă supusă la compresiune, respectiv la întindere axială este prezentată în figura 2.29, pe baza comportării descrise la punctul 2.2.1. Legătura între deformaţiile specifice ε_b şi eforturile unitare normale σ_b reprezintă *curba caracteristică a betonului*; cunoaşterea legii $\sigma_b - \varepsilon_b$ este necesară pentru calculul elementelor din beton, beton armat şi precomprimat.

Curba caracteristică se obţine experimental pentru o încercare de scurtă durată, efectuată cu viteză de încărcare $d\sigma/dt$ constantă; ramura descendentă a curbei caracteristice poate fi construită dacă încercarea se realizează cu viteză de deformare $d\varepsilon/dt$ constantă.

Se observă din figura 2.29 că relaţia $\sigma_b - \varepsilon_b$ este neliniară chiar de la trepte mici de încărcare, din cauza deformaţiilor plastice care se produc; deformaţiile vâscoase sunt neglijabile, încărcarea fiind de scurtă durată.

Dacă eforturile unitare σ_b nu depăşesc limita de microfisurare R_0, se admite în general că betonul are numai deformaţii elastice. Peste limita de microfisurare încep să se dezvolte

din ce în ce mai pronunţat deformaţiile plastice; acest mod de deformare corespunde cu comportarea materialului elastic – plastic din figura 2.24b.

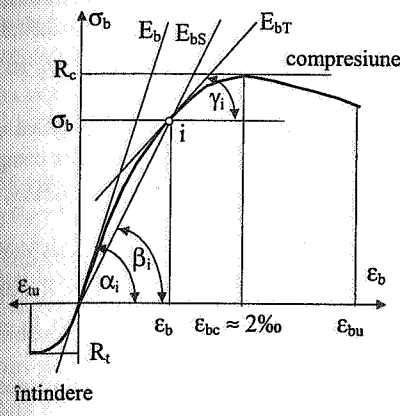


Fig. 2.29. Curba caracteristică a betonului solicitat axial până la rupere

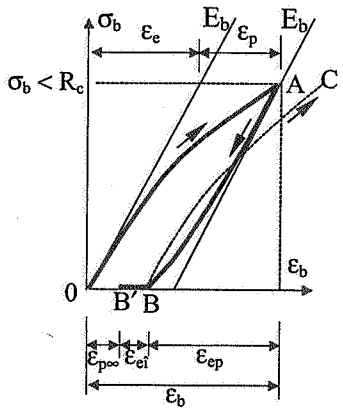


Fig. 2.30. Ciclul de încărcare - descărcare

În funcţie de natura solicitării, deformaţia specifică ultimă, egală cu suma deformaţiilor specifice elastice şi plastice înregistrate în momentul distrugerii probei, are valorile:

ε_{bu} = 1,5...3,0 mm/m – compresiune axială

ε_{bu} = 3,0...7,0 mm/m – compresiune din încovoiere

ε_{tu} = 0,1...0,15 mm/m – întindere

Forma curbei depinde de *viteza de încărcare*. În figura 2.31 sunt prezentate rezultatele încercărilor efectuate cu diferite viteze de încărcare; rezistenţele betonului cresc, iar deformaţiile specifice ultime scad cu cât încărcarea este aplicată cu viteză mai mare [77], [91]. Dacă, teoretic, încărcarea ar fi aplicată instantaneu, curba caracteristică ar deveni o dreaptă, având panta $E_b = \operatorname{tg}\alpha$ (modulul de elasticitate); deformaţiile, produse tot instantaneu, ar fi în acest caz numai elastice.

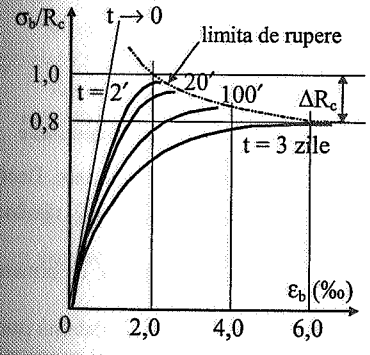


Fig. 2.31. Influenţa vitezei de încărcare asupra formei curbei caracteristice

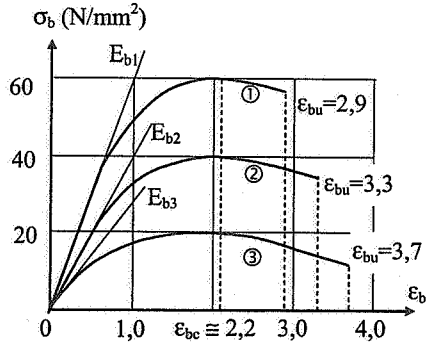


Fig. 2.32. Influenţa calităţii betonului asupra formei curbei caracteristice

Influența *calității betonului* asupra proprietăților de deformare se poate urmări în figura 2.32 [77]. Se constată că deformația corespunzătoare rezistenței betonului la compresiune (ordonata maximă a curbei caracteristice) este practic aceeași indiferent de calitatea betonului și anume $\varepsilon_{bc} \cong 2{,}2\,‰$, în timp ce deformația specifică ultimă diferă mult, $\varepsilon_{bu} = 2{,}9...3{,}7\,‰$, scăzând odată cu creșterea clasei betonului. Tangentele în origine la curbele $\sigma_b - \varepsilon_b$ au pantă diferită, cu atât mai mare, cu cât calitatea betonului este mai bună.

Dacă betonul este solicitat bi- sau triaxial la compresiune, deformația specifică ultimă crește foarte mult. În figura 2.33 se dă diagrama $\sigma_b - \varepsilon_b$ pentru un element cilindric comprimat centric, din beton armat cu fretă în spirală, deci cu deformații împiedicate și comparativ, curba $\sigma_b - \varepsilon_b$ pentru un cilindru cu deformații transversale libere [93].

Componentele deformațiilor specifice pot fi puse în evidență dacă o epruvetă din beton se încarcă cu viteză redusă astfel ca efortul unitar de compresiune să fie $\sigma_b < R_c$, apoi se descarcă. Se obține o curbă de încărcare–descărcare, reprezentată în figura 2.30, în care se disting patru zone:

- curba de încărcare $O - A$, cu deformații elastice ε_e și plastice ε_p și eventual vâscoase ε_v, dând deformația specifică totală a betonului, ε_b;
- curba de descărcare $A - B$, cu o revenire instantanee ε_{ep} de natură elastico-plastică datorită închiderii parțiale a microfisurilor;
- revenirea din deformația vâscoasă $B - B'$ (sau deformația elastică întârziată ε_{ef}) produsă într-un anumit interval de timp după descărcarea probei;
- deformația plastică ireversibilă $O - B'$ ($\varepsilon_{p\infty}$).

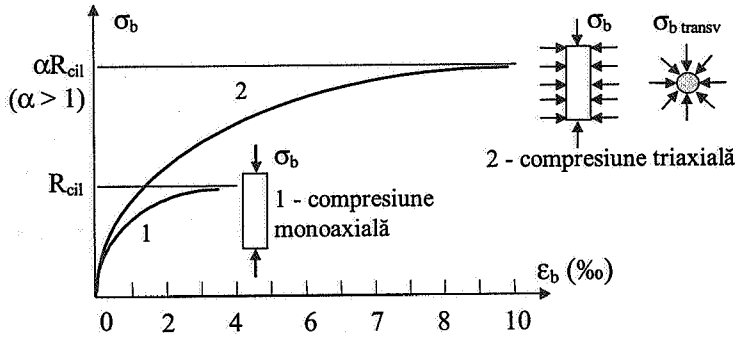


Fig. 2.33. Influența confinării betonului asupra deformației specifice ultime de compresiune

Curba de descărcare $A - B$ admite aceeași tangentă E_b ca și curba de încărcare. Dacă se încarcă din nou proba, imediat după descărcarea din punctul A, deformația $O - B$ rămâne în întregime ireversibilă, deoarece revenirea întârziată nu are timp să se producă.

Decalarea curbei de descărcare față de cea de încărcare corespunde modului de deformare hysteretic, prezentat în figura 2.24.

Pentru calculul elementelor structurale, curba caracteristică a betonului este stabilită prin norme oficiale, având exprimări analitice diferite în funcție de metoda de calcul acceptată (cap. 5, cap. 6, cap. 14) și în funcție de nivelul analizei structurii (analiză liniară sau neliniară).

Modulii de deformație ai betonului

Modulii de deformație sunt caracteristici fizico-mecanice care reprezintă măsura proprietăților de deformare ale betonului sub sarcini.

Modulul de elasticitate longitudinal E_b caracterizează deformarea elastică liniară pe direcția acțiunii, în cazul betonului solicitat la compresiune (fig. 2.29 și 2.34):

$$E_b = \operatorname{tg}\alpha = \sigma_b / \varepsilon_e \qquad (2.19)$$

Se admite în mod curent același modul de elasticitate (tangentă comună în origine la curba $\sigma_b - \varepsilon_b$) pentru compresiune și pentru întindere (fig. 2.29).

Modulul de elasticitate longitudinal este cu atât mai mare, cu cât calitatea betonului este mai bună (fig. 2.32); se consideră că are valoarea constantă în timp, deși în realitate crește cu rezistența betonului.

Modulul de elasticitate se determină pe prisme supuse la compresiune axială. Se execută n cicluri de încărcare-descărcare între limitele $0{,}05R_{pr}$ și $0{,}3R_{pr}$. Limita superioară de solicitare este astfel aleasă încât se evită dezvoltarea deformațiilor plastice [40]. Valoarea deformațiilor specifice se determină pentru ultimul ciclu de încărcare-descărcare, când se constată stabilizarea deformațiilor permanente (fig. 2.34).

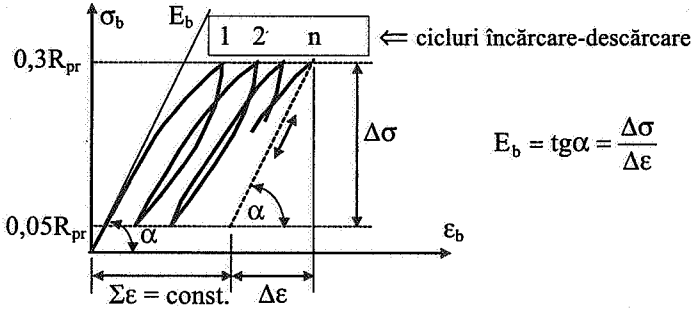


Fig. 2.34. Determinarea modulului de elasticitate E_b

Modulul de elasticitate (dinamic) se poate determina și cu ajutorul ultrasunetelor propagate în beton [53], [72].

Valoarea modulului de elasticitate se poate obține prin utilizarea unor relații specifice:

- conform *EC2* [5]:

$$E_{cm} = 22000\left(f_{cm}/10\right)^{0,3} \quad \text{în N/mm}^2$$

în care f_{cm} este rezistența medie la compresiune la 28 de zile, în N/mm^2;

- conform *ACI (American Concrete Institute)* [14]:

$$E_b = 0{,}0426\rho_b^{1,5}\sqrt{R_b} \quad \text{în N/mm}^2$$

în care ρ_b este densitatea specifică aparentă a betonului (kg/m^3), iar R_b, rezistența medie la compresiune pe cuburi la 28 de zile, în N/mm^2.

GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL BUCUREȘTI

Modulul de elasticitate transversal G_b se determină cu relația:

$$G_b = \frac{E_b}{2(1+\nu)} \tag{2.20}$$

în care ν este coeficientul lui Poisson; pentru $\nu = 0{,}2$ rezultă $G_b = 0{,}4E_b$.

Legătura dintre E_b, G_b și ν (constantele elastice ale betonului), este valabilă în limitele teoriei elasticității, deci dacă eforturile unitare în beton nu depășesc limita de microfisurare, R_0.

Modulul de elasticitate-plasticitate, sau modulul secant E_{bS}, este măsura deformației longitudinale totale a betonului, $\varepsilon_b = \varepsilon_e + \varepsilon_p$, care se produce sub efectul unui efort unitar σ_b (fig. 2.29). Modulul secant este dat de relația:

$$E_{bS} = \operatorname{tg}\beta = \sigma_b / \varepsilon_b \tag{2.21}$$

Legătura dintre E_b și E_{bS} se poate stabili scriind egalitatea efortului unitar σ_b dat de relațiile (2.19) și (2.21):

$$E_{bS}\varepsilon_b = E_b\varepsilon_e = E_b(\varepsilon_b - \varepsilon_p)$$

$$E_{bS} = E_b\left(1 - \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_b}\right) = E_b(1-\lambda) \tag{2.22}$$

în care λ reprezintă *coeficientul de plasticitate* și arată ponderea deformațiilor plastice în deformația specifică totală a betonului, produsă de efortul unitar σ_b:

$$\lambda = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_b} \tag{2.23}$$

Teoretic, $\lambda \in [0;1]$, fiind funcție de calitatea și compoziția betonului și de natura, mărimea și durata de acțiune a sarcinii. Se admite pentru compresiune $\lambda = 0{,}7$ iar pentru întindere $\lambda = 0{,}5$; aceste valori arată că la ruperea produsă de încărcări statice de scurtă durată, cel puțin jumătate din deformația totală este deformație plastică.

Modulul tangent E_{bT} caracterizează deformația totală a betonului, prin extinderea matematică a relației (2.19); E_{bT} este coeficientul unghiular al tangentei la curba caracteristică în punctul *i* (fig. 2.29):

$$E_{bT} = \operatorname{tg}\gamma = d\sigma_b / d\varepsilon_b \tag{2.24}$$

Dacă eforturile unitare nu depășesc limita de microfisurare, modulul tangent E_{bT} are aproximativ aceeași valoare ca E_b; pentru eforturi unitare depășind limita de microfisurare, $E_{bT} = f(\sigma_b)$.

În proiectare se folosesc valori convenționale de calcul pentru modulul de elasticitate longitudinal E_b, respectiv transversal G_b și pentru coeficientul lui Poisson, ν. Constantele elastice se utilizează la calculul coeficientului de echivalență, la determinarea deformațiilor elementelor, la calculul eforturilor unitare în stadiul II de exploatare etc.

2.3.4.2. Deformațiile betonului sub încărcări statice de lungă durată. Curgerea lentă

Descrierea fenomenului de curgere lentă

Dacă o probă de beton este solicitată la încărcări de lungă durată constante, sau cu variații lente în timp, deformația specifică crește în raport cu cea produsă în momentul aplicării încărcării; această creștere a deformației se numește *curgere lentă* sau fluaj.

Sub încărcare constantă, la un timp *t* deformația totală a betonului este compusă din deformația specifică inițială ε_{b0} și din creșterea deformației $\Delta\varepsilon_{b,t}$ (fig. 2.35). Deformația specifică finală de curgere lentă poate fi de 2...4 ori mai mare decât deformația elastică instantanee.

Deformația specifică ε_{b0} are o componentă elastică ε_e și o componentă plastică ε_{pi}, în cazul în care $\sigma_b > R_0$, unde R_0 este rezistența de microfisurare a betonului. Dacă $\sigma_b \le R_0$, deformația inițială ε_{b0} este considerată de obicei ca fiind elastică și se determină cu ajutorul modulului de elasticitate longitudinal E_b.

Creșterea $\Delta\varepsilon_{b,t}$ a deformației specifice a betonului se datorează atât contracției $\varepsilon_{c,t}$, cât și curgerii lente $\varepsilon_{cl,t}$. Deformațiile de curgere lentă și de contracție au aproximativ aceeași evoluție; la început se dezvoltă cu o viteză mare, apoi viteza scade, devenind zero după un timp, când fenomenele se amortizează.

Dacă o structură static nedeterminată din beton este supusă unei deformații impuse, de lungă durată și cu valoarea constantă (contracție, tasare de reazem), se constată, după un timp *t*, că efortul unitar produs de deformația impusă scade de la valoarea inițială σ_{b0} cu o cantitate $\Delta\sigma_{b,t}$ (fig. 2.36). Acest fenomen se numește *relaxare*.

Curgerea lentă și relaxarea pot modifica deci starea de deformații sau/și starea de eforturi pe parcursul solicitării de durată.

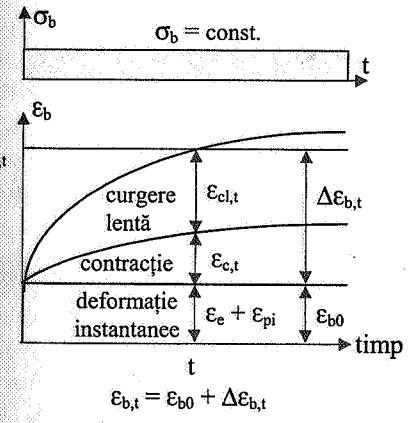


Fig. 2.35. Deformațiile betonului în timp

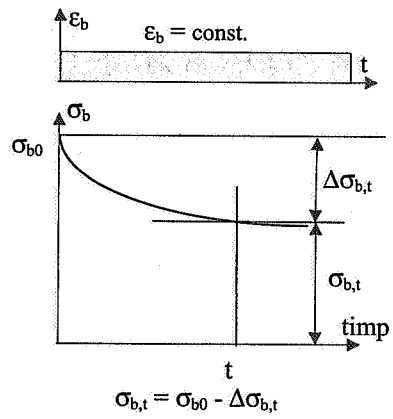


Fig. 2.36. Relaxarea betonului

Curgerea lentă şi relaxarea betonului se produc datorită componentei gelice a pietrei de ciment, care se deformează ca un corp vâscos, antrenând agregatele şi scheletul cristalin, caracterizate printr-o comportare elastică. Deoarece în timp gelurile îmbătrânesc, curgerea lentă are valori semnificative în cazul betoanelor relativ tinere; procesul de deformare a betonului păstrat în aer se amortizează în 3...4 ani.

Deformaţiile specifice de curgere lentă depind de mărimea efortului unitar de durată. În figura 2.37 sunt prezentate experimentele lui Rüsch, efectuate pe epruvete cilindrice, solicitate la eforturi unitare de compresiune σ_b constante în timp, dar având valori diferite [77]. În figura 2.37a se observă că diagrama $\sigma_b - \varepsilon_b$ este divizată în două zone de comportare diferită printr-o orizontală definită de efortul unitar $\sigma_b = \eta R_{cil}$.

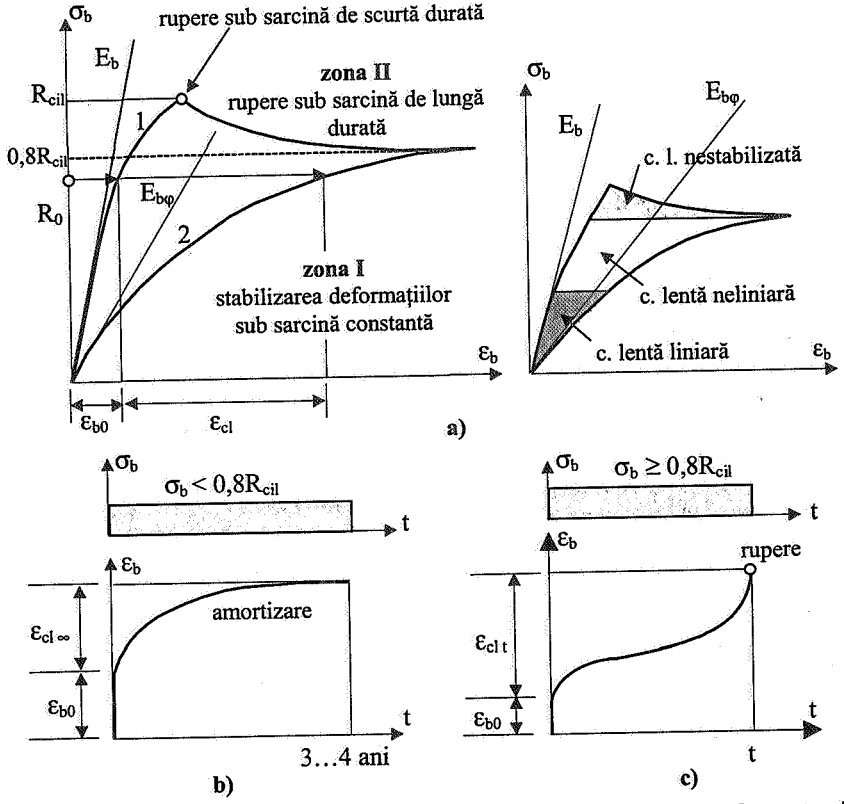


Fig. 2.37. Deformaţiile de curgere lentă în funcţie de mărimea efortului unitar de compresiune de lungă durată

Zona I: dacă $\sigma_b \le \eta R_{cil}$, deformaţiile specifice de curgere lentă cresc în timp cu o viteză din ce în ce mai mică, tinzând să se stabilizeze (fig. 2.37b). Valoarea efortului unitar ηR_{cil} reprezintă rezistenţa la compresiune pe cilindri sub încărcarea de lungă durată sau la oboseală statică. Limita admisă de Rüsch pentru efortul unitar de durată este $0{,}8R_{cil}$.

Dacă eforturile unitare sunt mai mici decât limita de microfisurare, $0 < \sigma_b \le R_0$, deformaţiile de curgere lentă sunt proporţionale cu efortul unitar de durată σ_b deoarece deformaţiile plastice sunt neglijabile; acesta este domeniul curgerii lente liniare. În acest domeniu, deformaţia de curgere lentă poate fi dedusă pe baza deformaţiilor elastice, prin intermediul unui factor de proporţionalitate, conform unei relaţii de tipul:

$$\varepsilon_{cl,t} = \varphi(t, t_0)\varepsilon_e \qquad (2.25)$$

în care: $\varphi(t,t_0)$ este caracteristica deformaţiei de curgere lentă a unui beton de vârsta t;
t_0 – vârsta în momentul încărcării (proba a fost încărcată pe perioada de timp $t - t_0$).

Curgerea lentă liniară este cel mai frecvent întâlnită în practică, fiind produsă de încărcările de exploatare de lungă durată.

Dacă eforturile unitare depăşesc limita de microfisurare, $R_0 < \sigma_b < \eta R_{cil}$, deformaţia de curgere lentă nu este proporţională cu efortul de durată, deoarece este însoţită de deformaţii plastice semnificative (domeniul curgerii lente neliniare). Deformaţiile vâscoase sunt însă preponderente, astfel încât predomină tendinţa de amortizare.

Creşterea rezistenţei betonului în timp, redistribuirea efortului de la beton la armătură în cazul betonului armat sau retransmiterea lui spre alte zone mai puţin solicitate în cazul structurilor static nedeterminate pot avea ca efect trecerea în domeniul curgerii lente liniare.

Zona II: dacă $\sigma_b \ge \eta R_{cil}$, deformaţiile de curgere lentă şi deformaţiile plastice, în acest caz preponderente, se dezvoltă cu o viteză din ce în ce mai mare, tinzând spre valoarea critică, de rupere sub încărcarea de lungă durată (fig. 2.37a,c). Ruperea se produce după un timp cu atât mai scurt, cu cât σ_b este mai mare.

Curba $\sigma_b - \varepsilon_b$, notată cu ② în figura 2.37a, reprezintă curba caracteristică pentru încărcări de lungă durată, iar cea notată cu ①, pentru încărcări de scurtă durată.

Pe durata de existenţă a unei construcţii, încărcările prezintă variaţii semnificative ale intensităţii lor, prezintă deci interes modul în care deformaţiile de durată evoluează în aceste condiţii. În continuare se va analiza curgerea lentă liniară, deoarece din punct de vedere practic, sub efectul încărcărilor de exploatare predomină acest tip de deformare.

Efectul descărcării asupra deformaţiilor de curgere lentă este prezentată în figura 2.38 (pentru simplificare, contracţia nu s-a reprezentat în această figură). La aplicarea încărcării se produce deformaţia specifică instantanee $\varepsilon_{b0} = \varepsilon_e$ (ε_{pi} are valoarea mică, practic neglijabilă în cazul curgerii lente liniare), apoi până la timpul t se dezvoltă deformaţia de curgere lentă $\varepsilon_{cl,t}$.

Dacă la timpul t se descarcă epruveta, se produce o revenire a deformaţiei, având o componentă elastică instantanee şi o componentă de natură vâscoasă, dependentă de timp, (revenirea din curgerea lentă sau deformaţia elastică întârziată). Revenirea din curgerea lentă are aceeaşi lege de evoluţie ca şi curgerea lentă, dar este mai redusă ca valoare şi se amortizează într-un timp mai scurt; în final, proba de beton are o deformaţie plastică remanentă.

Explicaţia deformaţiilor de curgere lentă

Structura complexă a betonului, transformările prin care trece faza gelică din piatra de ciment în timp, migrarea apei în masa betonului sub efectul încărcărilor de durată determină evoluţia deformaţiilor de curgere lentă.

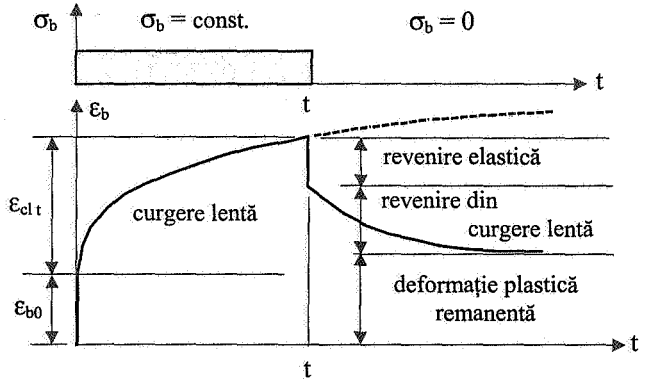


Fig. 2.38. Efectul descărcării asupra deformaţiilor de curgere lentă

În figura 2.27 s-a arătat efectul pe care îl exercită variaţia grosimii peliculelor de apă adsorbite asupra microcristalelor; această grosime depinde de umiditatea mediului exterior, cu care sistemul este în echilibru. În cazul contracţiei, evaporarea apei şi scăderea de volum a betonului în mediu uscat se produce sub efectul unei diferenţe de umiditate între beton şi mediul ambiant. În cazul curgerii lente, migrarea apei adsorbite de geluri spre pori de dimensiuni mai mari sau spre exterior se produce sub efectul presiunii exercitate de încărcare. Încărcarea exterioară de lungă durată, de exemplu de compresiune, provoacă modificarea volumului betonului, deranjând astfel echilibrul existent între peliculele de apă care învelesc gelurile. Pentru menţinerea stării de echilibru, grosimea peliculei de apă trebuie să scadă. La un moment dat, echilibrul se rupe şi apa difuzează către porii de dimensiuni mai mari, în care nu există presiune. Difuzia apei din micropori conduce la o reorganizare a scheletului pastei de ciment şi la apropierea cristalitelor. După restabilirea echilibrului, fenomenul reîncepe, până la o nouă rupere de echilibru.

Cu cât vârsta betonului în momentul încărcării este mai mare, deformaţiile de curgere lentă sunt mai mici, deoarece în timp creşte vâscozitatea gelurilor.

Revenirea elastică întârziată se poate explica prin creşterea grosimii peliculelor de apă adsorbită, adică fenomenul se produce în sens invers.

Curgerea lentă apare la orice tip de solicitare. În cazul întinderii, deplasarea apei se produce în sens invers faţă de compresiune; în cazul încovoierii, existenţa celor două zone cu comportare diferită conduce la migrarea apei dinspre zona comprimată spre zona întinsă, în condiţiile unui regim staţionar de umiditate a mediului.

O altă explicaţie simplă a curgerii lente se referă la modul de preluare a sarcinii exterioare de durată de către componenta solidă, elastică, a betonului (agregatele, cristalele pietrei de ciment şi granulele nehidratate de ciment) şi componenta vâscoasă (gelurile). În momentul aplicării încărcării, se produce deformarea elastică, forţa exterioară fiind preluată de cele două componente. În timp, deformaţia vâscoasă a gelurilor, produsă pe direcţia încărcării, antrenează partea elastică, datorită legăturilor dintre componente; componenta elastică înmagazinează astfel energie potenţială. Sarcina fiind constantă, rezultă că creşterea efortului preluat de agregate şi cristale produce scăderea forţei preluate de componenta vâscoasă. Se produce astfel, în timp, o retransmitere a forţei de la geluri la faza solidă. Acest aspect, precum şi creşterea vâscozităţii gelurilor prin pierderea apei (îmbătrânirea gelurilor), explică amortizarea fenomenului.

Dacă proba este descărcată după un timp, energia absorbită de componenta elastică se eliberează, producându-se revenirea din curgerea lentă.

Influenţa timpului asupra deformaţiilor de curgere lentă

În figura 2.39 s-au trasat curbele de curgere lentă pentru betoane supuse la acelaşi efort, încărcate însă la vârste diferite; ca şi în cazul deformaţiei din contracţie, aceste curbe sunt afine (paralele). Se observă că valoarea deformaţiilor de curgere lentă înregistrate sunt cu atât mai mici, cu cât vârsta betonului în momentul încărcării este mai mare; modulul de elasticitate creşte cu vârsta betonului, deci deformaţia elastică este cu atât mai mică cu cât betonul are vârsta mai mare.

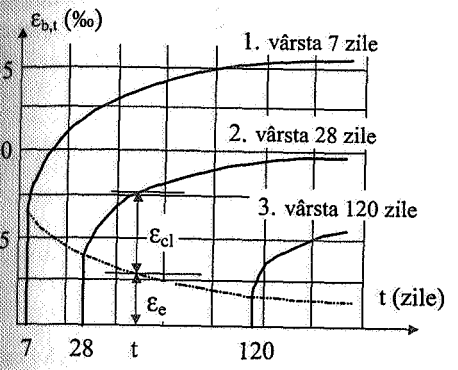


Fig. 2.39. Dependenţa deformaţiilor de curgere lentă de vârsta betonului la încărcare

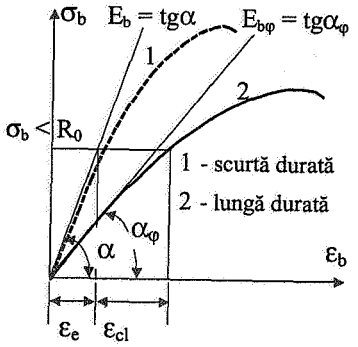


Fig. 2.40. Curba σ - ε a betonului la încărcări statice de lungă durată

Caracteristici de calcul pentru curgerea lentă

Sub efectul încărcărilor de lungă durată, curba caracteristică a betonului se modifică faţă de cea corespunzătoare încărcărilor de scurtă durată (fig. 2.40). Pentru domeniul curgerii lente liniare, se poate defini *modulul deformaţiei de durată* $E_{b\varphi}$, care caracterizează deformarea totală elastică şi de curgere lentă liniară ε_{bt}. Ţinând seama şi de relaţia (2.25), rezultă:

$$E_{b\varphi} = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_{bt}} = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_e + \varepsilon_{cl,t}} = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_e\left[1+\varphi\left(t,t_0\right)\right]} \tag{2.26}$$

adică:

$$E_{b\varphi} = \frac{E_b}{1+\varphi\left(t,t_0\right)} \tag{2.27}$$

Conform relaţiei (2.27), în cazul încărcărilor de lungă durată betonul are un modul de deformaţie de 3...4 ori mai mic decât E_b, deformaţia de curgere lentă fiind de 2..4 ori mai mare decât deformaţia elastică.

Creşterea în timp a deformaţiilor betonului supus la eforturi de lungă durată se ia în considerare în calculul structurilor de rezistenţă din beton. Studiile experimentale efectuate privind fenomenul de curgere lentă se concretizează în general printr-o anumită formă propusă pentru *caracteristica deformaţiei de curgere lentă* $\varphi\left(t,t_0\right)$, deoarece această funcţie permite determinarea valorii curgerii lente în funcţie de deformaţia elastică [73].

Caracteristica curgerii lente creşte continuu în timp, din ce în ce mai lent, atingând în final valoarea limită φ_∞.

Funcţia $\varphi(t,t_0)$ poate fi aproximată fie prin construirea unor modele reologice care descriu fizic mecanismul curgerii lente, fie prin abordarea analitică, adică rezolvarea unei relaţii matematice.

În ambele cazuri, forma generală este:

$$\varphi(t,t_0)=\varphi_\infty F(t) \tag{2.28}$$

în care $F(t)$ este o funcţie care descrie în timp desfăşurarea curgerii lente. Funcţia $F(t)$ trebuie să fie continuă, monoton crescătoare şi să aibă valoarea zero pentru $t=0$, respectiv 1,0 pentru $t=\infty$.

În general, se consideră că funcţia matematică $\varphi(t,t_0)$ este formată din suprapunerea a două componente, conform unei relaţii de forma:

$$\varphi(t,t_0)=\varphi_{rev}(t,t_0)+\varphi_{irev}(t,t_0) \tag{2.29}$$

în care: $\varphi_{rev}(t,t_0)$ este funcţia componentei reversibile a curgerii lente (deformaţia elastică întârziată);

$\varphi_{irev}(t,t_0)$ – funcţia componentei ireversibile (deformaţia plastică).

2.3.4.3. Deformaţiile betonului sub încărcări repetate

Încărcările repetate, dinamice, care solicită elementele structurale la un număr foarte mare de cicluri, produc o stare de eforturi unitare în beton variind de obicei între două limite ce pot fi considerate constante, $\sigma_{b\,max}...\sigma_{b\,min}$ şi au ca efect fenomenul de oboseală descris la punctul 2.2.1.

Conform figurii 2.30, în urma unui ciclu de încărcare-descărcare rămân deformaţii ireversibile, a căror mărime depinde de valoarea efortului unitar. Rezistenţa şi proprietăţile de deformare ale betonului se modifică în cursul ciclului de încărcare-descărcare, existând două moduri de comportare în funcţie de mărimea efortului unitar $\sigma_{b\,max}$ (fig. 2.41).

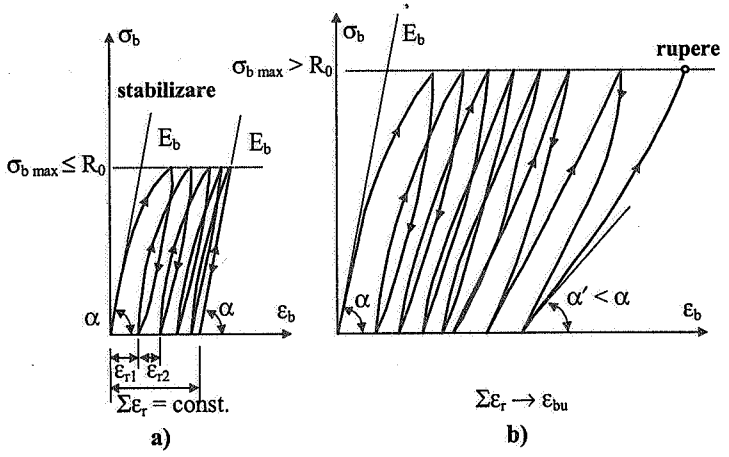


Fig. 2.41. Curba caracteristică a betonului supus unui ciclu pulsator ($\sigma_{b\,min}=0$)

Dacă eforturile maxime în beton nu depăşesc limita de microfisurare $\sigma_{b\,max} \le R_0$, deformaţiile remanente se cumulează de la un ciclu la altul, dar sunt din ce în ce mai mici. Suma lor tinde către o valoare limită constantă, producându-se o stabilizare a deformaţiilor. După un număr n de cicluri, se produc numai deformaţii elastice (fig. 2.41a). Practic, pentru valoarea efortului unitar $\sigma_{b\,max} = R_0$, care se poate defini ca rezistenţa la oboseală a betonului, acesta nu se rupe niciodată.

Modul de evaluare a rezistenţei de calcul la oboseală a betonului în metoda de calcul la stări limită este dat în capitolul 5.

Dacă eforturile unitare depăşesc limita de microfisurare $\sigma_{b\,max} > R_0$, deformaţiile remanente se măresc de la un ciclu la altul, curbura ramurilor de încărcare se schimbă, până când se produce ruperea la oboseală, cu atât mai repede, cu cât $\sigma_{b\,max}$ este mai mare (fig. 2.41b).

În cazul în care numărul ciclurilor de solicitare este redus, dar efortul unitar maxim în beton este foarte mare, iar viteza de deformare este redusă, se produc deformaţii remanente inelastice mari, cumulându-se pe parcursul ciclurilor; fenomenul de hysteresis se manifestă foarte puternic (fig. 2.42). Dacă viteza de deformare sub încărcare este mare, se poate produce o rupere bruscă a betonului.

Seismul provoacă solicitări ciclice alternante care se succed rapid în timp, cu producerea unor eforturi foarte mari. Pentru siguranţa construcţiei se pune problema ca o parte din energia absorbită în timpul unui ciclu seismic să fie disipată, pentru a nu se converti integral în energie cinetică. S-a văzut că această amorsare este posibilă fie prin deformaţii vâscoase, fie mai ales prin deformaţii plastice. Betonul poate disipa energia absorbită în măsură foarte mică, deoarece deformaţiile lui inelastice sunt limitate. Proprietăţile de deformare pot fi însă îmbunătăţite printr-o armare corespunzătoare; se obţine astfel o comportare ductilă, cu deformaţii plastice suficient de mari.

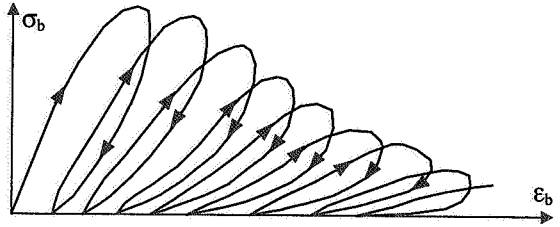


Fig. 2.42. Curba caracteristică a betonului acţionat ciclic peste limita elastică

2.3.4.4. Deformaţia specifică totală a betonului

Contracţia şi curgerea lentă sunt fenomene care se dezvoltă concomitent, astfel încât deformaţia totală se obţine admiţând principiul însumării efectelor (fig. 2.43).

Deformaţia specifică totală a betonului la un timp t este:

$$\varepsilon_{b,t}=\varepsilon_e+(\varepsilon_{c,t}+\varepsilon_{cl,t})=\varepsilon_e+\varepsilon_{bd} \tag{2.30}$$

în care: $\varepsilon_{b,t}$ este deformaţia specifică totală suprapusă, la timpul t;

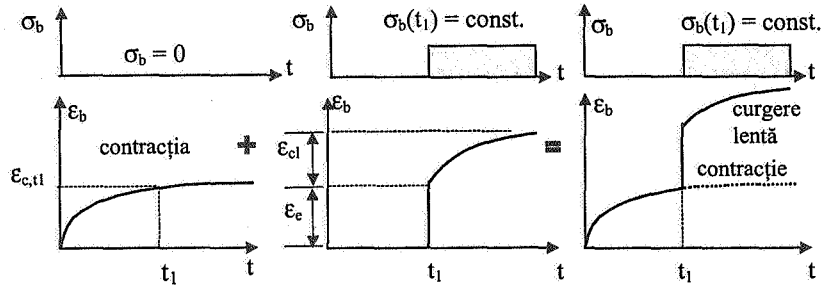
ε_e – deformaţia specifică elastică;

$\varepsilon_{c,t}, \varepsilon_{cl,t}$ – deformaţia specifică din contracţie, respectiv din curgerea lentă;

ε_{bd} – deformaţia specifică de durată a betonului.

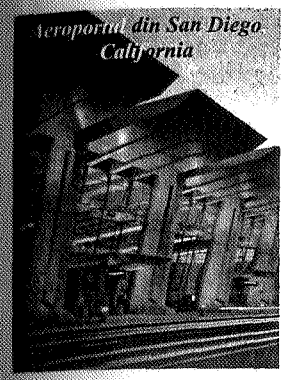
Deformaţiile de durată $\varepsilon_{bd} = \varepsilon_{c,t} + \varepsilon_{cl,t}$ sunt proporţionale cu efortul unitar în domeniul curgerii lente liniare, cu excepţia domeniului eforturilor unitare foarte mici, când sunt preponderente deformaţiile din contracţie.

În cazul acţiunilor repetate cu un număr mare de cicluri, deformaţiile specifice acumulate pe parcursul acestora se adună cu cele obţinute din relaţia (2.30).



t_1 - aplicarea încărcării de lungă durată

Fig. 2.43. Deformaţia specifică totală a betonului



3

GROUP
BIROU DE STUDII
SRL
BUCUREŞTI

ARMĂTURA

3.1. ROLUL ARMĂTURII ÎN ELEMENTELE DIN BETON ARMAT

Betonul armat este rezultatul conlucrării a două materiale cu proprietăţi diferite, betonul şi armătura. Asocierea betonului cu armătura este posibilă datorită aderenţei ce se realizează între beton şi armătură.

Deoarece betonul are rezistenţă mică la întindere, armătura se dispune în zonele în care încărcările exterioare produc întinderi.

Ca *armături* se utilizează bare cu secţiune circulară, cunoscute în limbajul tehnic sub denumirea generică de *oţel beton* şi care constituie subiectul prezentului capitol, profile laminate sau sudate pentru situaţii particulare (*armături rigide* – fig. 1.2), precum şi diferite tipuri de fibre (*armare dispersă*).

Armăturile realizate din oţel beton, denumite *armături flexibile*, sunt folosite în mod curent la armarea betonului. Ansamblul de bare care formează armătura elementului se prezintă sub forma unei carcase. În cazul elementelor din beton armat monolit, asamblarea carcasei se realizează prin legarea cu sârmă a barelor componente, în timp ce în cazul elementelor prefabricate se folosesc în mod curent carcase sudate, care pot fi plane sau spaţiale.

Pe lângă barele de rezistenţă se prevăd, în mod constructiv, şi alte tipuri de armături pentru a se asigura stabilitatea carcasei până la betonare, precum şi în timpul betonării. De asemenea, aceste armături au şi rolul de a prelua unele întinderi accidentale sau neevaluate prin calcul.

Elementul principal al unei carcase îl constituie *armătura longitudinală de rezistenţă*, dispusă în zona întinsă, dar, în mod curent, şi în zona comprimată a elementului, aşa cum ar fi cazul stâlpilor şi al elementelor supuse la solicitări alternante sau la oboseală etc. De asemenea, elementele încovoiate pot fi prevăzute şi cu *armături înclinate*, obţinute prin ridicarea pe reazeme a armăturilor longitudinale, în vederea preluării forţei tăietoare.

În cazul stâlpilor, grinzilor şi al altor elemente liniare, transversal se dispun *etrieri* pentru fixarea armăturilor longitudinale în poziţia lor din proiect, aceste bare având şi rol de rezistenţă în preluarea eforturilor unitare principale de întindere. Etrierii şi fretele (armături dispuse sub formă de spirală) îndeplinesc şi funcţia de *armătură de confinare.*

Armătura de montaj este întâlnită în cazul grinzilor din beton armat, având rolul de a fixa, în cadrul carcaselor spaţiale, armăturile longitudinale şi transversale de rezistenţă. În cazul plăcilor se prevede *armătura de repartiţie* care leagă barele de rezistenţă între ele, asigură o repartizare mai uniformă a forţelor aplicate pe placă şi preia o parte din întinderile produse de contracţia betonului.

3.2. PROPRIETĂŢILE OŢELULUI FOLOSIT PENTRU ARMĂTURI

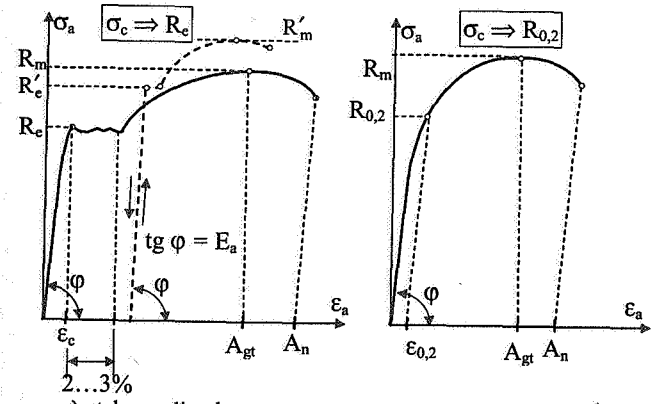
3.2.1. Comportarea sub încărcări statice de scurtă durată

Oţelul folosit la realizarea armăturilor este un amestec de fier şi carbon (în jur de 0,2...0,3%), la care sunt adăugate şi alte elemente de aliere, care influenţează în mod semnificativ caracteristicile mecanice ale armăturilor. Comportarea armăturilor sub încărcări este descrisă de curba $\sigma_a - \varepsilon_a$, denumită curbă caracteristică sau curbă constitutivă a materialului, fiind obţinută prin încercarea la tracţiune [24]. În funcţie de modul de prelucrare al oţelului şi compoziţia chimică a acestuia, se disting două tipuri de curbe caracteristice ale produselor şi anume, curba cu palier de curgere, respectiv fără acest palier (fig. 3.1). Elementele semnificative ale curbei sunt limita de curgere σ_c, rezistenţa la rupere R_m, modulul de elasticitate E_a, alungirea la forţa maximă A_{gt} şi alungirea după rupere A_n (10...50%). În cazul diagramei din figura 3.1a, curgerea armăturii este definită prin *limita de curgere aparentă* R_e (numită şi curgere naturală) şi căreia îi corespunde o creştere a alungirii fără mărirea încărcării. În cazul oţelului fără palier de curgere se defineşte *limita de curgere convenţională* $R_{0,2}$ căreia îi corespunde o alungire neproporţională de 0,2% (fig. 3.1b).

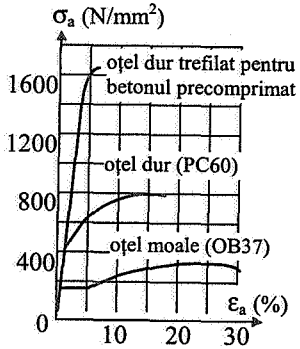
Oţelul cu palier de curgere, denumit şi oţel moale, este un **oţel carbon** cu un conţinut de carbon de circa 0,2%, fiind caracterizat printr-o comportare elastică, urmată de una pronunţat plastică. Comportarea elastică este descrisă prin modulul de elasticitate E_a. Comportarea plastică este redată de palierul de curgere, a cărui extensie este de circa 2...3%, limita de curgere aparentă R_e reprezentând cea mai importantă caracteristică din punctul de vedere al calculului elementelor din beton armat. În decursul deformării plastice, are loc o restructurare internă a oţelului ceea ce determină o capacitate sporită de rezistenţă (hiper–rezistenţă), reprezentată prin zona de consolidare.

Oţelul dur este un **oţel slab aliat**, obţinut prin creşterea conţinutului de carbon şi prezenţa altor elemente de aliere care determină creşterea rezistenţei la rupere, reducerea palierului de curgere, până la dispariţia acestuia şi reducerea alungirii la forţa maximă şi a celei după rupere. În lipsa palierului de curgere comportarea plastică este indicată de atingerea limitei de curgere convenţională $R_{0,2}$.

Oţelul moale şi dur cu un conţinut de carbon mai mic de 0,3% este folosit ca armătură în betonul armat, în timp ce oţelul dur cu un conţinut de carbon de 0,6...0,9%, mangan 0,3...0,7% şi maximum 0,035% fosfor şi sulf este folosit la realizarea armăturilor pentru betonul precomprimat. Pentru comparaţie, în figura 3.1c se prezintă curbele caracteristice ale diferitelor tipuri de oţel autohton.



a) oţel cu palier de curgere **b)** oţel fără palier de curgere



c) diagrame caracteristice pentru diferite tipuri de oţel autohton

Fig. 3.1. Tipuri de curbe caracteristice

Oţelul **ecruisat** este obţinut din oţelul moale prin utilizarea capacităţii de consolidare a acestuia. În acest scop oţelul moale este supus unor deformaţii peste limita de curgere, după care este descărcat până la efort nul şi păstrat neîncărcat o perioadă de timp. La reîncărcare (linia punctată din figura 3.1a) rezultă o creştere a limitei de curgere şi a rezistenţei la rupere (circa 10...15%), însoţită de o reducere a alungirii la forţa maximă şi a celei după rupere. Calităţile dobândite prin ecruisare se pierd la temperaturi peste 400...500°C.

La îndreptarea armăturilor pe şantier se produce *ecruisarea prin întindere*, dar ea nu poate fi controlată şi de aceea dezdoirea şi îndreptarea armăturilor trebuie realizată de o asemenea manieră încât să nu se depăşească limita de elasticitate.

Ecruisarea prin torsionare se realizează prin răsucirea barelor între puncte fixe; fibra axială nu se deformează, ecruisarea fiind mai puternică spre exterior. Oţelul astfel prelucrat se numeşte oţel torsadat. În prezent, acest tip de armătură nu se mai fabrică la noi în ţară din cauza neomogenităţii secţiunii după prelucrare şi din cauza sudabilităţi reduse.

Ecruisarea prin trefilare constă în modificarea proprietăţilor mecanice ca urmare a reducerii secţiunii barei prin tragerea forţată, la rece, prin filiere (orificii cu diametrul mai mic). În acest fel se realizează sârmele trase din care se confecţionează plasele sudate.

Dacă trefilarea sârmelor din oțel carbon de înaltă rezistență este urmată de tratamente speciale, rezultă sârme de înaltă rezistență utilizate ca armături pentru betonul precomprimat.

Ecruisarea prin deformare plastică la rece (*amprentare*) se face prin trecerea barelor rotunde printr-un sistem de valțuri cu came și are ca scop principal îmbunătățirea aderenței.

3.2.2. Comportarea în timp

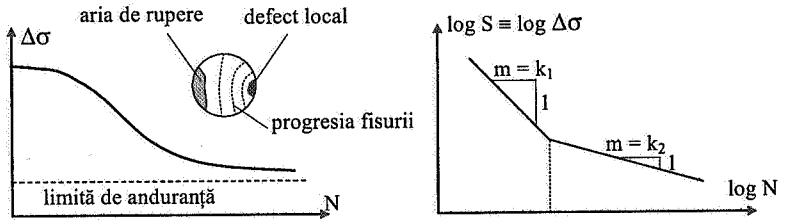
Comportarea în timp a oțelului depinde de proprietățile reologice, de fenomenul de coroziune precum și de solicitările repetate care produc oboseala materialului.

Principala caracteristică de comportament reologic o constituie *relaxarea* efortului unitar sub efectul unei deformații impuse, constante în timp. Acest fenomen este deosebit de important în cazul armăturilor pentru betonul precomprimat, realizate din oțel dur, deoarece determină scăderea efortului de precomprimare.

Coroziunea oțelului este un proces electro-chimic complex, care poate avea loc numai în prezența simultană a umidității și oxigenului, în urma căruia rezultă rugina (oxi-hidroxidul feric). Aspecte legate de subiectul protejării și coroziunii armăturii înglobate în beton sunt tratate la punctele 4.5.3, 4.5.7 și 4.5.8.

Oboseala oțelului intervine în cazul încărcărilor și descărcărilor repetate, în urma cărora se produce o scădere a rezistenței materialului; descrierea ciclurilor de oboseală se poate face prin amplitudinea efortului unitar $\Delta\sigma = \sigma_{a\,max} - \sigma_{a\,min}$ sau prin coeficientul de asimetrie $\rho = \sigma_{a\,min}/\sigma_{a\,max}$.

Valoarea maximă a efortului unitar pe care un material îl poate suporta prin repetare nelimitată este considerată drept rezistență la oboseală, ea depinzând de calitatea materialului precum și de caracteristica ciclului de oboseală ($\Delta\sigma$ sau ρ). În condiții de laborator, atunci când $\Delta\sigma$ nu depășește o anumită valoare, denumită amplitudine limită sau limită de anduranță, materialul va rezista nelimitat în timp pe durata a N cicluri de încărcare-descărcare, această valoare fiind evidențiată de curba lui Wöhler (fig. 3.2a).



a) curba lui Wöhler **b)** curba S-N

Fig. 3.2. Comportarea la oboseală a oțelului

Rezistența la oboseală a oțelului moale corespunde la $1...1{,}5\cdot10^6$ cicluri, în timp ce pentru oțelurile dure această valoare crește până la $2...5\cdot10^6$ cicluri, din punctul de vedere al calculului la oboseală acceptându-se valoarea de $2\cdot10^6$ cicluri.

Într-un element din beton armat, această limită nu este o mărime bine determinată deoarece există și alți factori care influențează comportarea materialului, exemplul cel mai elocvent constituindu-l coroziunea armăturii. Rezistența la oboseală a armăturii înglobate în beton este mai mică cu 40...70% față de valoarea corespunzătoare materialului. Corodarea locală a armăturii generează o fisură în metal, care se dezvoltă în timp, până când aria de material rămas nu mai este capabilă să suporte încărcarea, în final producându-se ruperea.

Curba rezistenței caracteristice la oboseală, denumită și curba *S-N* (fig. 3.2b), este o curbă bilogaritmică de tip Wöhler modificată și descrie variația acestei rezistențe în funcție de numărul N de cicluri, S reprezentând amplitudinea $\Delta\sigma$ a efortului unitar. Curba S-N constă din două segmente caracterizate prin $(\Delta\sigma)^m \cdot N = \text{const.}$ Parametrii care definesc această curbă reprezintă valori caracteristice; în capitolul 14 (tab. 14.14) se prezintă valorile prevăzute de EC2.

3.3. CERINȚE ȘI CRITERII DE PERFORMANȚĂ PENTRU ARMĂTURI

Produsele din oțel, autohton sau de import, utilizate ca armături trebuie să respecte anumite cerințe de calitate, pentru fiecare cerință fiind prevăzute anumite criterii de performanță [26]. Cerințele de calitate se referă la caracteristicile mecanice, de aderență, geometrice, tehnologice și cele privind durabilitatea. De asemenea, trebuie respectate cerințele referitoare la marcarea, livrarea, transportul și depozitarea produselor.

3.3.1. Caracteristicile mecanice

3.3.1.1. Rezistența și ductilitatea

În funcție de valorile garantate în standardul de produs, pentru armături sunt stabilite nouă *categorii de rezistență* și patru *categorii de ductilitate*. Încadrarea într-una din categoriile de rezistență se face în funcție de valoarea limitei de curgere R_e sau $R_{0,2}$ (tab. 3.1). Încadrarea în categoriile de ductilitate se face în funcție de alungirea la forța maximă A_{gt}, raportul dintre alungirea după rupere A_n și alungirea la forța maximă A_{gt}, precum și de raportul dintre rezistența la rupere R_m și limita de curgere (tab. 3.2).

Tabelul 3.1. Definirea categoriilor de rezistență

Categoria de rezistență	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Limita de curgere (N/mm^2)	240	340	400	450	500	1000	1300	1500	1700

Tabelul 3.2. Definirea categoriilor de ductilitate

Categoria de ductilitate	**Alungirea la forța maximă A_{gt} (%)**	$\frac{A_n}{A_{gt}}$	R_m/R_e **sau** $R_m/R_{0,2}$
A	$\geq 2{,}5$	$\geq 3{,}0$	$\geq 1{,}08$
B	$\geq 5{,}0$		$\geq 1{,}08$
C	$\geq 7{,}5$		$\geq 1{,}08; \leq 1{,}30$
D	$\geq 3{,}5$		$\geq 1{,}16$

Criteriul de performanță pentru rezistențe înseamnă încadrarea valorilor efective ale rezistențelor obținute prin teste la tracțiune, între anumite limite, comparativ cu valorile din standardul de produs, după cum urmează:

- pentru limita de curgere: $R_{e\,ef}/R_e$ (sau $R_{0,2\,ef}/R_{0,2}$) $= 1{,}00...1{,}20$;
- pentru rezistența la rupere: $R_{m\,ef}/R_m = 1{,}0...1{,}30$; pentru utilizarea în structuri calculate la acțiuni seismice $R_{m\,ef}/R_m = 1{,}0...1{,}20$.

În ceea ce priveşte limita de curgere, valoarea medie a rezultatelor individuale trebuie să fie mai mare cu cel puţin 10 N/mm^2 decât valoarea prevăzută în standardul de produs.

Criteriul de performanţă pentru ductilitate înseamnă respectarea condiţiilor de mai jos în ceea ce priveşte valorile efective obţinute prin teste la tracţiune, comparativ cu cele din standardul de produs, după cum urmează:

- pentru alungirea la forţa maximă: $A_{gt\,ef}/A_{gt} \geq 1{,}0$;
- pentru alungirea după rupere: $A_{n\,ef}/A_n \geq 1{,}0$;
- pentru raportul dintre rezistenţa la rupere şi limita de curgere: $R_{m\,ef}/R_{e\,ef}$ sau $R_{m\,ef}/R_{0{,}2\,ef}$ minim 1,06 pentru categoriile A şi B, respectiv minim 1,13 şi maxim 1,30 pentru categoria C.

Valoarea medie a rezultatelor individuale ale alungirii la forţa maximă, precum şi valoarea medie a raportului dintre rezistenţa la rupere şi limita de curgere, trebuie să fie egală sau mai mare decât valoarea corespunzătoare garantată în standardul de produs.

3.3.1.2. Comportarea la oboseală

În condiţiile specifice ale solicitării dinamice, comportarea la încărcări ciclice este descrisă prin rezistenţa la oboseală a materialului. Condiţiile privind aprecierea comportării la oboseală, precum şi criteriile de performanţă sunt prezentate în tabelul 3.3.

Tabelul 3.3. Comportarea la oboseală

Produsul	Valoarea maximă a efortului unitar (N/mm^2)	Amplitudinea efortului unitar (N/mm^2)	*Criteriul de performanţă*: numărul de cicluri
Bare laminate la cald	$0{,}6R_e$ sau $0{,}6R_{0{,}2}$	180	$2\cdot10^6$
Sârme trefilate		100	

3.3.1.3. Comportarea la îndoire

Comportarea la îndoire se exprimă prin numărul de îndoiri la anumite unghiuri, suportate fără fisuri sau crăpături vizibile cu ochiul liber. Tipurile de încercări la îndoire pentru toate produsele, cu excepţia plaselor sudate, sunt prezentate în figura 3.3. Pentru încercările standardizate, criteriile de performanţă sunt prezentate în tabelul 3.4.

Tabelul 3.4. Comportarea la îndoire

Cerinţa	Condiţii privind					*Criteriul de performanţă*: numărul de îndoiri
	caracteristicile încercării	încercarea				
		barelor laminate la cald			sârmelor trefilate	
Îndoire – dezdoire	diametrul nominal al produsului	< 12	12...16	> 16	4...16	1
	diametrul dornului	*5d*	*6d*	*8d*	*5d*	
	unghiul de îndoire	90°			90°	
	unghiul de dezdoire	20°			20°	
Îndoire simplă	unghiul de îndoire	180°			160...180°	1
	diametrul dornului	*3d*			*3d*...*4d*	

3.3.1.4. Modulul de elasticitate

Produsele utilizate ca armături pentru betonul armat trebuie să aibă asigurată valoarea caracteristică a modulului de elasticitate, după cum urmează: E_a = 210000 N/mm^2 pentru produsele laminate la cald; E_a = 200000 N/mm^2 pentru produsele trefilate.

3.3.2. Aderenţa

Geometria barei, şi în special cea a nervurilor, influenţează conlucrarea betonului cu armătura, fiind principalul element care poate garanta o bună aderenţă. Geometria unei bare cu profil periodic este descrisă de diametrul nominal al barei d_{nom}, înălţimea nervurilor transversale h şi distanţa s dintre acestea. Legătura dintre mărimile de mai sus este redată prin factorul de profil (aria relativă a nervurii), valoarea acestuia obţinându-se din relaţia:

$$f_R = \frac{A_R}{\pi d_{nom} s} \tag{3.1}$$

în care A_R este proiecţia ariilor tuturor nervurilor transversale de pe lungimea s, pe planul secţiunii transversale a barei.

În funcţie de suprafaţa barei, sunt stabilite două categorii de aderenţă, produsele putând fi:

- *bare netede*: barele fără profilaţii, precum şi cele cu profil periodic având factorul de profil f_R cu valori mai mici decât cele din tabelul 3.5;
- *bare de înaltă aderenţă*: barele cu profil periodic, având factorul de profil f_R cu valori cel puţin egale cu cele din tabelul 3.5.

Tabelul 3.5. Valori limită ale factorul de profil

Diametrul nominal d_{nom} (mm)	5...6	6,5...8,5	9...10,5	11...40
$f_{R\,lim}$	0,039	0,045	0,052	0,056

Criteriile de performanţă privind aderenţa sunt cuprinse implicit în cele privind caracteristicile geometrice ale produselor.

3.3.3. Caracteristicile geometrice

3.3.3.1. Condiţiile privind forma produselor

Poziţia profilelor trebuie să fie diferenţiată pentru fiecare tip de armătură, respectându-se condiţiile de mai jos:

- dispunerea radial simetrică a nervurilor longitudinale;
- orientarea simetrică, sau antisimetrică, a nervurilor transversale cu o înclinare de 35...75° faţă de axul longitudinal al barei; aceste profile vor fi, de regulă, sub formă de semilună, iar suprafeţele vor fi racordate lin între ele.

3.3.3.2. Criteriile privind dimensiunile

a. Aria barei

Aria efectivă a secţiunii transversale poate diferi faţă de aria nominală din standardul de produs cu cel mult 5%. Aria efectivă se obţine din relaţia:

$$A_{a\,ef} = \frac{m}{l\gamma} \qquad (3.2)$$

unde: m este masa unei probe de produs, în grame;
l – lungimea, în centimetri;
γ – densitatea oţelului egală cu 7,85 g/cm^3.

b. Dimensiunile nervurilor longitudinale

Abaterea maximă a dimensiunilor efective faţă de cele nominale, prevăzute în standardul de produs, este de 2%. Dimensiunile nervurilor, în funcţie de diametrul barei d, trebuie să se încadreze în următoarele limite: înălţimea – 0,05d...0,10d; lăţimea – 0,05d...0,20d; raza de racordare – minim 0,10d.

c. Dimensiunile nervurilor transversale

Abaterea maximă a dimensiunilor efective faţă de cele nominale, prevăzute în standardul de produs, este de 2%. Dimensiunile acestor nervuri, în funcţie de diametrul barei d, trebuie să se încadreze în următoarele limite: înălţimea maximă – 0,1d, panta laterală – 45...80°, pasul longitudinal – 0,3d...1,0d, cu valorile mai mici pentru diametrele mai mari.

d. Lungimea barelor

Produsele cu diametrul nominal >12 mm se livrează sub formă de legături de bare cu lungimea minimă de 6000 mm, în timp ce produsele cu diametrele ≤12 mm se livrează sub formă de colaci.

3.3.4. Caracteristicile tehnologice

3.3.4.1. Sudabilitatea

Produsele obţinute prin laminare la cald trebuie să fie sudabile în condiţii bune prin oricare procedeu întâlnit în practică, în timp ce sârmele trefilate vor fi sudate numai prin puncte, în regim strict controlat, pentru ca să nu fie influenţată întreaga secţiune a barei. Modul de sudare specific fiecărui produs trebuie să fie precizat în standardul de produs.

Pentru ca armăturile să fie sudabile, valorile maxime admise pentru compoziţia chimică şi carbonul echivalent trebuie să se încadreze în limitele din tabelul 3.6. Valorile din tabel reprezintă procente raportate la masă.

Conţinutul de carbon echivalent se calculează cu relaţia:

$$C_e = C + Mn/6 + (Cr + Mo + V)/8 + (Ni + Cu)/15 \qquad (3.3)$$

3.3.4.2. Menţinerea formei şi a caracteristicilor mecanice în urma operaţiei de dezdoire sau îndreptare

Pentru ca dezdoirea şi îndreptarea produselor să nu afecteze caracteristicile mecanice ale materialului şi forma secţiunii transversale este necesar să fie respectate următoarele condiţii:

- produsele sub formă de bare vor fi livrate drepte;
- procedeele şi utilajele de îndreptare a produselor livrate sub formă de colaci vor fi astfel realizate şi folosite încât să nu se depăşească limita de elasticitate convenţională.

3.3.4.3. Asigurarea posibilităţilor de prelucrare mecanică

Pentru produsele sub formă de bare trebuie să fie asigurată posibilitatea prelucrării prin filetare, aşchiere sau rolare la rece, precum şi a formării bulbilor la capete prin deformare plastică la rece.

3.3.5. Caracteristicile privind durabilitatea

3.3.5.1. Compoziţia chimică

Producătorul are latitudinea de a stabili compoziţia chimică a oţelului, dar trebuie să asigure satisfacerea criteriilor de performanţă privind rezistenţa, deformabilitatea, sudabilitatea şi posibilităţile de prelucrare mecanică în paralel cu asigurarea unei comportări bune la coroziune.

3.3.5.2. Asigurarea stării corespunzătoare a suprafeţei

Performanţele care privesc starea corespunzătoare a suprafeţei se referă la defectele vizibile la fabricaţie, oxidarea suprafeţei şi starea de curăţenie.

Defectele aparente la fabricaţie se referă la fisuri, care nu sunt admise şi vor face obiectul unei analize sau expertize, precum şi la suprapuneri de material, incluziuni, ţunder ş.a. care se admit pe cel mult 0,5% din suprafaţă.

În ceea ce priveşte *oxidarea suprafeţei*, se admite rugina superficială care se poate îndepărta prin periere.

Starea de curăţenie este definită prin lipsa unor materiale neaderente (ulei, pământ ş.a.); dacă aceste materiale sunt totuşi prezente, se vor îndepărta înainte de punerea în operă.

3.3.5.3. Marcarea, livrarea, transportul şi depozitarea produselor

Livrarea, transportul şi depozitarea trebuie să fie realizate astfel încât să nu se modifice caracteristicile produselor. Fiecare livrare de produse va fi însoţită, în permanenţă, de declaraţia de conformitate, care include cel puţin: numele şi adresa producătorului, numărul certificatului de conformitate ataşat şi referinţele la caracteristicile produsului (numărul standardului de produs, tipo-dimensiunea, limita de curgere, alungirea la forţa maximă sau după rupere precum şi conţinutul de carbon echivalent al oţelului lichid).

Pentru *marcare*, fiecare colac sau legătură de bare sau de plase sudate va purta o etichetă, care va conţine următoarele date: denumirea producătorului, marcajul de conformitate, tipul armăturii, numărul lotului şi cel al colacului sau legăturii, greutatea netă şi semnul de control al calităţii. Pe armături se va aplica marca producătorului de produs.

Fiecare *livrare* va fi însoţită de certificatul de calitate pentru fiecare tip de produs şi diametru. Certificatul de calitate va conţine rezultatele la încercările din şarja corespondentă (lotul sau colacul) produsului livrat. Livrarea produselor având înnădiri sudate este interzisă. Masa legăturilor de bare sau plase sudate, respectiv masa colacilor, este stabilită prin standardele de produs.

Transportul şi depozitarea produselor se vor face în aşa fel încât să nu producă deformarea remanentă a produselor. Prin depozitare se va evita menţinerea într-un mediu cu umiditate constantă şi/sau murdărirea produselor, prin contact direct cu pământul sau cu substanţe care pot genera coroziunea.

3.4. DOMENIILE DE UTILIZARE

Proiectantul va decide tipul de produse pe care-l va folosi ca armături în elementele din beton armat, pe baza cerinţelor de proiectare, în conformitate cu reglementările tehnice în vigoare.

În cazul structurilor proiectate la acţiuni seismice, tipurile de armături folosite sunt stabilite prin reglementările tehnice specifice pe tipuri de construcţii, în funcţie de categoriile de rezistenţă, de ductilitate şi de aderenţă.

Dacă în prescripţiile tehnice în vigoare, referitoare la anumite tipuri de construcţii, sunt prevăzute anumite tipuri de armături cu valori specificate pentru categoriile de rezistenţă, de ductilitate şi de aderenţă (de exemplu PC52) utilizarea altor produse se va face prin:

- luarea în considerare a valorii corespunzătoare pentru una din caracteristici şi declasarea pentru celelalte caracteristici care au valori superioare;
- utilizarea valorii necorespunzătoare a caracteristicii respective, cu derogare, pe baza unei analize inginereşti.

Faţă de cele două posibilităţi indicate mai sus, se recomandă ca în mod curent să fie utilizată prima variantă, cea de a doua urmând să fie folosită numai în mod excepţional. De asemenea, este important de subliniat că nu este permisă utilizarea ambelor variante în cadrul aceleaşi structuri.

Tabelul 3.6. Compoziţia chimică

	Conţinutul procentual maxim de:				
	Carbon C	Sulf S	Fosfor P	Azot N	Carbon echivalent C_e
Oţel lichid	0,22	0,045	0,045	0,012	0,45
Produsul finit	0,24	0,050	0,050	0,014	0,50

3.5. CERINŢELE PRIVIND VERIFICAREA CALITĂŢII PRODUSELOR

Calitatea produselor constituie un element esenţial în asigurarea durabilităţii şi de aceea pentru anumite caracteristici este necesară verificarea omogenităţii, adică respectarea unei dispersii maxime admise.

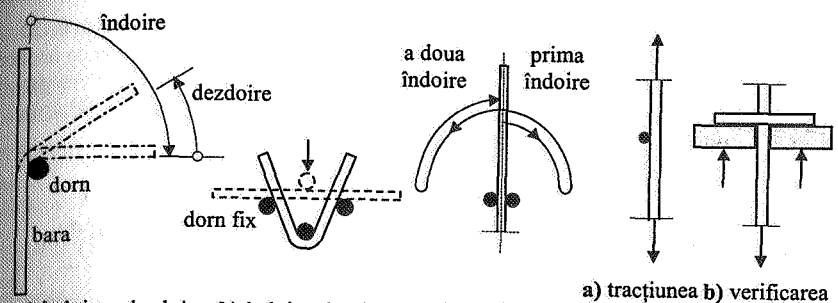
Producătorul produselor trebuie să garanteze următoarele caracteristici specifice (anexa 29): compoziţia oţelului lichid; caracteristicile mecanice (limita de curgere R_e sau $R_{0,2}$; raportul dintre limita de curgere şi rezistenţa la rupere R_m/R_e sau $R_m/R_{0,2}$; alungirea la forţa maximă A_{gt} şi după rupere A_n; comportarea la îndoire); geometria, precum şi masa produselor. Toate caracteristicile de mai sus trebuie să fie prevăzute în standardele de produs.

Verificarea omogenităţii caracteristicilor de rezistenţă şi de deformabilitate se face prin interpretarea statistică a rezultatelor obţinute la producător pe o perioadă de 6 luni (anexa 30). Prin această prelucrare se urmăreşte ca valorile efective să aibă o împrăştiere mai mică decât cea corespunzătoare valorilor garantate în standardul de produs sau faţă de unele criterii de performanţă din specificaţia tehnică ST 009.

Atestarea conformităţii, adică modul în care produsele răspund cerinţelor din specificaţia tehnică ST009, se face atât pentru produsele livrate de producător cât şi pentru armătura confecţionată şi livrată pe piaţă de un prelucrător. Încercările necesare se fac de către organismul de certificare şi de către producătorul produselor sau prelucrătorul acestora, descrierea acestor încercări fiind prezentată în anexa 29, principalele tipuri de teste fiind prezentate în figurile 3.3 şi 3.4.

În plus, faţă de cele de mai sus, executantul lucrărilor de construcţii trebuie să efectueze încercări pe produsele achiziţionate, referitoare la caracteristicile amintite, astfel:

- 3 încercări pe lot şi diametru, pe cel puţin 3 diametre cele mai utilizate, dacă achiziţionarea se face de la un producător autohton pe bază de declaraţie de conformitate a acestuia;



a) îndoire - dezdoire b) îndoire simplă c) îndoire alternantă

Fig. 3.3. Încercarea fierului beton la îndoire

a) tracţiunea sârmei b) verificarea sudurii

Fig. 3.4. Epruvete pentru încercarea plaselor sudate

- 5 încercări pe lot şi diametru, pe toate diametrele, dacă achiziţionarea se face de la un producător extern de pe piaţa produselor, caz în care acestea vor fi însoţite de documente ale producătorului privind calitatea;
- 3 încercări pe lot şi diametru, pe fiecare diametru, dacă achiziţionarea se face de la un intermediar cunoscut (bază de aprovizionare) sau prelucrător, pe bază de declaraţie de conformitate a acestuia.

În cazul în care executantul achiziţionează produse din oţel care nu corespund cerinţelor, executantul va solicita acordul proiectantului pentru utilizarea produselor respective.

Pentru construcţiile proiectate să reziste la acţiunea seismului este interzisă utilizarea produselor din oţel care nu au documente privind atestarea conformităţii.

3.6. PRODUSE AUTOHTONE DIN OŢEL PENTRU ARMAREA BETONULUI

Stabilirea caracteristicilor de calcul ale armăturilor se bazează pe valorile prescrise în seria de standarde STAS 438/1...3 şi SR 438/4:98. În aceste standarde de produs se precizează *valorile garantate* pentru limita de curgere R_e, respectiv $R_{0,2}$, rezistenţa la rupere R_m şi alungirea la forţa maximă A_{gt}, respectiv alungirea după rupere A_n. Raportul R_e/R_m sau $R_{0,2}/R_m$ trebuie menţionat de producător în documentele de livrare.

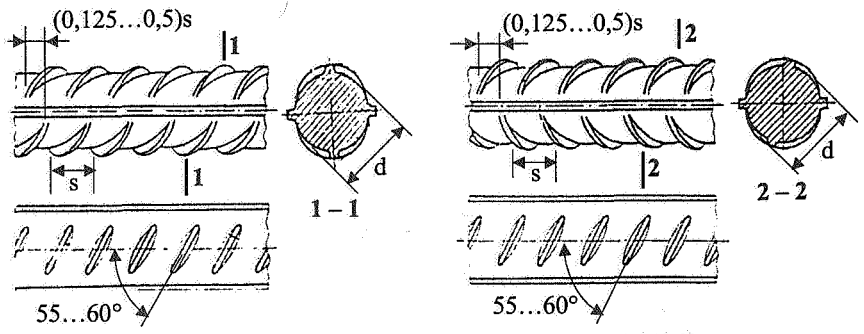
3.6.1. Oţelul beton laminat la cald

Diferenţierea produselor utilizate ca armături se face prin *marca de oţel*, condiţiile tehnice pentru produsele indigene din oţel laminat la cald – OB37, PC52, PC60 – fiind reglementate prin STAS 438/1-89. Compoziţia chimică a oţelului lichid corespunzător fiecărei mărci este indicată în tabelul 3.7; faţă de elementele de aliere din tabel, conţinutul maxim de Cr, Ni şi Cu este de maxim 0,30% pentru fiecare element în parte.

Produsul OB37 face parte din grupa de oţel carbon şi se laminează cu profil neted, în timp ce tipurile de produse PC52 şi PC60 fac parte din grupa oţelurilor slab aliate şi se produc cu profil periodic.

Oţelul beton PC are două nervuri longitudinale diametral opuse, cu dimensiuni constante pe toată lungimea şi nervuri elicoidale situate la distanţe egale, înclinate cu 55...65° faţă de

axa barei (fig. 3.5). Decalarea nervurilor pe cele două jumătăți ale profilului este de 0,125...0,5 din distanța dintre nervuri. Nervurile elicoidale ale barelor din PC52 sunt orientate în aceeași direcție pe ambele jumătăți ale profilului, în timp ce la barele din PC60 aceste nervuri sunt dispuse în direcții contrare. Caracteristicile profilurilor sunt indicate în standardul mai sus amintit în funcție de diametrul nominal al barei *d*.



a) PC52 b) PC60

Fig. 3.5. Oțelul laminat la cald cu profil periodic

Tabelul 3.7. Compoziția chimică a oțelului lichid pentru produse laminate la cald

Marca de oțel	Grupa de oțel	Felul profilului	Conținutul procentual maxim de:							
			C	Si	Mn	S	P	V	Ti	Carbon echivalent C_e
OB37	oțel carbon	neted	0,23	0,07	0,75	0,045	0,045	-	-	-
PC52	oțel slab aliat	periodic	0,22	0,55	1,60	0,045	0,045	-	0,06	-
PC60			0,27	0,55	1,60	0,045	0,045	0,04...0,10	-	0,50

Aria secțiunii efective, determinată cu relația (3.2) poate diferi de aria secțiunii nominale, corespunzătoare diametrul nominal, cu cel mult ±8% pentru diametre până la 10 mm, respectiv cu ±5% pentru diametre peste 10 mm.

Barele cu profil periodic se folosesc ca armături de rezistență, în timp ce barele netede OB37 pot fi folosite ca etrieri, frete sau armături constructive. În conformitate cu STAS 10107/0-90, oțelul OB37 poate fi folosit și la armăturile de rezistență a căror dimensionare rezultă din respectarea condițiilor de procent minim de armare, diametre minime, respectiv distanțe maxime dintre bare. Caracteristicile mecanice ale acestor produse sunt date în tabelul 3.8 în funcție de marca de oțel și diametrul barei [36].

Livrarea acestor produse se face după cum urmează:

- sub formă de colaci pentru diametrele de 6...12 mm, greutatea colacilor fiind în jur de 40...600 kg; colacii pentru produsele din PC60 cu diametre nominale de 10 și 12 mm vor avea diametrul interior de minim 700 mm;
- legături de bare pentru diametrele de la 14 mm; lungimea barelor este de 10...18 m pentru diametrele până la 20 mm inclusiv, respectiv 8...18 m pentru diametrele mai mari decât 20 mm; masa unei legături de bare este de 5000 kg.

Tabelul 3.8. Caracteristicile mecanice ale armăturilor laminate la cald

Marca de oțel	Diametrul nominal (mm)	Valori minime			
		Limita de curgere N/mm²		Rezistența la rupere R_m N/mm²	Alungirea după rupere A_5, %
OB37	6...12	R_e =	255	360	25
	14...40		235		
PC52	6...14	$R_{0,2}$ =	355	510	20
	16...28		345		
	32...40		335		
PC60	6...12		420	590	16
	14...28		405		
	32...40		395		

Notă: pentru PC60 se acceptă scăderea rezistenței la rupere până la minim 560 N/mm² cu condiția menținerii limitei de curgere și a creșterii alungirii la rupere la cel puțin 20%.

3.6.2. Sârma rotundă trefilată

Sârma rotundă trefilată cu suprafață netedă pentru beton – STNB – este folosită pentru realizarea plaselor și carcaselor sudate, caracteristicile tehnice fiind descrise în STAS 438/2-91. Acest produs se obține din OL34, OL37, OL42 și OL44.

Caracteristicile mecanice ale acestor produse sunt date în tabelul 3.9 în funcție de diametrul barei [37].

Livrarea sârmei se face în colaci cu diametrul interior de:

- 250...650 mm pentru sârmele cu diametrul până la 3,5 mm inclusiv, masa obișnuită a colacului fiind de 15...100 kg;
- 400...1000 mm pentru sârmele cu diametrul peste 3,5 mm, masa obișnuită a colacului fiind de 20...150 kg.

Tabelul 3.9. Caracteristicile mecanice ale sârmelor trefilate - STNB

Diametrul sârmei mm	Valoari minime		
	Limita de curgere $R_{0,2}$, N/mm²	Rezistența la rupere R_m, N/mm²	Alungirea după rupere A_{10}, %
3,0; 3,5; 4,0	510	610	6
4,5; 5,0; 5,6	460	560	7
6,0; 6,5; 7,1			8
8,0; 9,0; 10,0	400	510	8

3.6.3. Sârma cu profil periodic

Sârma cu profil periodic obținută prin deformarea plastică la rece – SPPB – poate fi folosită la armarea betoanelor ca atare sau la realizarea plaselor sudate, geometria sârmei și caracteristicile mecanice fiind detaliate în SR438-4:1998. Elementele de aliere, determinate pe produs, nu trebuie să depășească următoarele valori maxime: C – 0,24%; Si – 0,65%; Mn – 1,70; P și S – 0,055; N – 0,013. Conținutul de carbon echivalent, determinat cu relația (3.3), nu trebuie să depășească 0,52%.

Sârma este prevăzută cu trei șiruri de nervuri (fig. 3.6), două șiruri fiind înclinate în aceeași parte, iar cel de al treilea în sens invers față de celelalte două.

Valorile minime ale caracteristicilor mecanice, indiferent de diametrul sârmei d_s = 4...12 mm, sunt: limita de curgere $R_{p0,2}$ = 460 N/mm^2; rezistența la rupere R_m = 510 N/mm^2; alungirea la rupere, A_{10} = 8 %, respectiv A_5 = 10 % (se determină numai una din cele două valori). În documentele de livrare se va specifica raportul $R_m/R_{p0,2}$. Livrarea se face în colaci sau legături de bare, cu lungime de 6...12 m și masă maximă de 3 t.

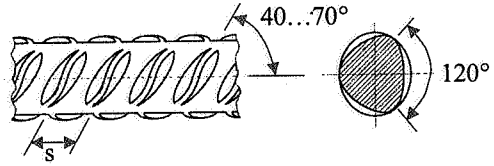


Fig. 3.6. Sârma cu profil periodic – SPPB

3.6.4. Plasele sudate

În conformitate cu STAS 438/3-89, plasele sudate sunt elemente plane de armătură formate din sârmă rotundă trefilată (pct. 3.6.2), sârmă profilată prin deformare plastică la rece (pct.3.6.3) sau bare laminate (pct. 3.6.1), dispuse pe direcții perpendiculare, punctele de contact fiind sudate prin rezistență electrică. După frecvența de utilizare, plasele pot fi de serie mare – G, serie mijlocie – L, respectiv serie mică – S, putându-se confecționa cu ochiuri pătrate – Q, respectiv cu ochiuri dreptunghiulare – R. Livrarea plaselor sudate se face în pachete legate cu sârmă în șase puncte în așa fel încât să fie asigurată manipularea pachetului; masa acestuia nu va depăși 2000 kg.

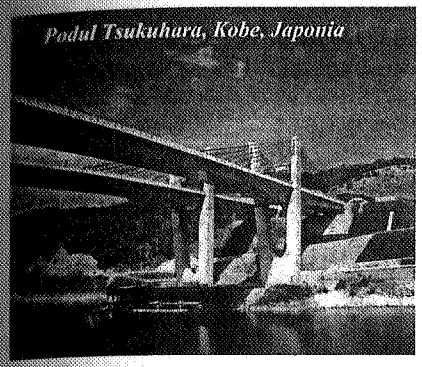
Plasele sudate sunt folosite la armarea elementelor plane din beton armat sau beton precomprimat: plăcile planșeelor, inima grinzilor prefabricate din beton armat sau precomprimat, pereți din beton armat, plăci curbe subțiri etc.

Tabelul 3.10. Caracteristici mecanice pentru plase sudate din STNB

Diametrul sârmei mm	Valori minime				
	Limita de curgere $R_{0,2}$ N/mm^2	Rezistența la rupere R_m N/mm^2	Alungirea după rupere A_{10}, %	Forța de forfecare a nodului pentru d_{min}/d_{max}	
				≤ 0,8	> 0,8
3,0...4,0	490	590(600)	6	0,35 $S_{max} R_{0,2}$	0,50 $S_{max} R_{0,2}$
4,5...5,6	440	540(550)	7		
6,0...7,1			8		
8,0...10,0	390	490(500)	8	cu $S_{max} = \pi d_{max}^2/4$	

Principalele caracteristici geometrice ale plaselor sudate realizate din sârme rotunde trefilate cu suprafață netedă STNB (pct. 3.6.2), sunt prezentate în anexele 27 și 28, luând în considerare caracteristicile mecanice din tabelul 3.10 [38].

Epruvetele necesare pentru încercările mecanice efectuate în vederea verificării calității prezintă anumite particularități în cazul plaselor sudate. Pentru încercarea la tracțiune este necesară prezența unei sârme transversale deoarece sudura punctiformă slăbește secțiunea sârmei direct încărcate (fig. 3.4a). Epruveta din figura 3.4b este folosită pentru determinarea calității sudării nodurilor.



4

BETONUL ARMAT

4.1. CONLUCRAREA DINTRE BETON ŞI ARMĂTURĂ

4.1.1. Natura aderenței

Asocierea și conlucrarea betonului cu armătura este necesară deoarece, în principal, armătura are rolul de a prelua eforturile de întindere pe care betonul simplu nu are capacitatea necesară de a la prelua, rezistența lui la întindere fiind foarte mică.

Conlucrarea dintre cele două materiale este posibilă deoarece la suprafața de contact dintre acestea se realizează o legătură cunoscută sub numele de *aderență*, care ia naștere în cursul procesului de întărire a betonului. Aderența împiedică lunecarea armăturii și asigură caracterul monolit al elementului de beton armat până la rupere. Chiar dacă betonul solicitat la întindere fisurează și armătura lunecă în beton pe o anumită porțiune în imediata vecinătate a fisurii, conlucrarea dintre cele două materiale continuă să existe pe distanța dintre fisuri. Conlucrarea celor două materiale este favorizată de mărimile apropiate ale coeficienților lor de dilatare termică.

Explicația fenomenului de aderență a făcut obiectul multor studii și cercetări ajungându-se la concluzia că ea se datorează următoarelor trei cauze:

- încleierea (adeziunea) pastei de ciment pe armătură;
- încleștarea (împănarea) betonului în neregularitățile de pe suprafața armăturii;
- frecarea dintre armătură și beton în procesul smulgerii barei.

Încleierea reprezintă adeziunea gelurilor din pasta de ciment la suprafața armăturii, care prin întărire, asigură conlucrarea celor două materiale. Pe baza rezultatelor experimentale s-a constatat că aportul încleierii la valoarea totală a efortului unitar de aderență este destul de mic, reprezentând, în medie, circa 10 % din efortul total. Efortul unitar de aderență datorită încleierii poate fi determinat măsurând forța necesară pentru dezlipirea unei probe de beton turnată pe o placă metalică șlefuită (fig.4.1a).

Încleştarea betonului în neregularităţile de pe suprafaţa armăturilor reprezintă factorul esenţial în explicarea fenomenului de aderenţă.

Barele cu suprafaţă netedă obţinute prin laminare au pe suprafaţa lor o serie de neregularităţi variind între (40...120) μ, neregularităţi inerente procesului de laminare, care nu sunt însă evidente la o cercetare sumară cu ochiul liber. Pasta de ciment intră în aceste neregularităţi, se întăreşte, iar la smulgerea barei din beton are loc o forfecare a pietrei de ciment la nivelul neregularităţilor armăturii.

La barele cu profil periodic, cu nervuri transversale, de ordinul milimetrilor, dispuse regulat, efectul încleştării este mult mai mare.

La aceste armături în momentul smulgerii se creează un plan potenţial de forfecare la nivelul superior al nervurilor transversale (fig. 4.1b). Cedarea însă nu se produce în lungul acestui plan, ci se formează fisuri interne ca în figura 4.2a, când efortul unitar principal σ_{b1} depăşeşte rezistenţa la întindere a betonului R_t. Aceste fisuri apar în jurul armăturii şi au o înclinare de circa 60° faţă de axa longitudinală a barei. Deformarea dinţilor de beton - formaţi ca urmare a fisurării interne - produce o creştere a presiunii generate de contracţia betonului asupra armăturii. În plus, porţiunile detaşate din structura betonului la suprafaţa de contact cu armătura produc un efect de împănare al armăturii în beton şi în consecinţă o sporire a presiunilor exercitate asupra barei. Sporirea presiunilor asupra barei atrage după sine creşterea frecării şi deci a aderenţei dintre beton şi armătură [88], [93], [116], [117]. Eforturile unitare inelare produse de extragerea armăturii, tot mai ancorată în beton pe măsura creşterii forţei de smulgere, cresc tot mai mult producând în final despicarea betonului printr-o fisură radială (fig. 4.2b).

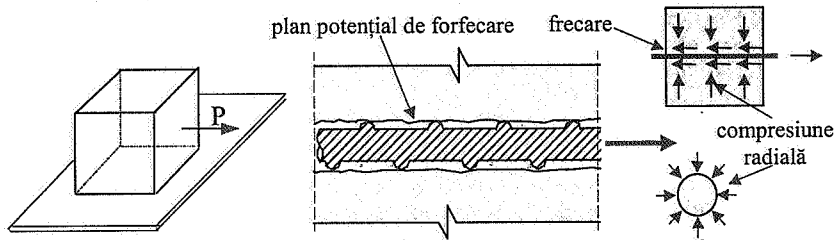


Fig. 4.1. Cauzele aderenţei

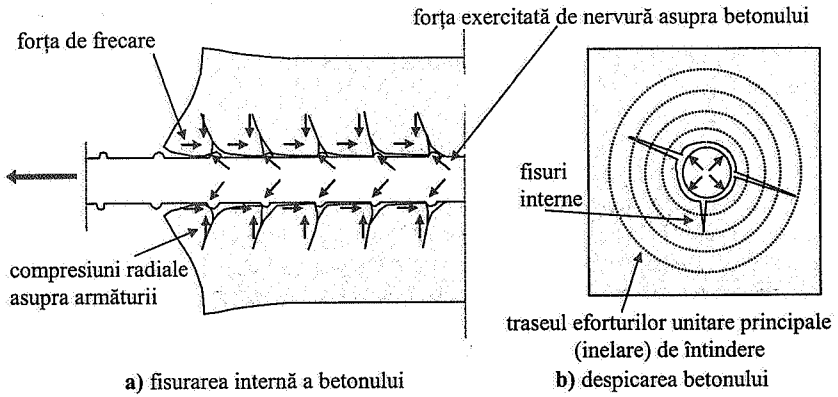


Fig. 4.2. Modelul aderenţei dintre beton şi armătura cu profil periodic

S-a constatat că efortul unitar de aderenţă datorită încleştării poate să reprezinte până la 70 % din efortul unitar total de aderenţă.

Frecarea dintre beton şi armătură se activează în momentul în care armătura este supusă la smulgere, în contextul unei presiuni radiale asupra barei datorită contracţiei betonului (fig. 4.1c). Pe baza cercetărilor experimentale s-a ajuns la concluzia că efortul unitar de aderenţă datorită frecării reprezintă 15 % până la 20 % din valoarea efortului unitar total de aderenţă.

4.1.2. Determinarea efortului unitar de aderenţă

Cea mai simplă metodă pentru determinarea efortului unitar de aderenţă constă în smulgerea unei bare de oţel dintr-o probă de beton, cubică sau cilindrică. Smulgerea se poate face solicitând bara la întindere [39] sau, mai rar, la compresiune, măsurând forţa care trebuie aplicată la un capăt al barei pentru a o face să lunece în proba de beton (fig. 4.3).

După activarea aderenţei, care are loc la o deplasare de 0,01 mm a capătului liber al barei, efortul unitar de aderenţă creşte, valoarea lui maximă atingându-se la o deplasare de 0,25 mm în cazul barelor netede, respectiv 1 mm în cazul barelor cu profil periodic.

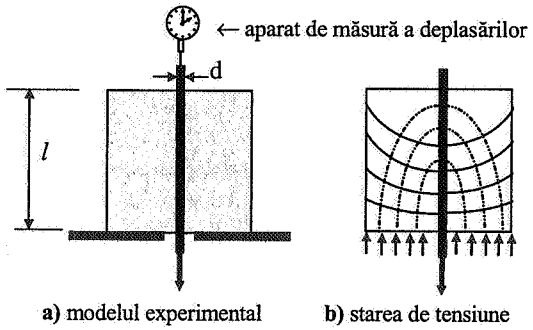


Fig. 4.3. Determinarea mărimii efortului unitar de aderenţă

Smulgerea barei din beton are aspecte diferite în funcţie de tipul armăturii, astfel, în momentul distrugerii aderenţei bara netedă lunecă prin beton, manifestându-se numai o frecare redusă.

În conformitate cu STAS 10107/0-90 [31], efortul unitar de aderenţă τ_a se poate lua în considerare după cum urmează:

- $\tau_a = 2{,}4R_t$ pentru bare cu profil periodic:
- $\tau_a = 1{,}5R_t$ pentru bare netede;
- $\tau_a = R_t$ pentru bare netede, în pereţii rezervoarelor şi silozurilor executate în cofraje glisante.

4.1.3. Repartiţia eforturilor unitare de aderenţă

Repartiţia eforturilor unitare de aderenţă transmise de la armătură la beton este neuniformă în masa acestuia, atât în sens transversal, cât şi în sens longitudinal.

Repartiţia eforturilor unitare de aderenţă în sens transversal armăturii este funcţie de distanţa de la armătură. La smulgerea unei bare de oţel din beton acesta se deformează pe o anumită porţiune, de rază r, denumită zonă de influenţă (fig. 4.4). Se constată că betonul este puternic antrenat în deformaţie în vecinătatea imediată a armăturii şi că această deformaţie scade odată cu creşterea distanţei; la o anumită depărtare de armătură betonul nu se mai

deformează oricare ar fi valoarea efortului unitar din armătură. Experimental s-a constatat că mărimea zonei de influenţă creşte cu mărirea diametrului armăturii şi scade la betoanele de calitatea superioară. După unii cercetători raza de acţiune ar fi $r = (10...15)d$, alţii însă admit valori mai mici, $r = 2{,}5d$. Cunoaşterea zonei de influenţă este necesară pentru o poziţionare mai raţională a armăturii în secţiunea transversală a elementului, atunci când acest lucru este posibil.

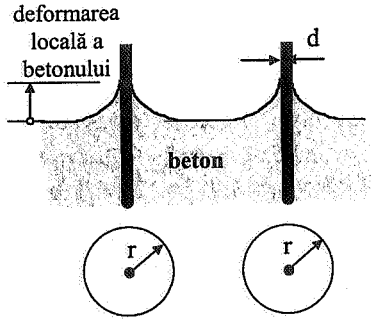


Fig. 4.4. Repartiţia transversală a efortului unitar de aderenţă

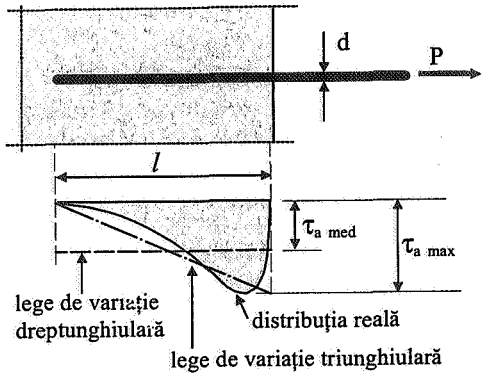


Fig. 4.5. Repartiţia longitudinală a efortului unitar de aderenţă

Dacă într-un element din beton se află mai multe armături, influenţa lor poate să se suprapună prin intersectarea zonelor de influenţă.

Condiţiile cele mai bune de transmitere a eforturilor de la armătură la beton au loc atunci când zonele de influenţă sunt tangente exterioare şi deci nu se suprapun; în cazurile curente, când distanţa minimă dintre armături se ia ≥ d sau ≥ 25mm, se produce suprapunerea zonelor de influenţă.

Distribuţia eforturilor unitare de aderenţă în lungul armăturilor prezintă importanţă atât pentru calculul forţei de aderenţă cât şi pentru calculul stării de fisurare a elementelor din beton armat. Pentru o bară înglobată în beton, diagrama reală de distribuţie a eforturilor unitare de aderenţă are forma din figura 4.5. Pentru cazurile practice s-au admis diagrame simplificate, mai des folosite fiind diagrama dreptunghiulară şi cea triunghiulară.

Admiţând una din legile de variaţie a efortului unitar de aderenţă, se poate determina lungimea minimă de ancorare l_a a armăturii în beton din condiţia ca distrugerea aderenţei să se producă simultan cu curgerea armăturii. În cazul distribuţiei dreptunghiulare cu $\tau_a = \tau_{a\,med}$, rezultă:

$$\frac{\pi d^2}{4}\sigma_c = \pi d l_a \tau_{a\,med}$$

de unde:

$$l_a = \frac{d\sigma_c}{4\tau_{a\,med}}$$

Deoarece efortul unitar mediu de aderenţă $\tau_{a\,med}$ este proporţional cu rezistenţa la întindere a betonului R_t, în STAS 10107/0-90 lungimea de ancorare l_a se exprimă în funcţie de raportul R_a/R_t, conform relaţiei (13.5). Modul practic de ancorare în beton a barelor de armătură este prezentat în detaliu la punctul 13.3.

4.1.4. Factorii care influenţează aderenţa

Calitatea betonului. Aderenţa creşte odată cu creşterea calităţii betonului, fiind legată în mod direct de rezistenţa la întindere. Prin urmare toţi factorii care influenţează calitatea betonului (dozajul şi natura mineralogică a cimentului, raportul A/C, compactitatea etc.), şi în special rezistenţa lui la întindere, vor influenţa şi mărimea efortului unitar de aderenţă.

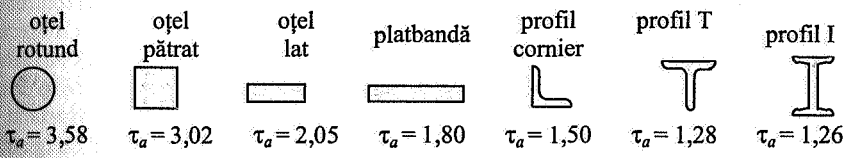
Dozajul de ciment. Aderenţa se îmbunătăţeşte odată cu sporirea dozajului de ciment, deoarece creşterea cantităţii pastei de ciment asigură o încleiere şi o încleştare mai bună la suprafaţa de contact dintre cele două materiale.

Raportul apă-ciment. Aderenţa scade odată cu creşterea raportului A/C, atât ca urmare a reducerii compactităţii betonului cât şi ca urmare a formării unor pungi de apă sub porţiunile orizontale ale barelor. În timp, apa din aceste pungi se evaporă, iar armătura nu mai rămâne în contact intim cu betonul în zona respectivă.

Compactarea betonului. Utilizarea unor mijloace mecanice de punere în operă influenţează favorabil rezistenţele betonului, deci şi aderenţa dintre beton şi armătură.

Poziţia armăturii în raport cu direcţia betonării. Armăturile aşezate orizontal în momentul turnării şi compactării betonului, prezintă o aderenţă mai slabă decât cele aşezate vertical, deoarece tasarea betonului proaspăt poate provoca pungi de apă şi aer sub armături reducând suprafaţa de contact dintre armătură şi beton. De asemenea aderenţa dintre cele două materiale mai depinde şi de tasarea betonului proaspăt. Influenţa tasării plastice a betonului proaspăt este mai accentuată la barele aşezate la partea superioară a elementelor, aderenţa acestor bare reducându-se până la 75 % faţă de aceea a barelor de la partea inferioară. Această reducere se datorează apariţiei unor fisuri longitudinale deasupra armăturii (fig. 11.1g). Aceste bare sunt considerate, conform STAS10107/0-90, ca aflându-se în condiţii defavorabile de aderenţă (pct. 13.3.1.1).

Forma secţiunii transversale a armăturii. În condiţii similare de încercare efortul unitar de aderenţă depinde de forma secţiunii şi de tipul armăturii. În condiţiile aceluiaşi beton, pentru diferite tipuri de armături au fost stabilite, experimental, următoarele valori ale efortului unitar de aderenţă (N/mm^2) [81]:



Se poate constata că cea mai bună aderenţă o au barele cu secţiune circulară, formă care se foloseşte cu preponderenţă la alcătuirea elementelor de beton armat. În cazul barelor necirculare compactarea betonului poate fi necorespunzătoare, în plus, în colţurile profilurilor se produc concentrări de eforturi care conduc la distrugeri locale şi în consecinţă aderenţa scade.

Diametrul şi numărul barelor. În condiţii similare de experimentare, efortul unitar de aderenţă scade atunci când diametrul d al armăturii creşte, aşa cum se poate constata din diagrama obţinută experimental şi prezentată în figura 4.6a. Pentru asigurarea unei aderenţe corespunzătoare, legat de necesitatea înglobării barelor într-un anumit volum minim de beton, normele prescriu în funcţie de tipul elementului şi al armăturii distanţa minimă dintre bare. Prevederile pentru stâlpi şi grinzi sunt prezentate la punctele 13.6.1, respectiv 13.7.1.

Grosimea stratului de acoperire cu beton. În funcţie de condiţiile de exploatare, grosimea stratului de acoperire cu beton a armăturilor, pentru diferite elemente de construcţii, este

cuprinsă între 10...35 mm. Stratul de acoperire cu beton asigură în acelaşi timp protecţia armăturii împotriva coroziunii, motiv pentru care în anumite condiţii grosimea lui se majorează. Diminuarea stratului de acoperire cu beton conduce la scăderea aderenţei deoarece presiunile radiale, exercitate prin contracţia betonului asupra armăturii (fig. 4.1c), se reduc. Prevederile normelor referitoare la stratul de acoperire cu beton sunt prezentate la punctul 13.2.

Lungimea de înglobare a barei în beton. Testele experimentale au relevat că efortul unitar de aderenţă scade odată cu creşterea lungimii de înglobare (fig. 4.6b). Aceste rezultate sunt o confirmare a faptului că distribuţia efortului unitar de aderenţă în lungul barei nu este uniformă.

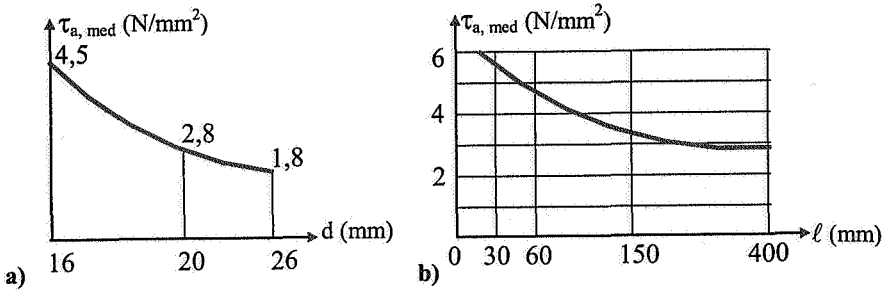


Fig. 4.6. Variaţia efortului unitar de aderenţă în funcţie de diametrul barei şi de lungimea de înglobare [81]

Natura suprafeţei armăturilor. Pe baza rezultatelor experimentale s-a constatat că barele cu profil periodic laminate la cald (PC) prezintă o aderenţă de 3...5 ori mai mare decât cea a barelor cu suprafaţa netedă. Efectul ruginii incipiente şi neregularităţile suprafeţei barei obţinute la laminare joacă, la scară redusă, rolul profilelor barelor laminate la cald. Barele ruginite a căror strat de rugină are tendinţă de exfoliere se curăţă cu perii de sârmă rezultând o rugozitate mai pronunţată şi o aderenţă mai bună.

Armarea transversală. Ancorarea armăturii în beton şi în special a armăturii cu profil periodic duce la tensiuni transversale în masa betonului (fig. 4.3b) datorită efectului de împănare al neregularităţilor. La smulgerea unor bare cu profil periodic s-a observat apariţia unor fisuri longitudinale şi despicarea epruvetelor în momentul smulgerii (fig. 4.3b). Armătura transversală sub formă de fretă, etrieri sau plase sudate împiedică deformaţiile transversale ale betonului, mărind forţa de aderenţă. Pe baza rezultatelor experimentale s-a constatat că la armăturile cu profil periodic PC, freta sporeşte aderenţa de 3...5 ori faţă de ceea înregistrată în cazul elementelor nefretate, în timp ce la barele cu suprafaţa netedă acest spor este de numai 50 %.

Modul de solicitare. Aderenţa dintre beton şi armătură se diminuează în cazul când solicitările nu au un caracter static. În cazul elementelor structurilor supuse la acţiunea seismului sau la oboseală, aderenţa dintre beton şi armătură se poate diminua cu până la 25%, datorită condiţiilor severe de solicitare.

Modul de păstrare. Diferenţa dintre eforturile unitare de aderenţă la păstrarea în mediu umed sau uscat este sensibilă numai la betoane de vârstă mai mare, când probele păstrate în mediu umed prezintă o aderenţă cu (10...15)% mai mare decât cele păstrate în mediu uscat. Dacă imediat după turnare survine un îngheţ, aderenţa dintre beton şi armătură scade foarte mult. Experimental, la betoanele îngheţate s-au înregistrat rezistenţe la aderenţă mult diminuate faţă de cele întărite normal.

4.2. STADIILE DE LUCRU ALE ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT SUB ACŢIUNEA ÎNCĂRCĂRILOR EXTERIOARE

Betonul şi armătura au proprietăţi fizico-mecanice diferite, puse în evidenţă de curbele caracteristice ale celor două materiale (pentru beton - pct. 2.3.4, fig. 2.29; pentru armătură pct. 3.2, fig. 3.1...3.3). Spre deosebire de armătură, betonul se caracterizează şi prin variaţia în timp a proprietăţilor sale fizico-mecanice. Sub efectul încărcărilor exterioare betonul armat are un comportament ce nu coincide cu acela al betonului sau al armăturii.

Sub acţiunea încărcărilor exterioare, monoton crescătoare, în elementele din beton armat se produc modificări cantitative, ale eforturilor şi calitative, ale comportării materialelor, ceea ce permite delimitarea stadiilor de lucru. Modificările calitative sunt puse în evidenţă prin trecerea de la un comportament elastic la unul plastic sau de rupere.

Comportarea elementelor din beton armat este influenţată şi de natura eforturilor secţionale - forţă axială de compresiune/întindere, moment încovoietor, forţă tăietoare, moment de torsiune - precum şi de interacţiunea acestor eforturi. În cazul interacţiunii forţei axiale şi momentului încovoietor se pot distinge următoarele situaţii:

- axa neutră în secţiune – încovoiere, cazul I de compresiune, sau întindere excentrică cu excentricitate mare;
- axa neutră în afara secţiunii – cazul II de compresiune, sau întindere excentrică cu excentricitate mică.

De asemenea, comportarea elementelor din beton armat este influenţată şi de cantitatea de armătură dispusă în element, exprimată prin procentul de armare $p = 100A_a / A_b$. Din acest punct de vedere există:

- betonul simplu cu armătură de siguranţă, folosit cu precădere în construcţii hidrotehnice masive etc.;
- betonul slab armat, realizat cu procente de armare reduse, folosit în construcţii hidrotehnice masive etc.;
- betonul armat, realizat cu procente mici şi mijlocii de armare ($p \cong 0{,}1...2{,}5; 3{,}0\ \%$); folosit cu precădere în domeniul construcţiilor civile, industriale şi al podurilor;
- betonul supraarmat, realizat cu procente mari de armare ($p > 2{,}5;\ 3{,}0\ \%$); este o soluţie necorespunzătoare din cauza folosirii neeficiente a armăturii.

Sub efectul încărcărilor statice de scurtă durată, monoton crescătoare, se evidenţiază trei stadii principale de lucru: stadiul I elastic; stadiul II elastico-plastic şi stadiul III plastic.

4.2.1. Descrierea stadiilor de lucru

4.2.1.1. Stadiile de lucru ale elementelor cu axa neutră în secţiune

Pentru exemplificarea stadiilor de lucru s-a ales o grindă din beton armat, simplu rezemată, cu secţiune dreptunghiulară simplu armată, urmărind zona dintre forţele concentrate, zonă supusă la încovoiere pură (fig. 4.7a).

Stadiul I corespunde situaţiei când încărcările exterioare sunt mici. În aceste condiţii, întreaga secţiune transversală din beton armat este activă şi se comportă ca un material elastic. Eforturile unitare în beton şi armătură sunt proporţionale cu deformaţiile specifice. Axa neutră este situată sub axa mediană, pentru că aria de armătură A_a deplasează în jos centrul de greutate al secţiunii neomogene (fig. 4.7b). Rigiditatea la încovoiere $(EI)_I$ a secţiunii este maximă (fig. 4.8).

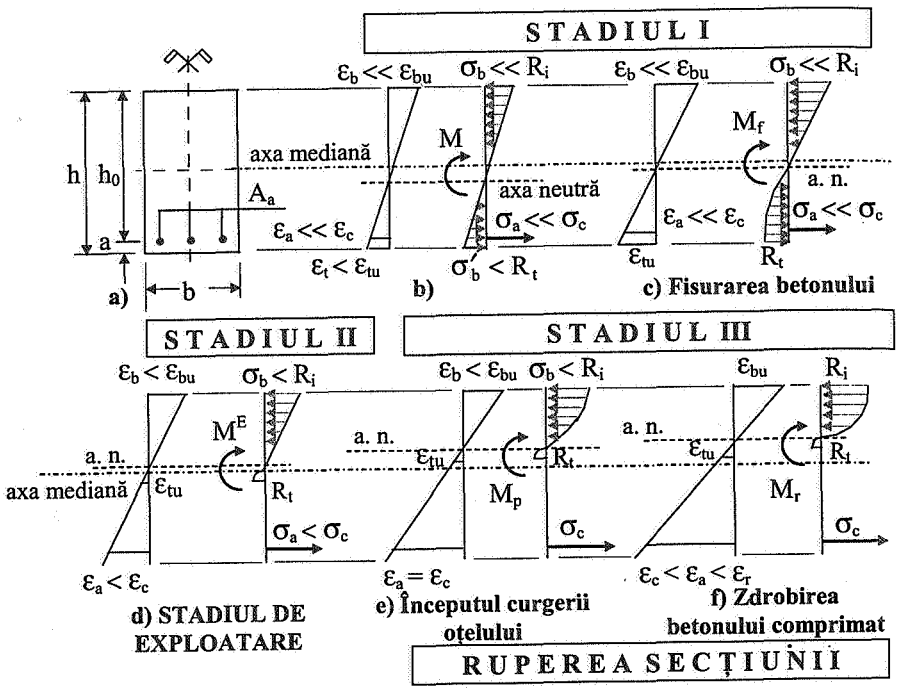


Fig. 4.7. Stadiile de lucru ale unui element din beton armat, supus la încovoiere

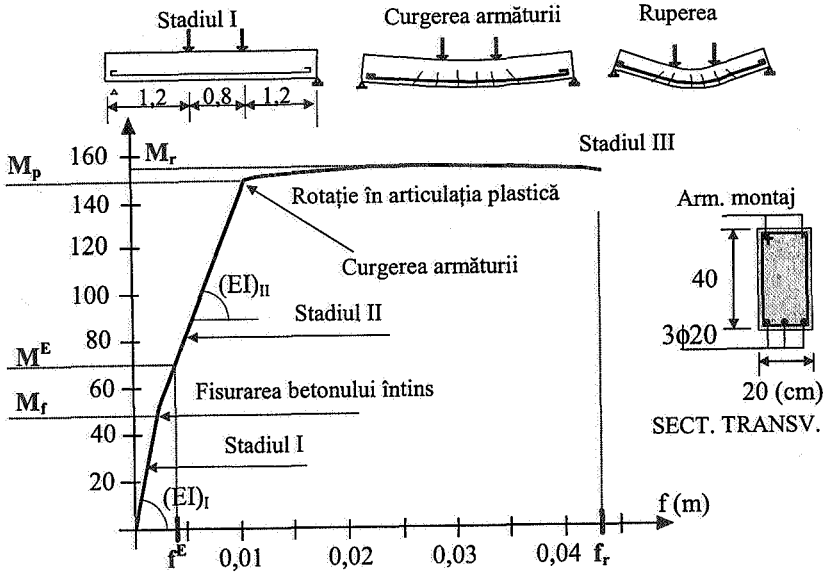


Fig. 4.8. Evoluția rigidității elementelor din beton armat

Stadiul I este un stadiu stabil şi reprezintă stadiul de exploatare (de lucru) al elementelor din beton slab armat, folosit la elemente la care nu se admite apariţia fisurilor în betonul întins.

Pe măsura sporirii încărcării exterioare, la limită, deformaţia specifică din fibra de beton cea mai întinsă atinge deformaţia specifică ultimă ε_{tu}, iar efortul unitar de întindere devine egal cu rezistenţa la întindere R_t. Betonul întins este plasticizat, ceea ce pune în evidenţă prima modificare calitativă în comportamentul elementului încovoiat (fig. 4.7c).

Efortul unitar în armătura întinsă, la limita stadiului I, are valoarea:

$$\sigma_a = \varepsilon_a E_a \cong \varepsilon_{tu} E_a = \frac{0{,}1...0{,}15}{1000} 210000 = 21...31{,}5 \text{ N/mm}^2 << \sigma_c$$

rezultând că armătura nu este folosită în mod eficient.

Limita stadiului I este o stare instabilă, pentru că la o uşoară creştere a încărcărilor, se produce *fisurarea betonului* prin depăşirea rezistenţei la întindere; în această situaţie momentul încovoietor exterior M este egal cu momentul încovoietor de fisurare M_f. Fisurarea betonului întins pune în lumină a doua modificare calitativă în comportamentul elementului, care trece astfel în stadiul II. În momentul fisurării se produce o modificare a rigidităţii elementului (fig. 4.8), iar axa neutră are tendinţa de urcare, rămânând însă sub axa mediană a secţiunii.

Stadiul II corespunde unui nivel de solicitare produs de încărcările de exploatare, motiv pentru care se consideră că este *stadiul de exploatare*, elementul lucrând cu zona întinsă fisurată. După fisurare, eforturile unitare în betonul comprimat şi armătura întinsă cresc brusc (fig. 4.7d). Rigiditatea secţiunii $(EI)_{II}$ este mai mică decât în stadiul I ca o consecinţă a fisurării (fig. 4.8). Axa neutră se deplasează în sus, deasupra axei mediane a secţiunii. În secţiunea fisurată, imediat sub axa neutră, există o zonă de beton întins şi nefisurat, dar cu extindere mică şi de aceea, în mod curent, se neglijează. Betonul întins dintre fisuri participă însă, în ansamblul elementului, la preluarea eforturilor (fig. 4.9).

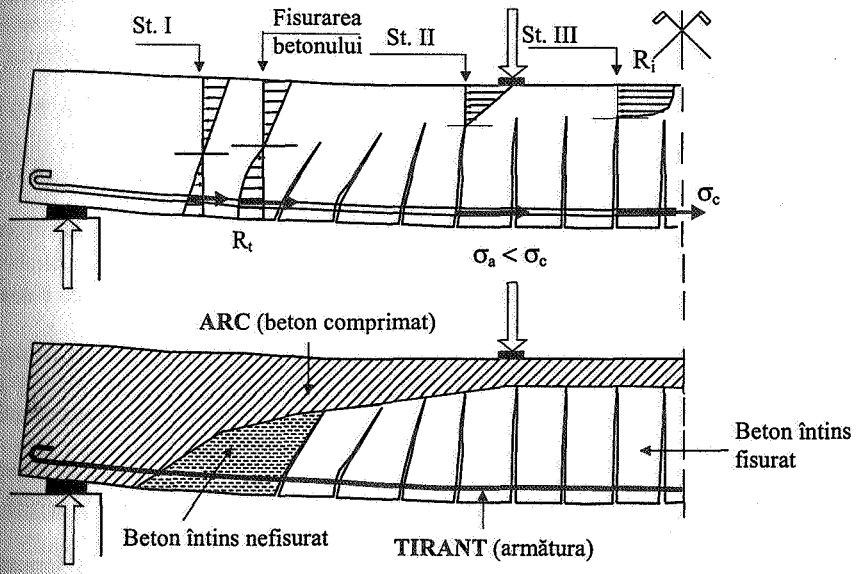


Fig. 4.9. Element încovoiat din beton armat

Betonul comprimat şi armătura se comportă elastic, eforturile unitare fiind în principiu:

$$\sigma_b \leq R_0 \cong 0{,}5R_t$$

$$\sigma_a \cong (0{,}7 \ldots 0{,}8)\sigma_c$$

Stadiul II, fisurat, cu comportament presupus elastic sub acţiunea eforturilor secţionale corespunzătoare N^E, M^E (precum şi Q^E), constituie baza calculului la stările limită ale exploatării normale şi la starea limită de oboseală, secţiunea activă fiind formată din betonul comprimat şi armătura întinsă (eventual şi cea comprimată, dacă aceasta există). Dacă efortul unitar din betonul comprimat depăşeşte limita de microfisurare, diagrama se curbează şi comportamentul este elastico-plastic.

Sporirea încărcărilor conduce la creşterea deformaţiilor specifice şi a eforturilor unitare, ajungându-se la situaţia când unul din cele două materiale, sau eventual amândouă îşi ating deformaţiile specifice ultime şi rezistenţele respective, ceea ce constituie începutul procesului de rupere. În acest mod se pune în evidenţă cea de a treia modificare calitativă în comportamentul elementului din beton armat, trecându-se în stadiul III.

Stadiul III este *stadiul de rupere*, modul de rupere fiind condiţionat de cantitatea de armătură exprimată prin procentul de armare.

La elementele din *beton armat* realizate cu procente de armare mici şi mijlocii, depăşirea stadiului II se produce prin intrarea armăturii întinse în curgere şi începutul plasticizării betonului comprimat, fenomen pus în evidentă prin curbarea continuă a diagramei de eforturi unitare de compresiune, dar fără a se epuiza capacitatea portantă a acestuia (fig. 4.7e). În timp ce armătura întinsă curge sub încărcare practic constantă, se produce rotaţia secţiunii şi în consecinţă creşterea eforturilor unitare în betonul comprimat; în secţiunea respectivă se consideră că s-a format o articulaţie plastică. Acest tip de articulaţie este caracterizat prin prezenţa unui moment încovoietor constant M_p, denumit moment încovoietor de plasticizare. Ca o consecinţă a rotirii continue a secţiunii, în final se produce zdrobirea betonului comprimat (fig. 4.7f). Momentul încovoietor corespunzător acestei situaţii este denumit moment încovoietor de rupere M_r. Axa neutră este situată cel mai sus posibil, iar rigiditatea la încovoiere a secţiunii este minimă (fig. 4.8).

În cazul *betonului supraarmat* ruperea se produce prin zdrobirea betonului, fără ca armătura întinsă să-şi epuizeze capacitatea de rezistenţă ($\sigma_a < \sigma_c$), din acest motiv ruperea are un caracter casant. Această variantă de armare este o soluţie neeconomică, deoarece armătura nu este folosită la capacitate maximă.

În cazul *betonului slab armat*, ruperea începe prin intrarea armăturii întinse în curgere, fiind chiar posibilă depăşirea acestei limite ($\sigma_c < \sigma_a < \sigma_r$). Ruperea se produce prin zdrobirea betonului comprimat sau prin deformaţii excesive ale armăturii ($\varepsilon_a = \varepsilon_{au}$), fără ca betonul să-şi atingă rezistenţa la compresiune.

În cazul *elementelor de beton simplu cu armătură de siguranţă* efortul unitar din armătura întinsă parcurge rapid palierul de curgere şi porţiunea de consolidare, ajungând la limita de rupere σ_r. În acest caz, armătura are rolul de a reduce în oarecare măsură fragilitatea betonului simplu.

Asupra modului de comportare a *elementelor din beton armat cu procente de armare mijlocii* ($p = 0{,}3...3{,}0\%$), supuse la moment încovoietor şi forţă axială, având axa neutră în secţiune, se fac următoarele aprecieri cu caracter general:

- pe măsura creşterii încărcării se disting două momente importante - fisurarea şi formarea articulaţiei plastice;

- rigiditatea elementului se reduce o dată cu creşterea încărcării, fenomen redat de diagrama moment încovoietor-săgeată din figura 4.8, diagramă obţinută prin analiza pe calculator a comportării elementului reprezentat în aceeaşi figură;
- **ruperea elementelor din beton armat cu procente de armare obişnuite începe prin curgerea armăturii întinse şi se termină prin zdrobirea betonului comprimat (stadiul III); acest mod de cedare are un caracter ductil datorită deformaţiilor plastice mari produse înainte de rupere;**
- în lungul unui element se pot întâlni toate stadiile de lucru, în funcţie de solicitarea acestuia; se poate constata că elementul lucrează ca un arc de beton cu tirant de oţel (fig. 4.9);
- în structurile static nedeterminate apariţia unei articulaţii plastice nu înseamnă ruperea structurii, ci numai reducerea gradului de nedeterminare statică şi redistribuirea eforturilor secţionale către alte zone mai puţin solicitate.

4.2.1.2. Stadiile de lucru ale elementelor cu axa neutră în afara secţiunii

Elemente supuse la întindere

Forţa de întindere se află între armături, datorită valorii reduse a momentului încovoietor. Starea de eforturi unitare este asemănătoare cu cea din zona întinsă a unui element încovoiat, de aceea se remarcă aceleaşi stadii de lucru ca şi în cazul elementelor cu axa neutră în secţiune. Singura deosebire constă în faptul că începutul curgerii armăturii înseamnă în acelaşi timp epuizarea capacităţii portante a elementului. Secţiunea activă este dată de aria armăturilor întinse, betonul fiind total fisurat şi scos din lucru.

Elemente supuse la compresiune

Stadiul I corespunde sarcinilor de exploatare când efortul unitar în beton nu depăşeşte rezistenţa la microfisurare R_0, deformaţiile betonului fiind elastice. Eforturile unitare în beton şi în armătură sunt proporţionale cu deformaţiile specifice.

Stadiul II se atinge atunci când efortul unitar depăşeşte valoarea rezistenţei la microfisurare R_0 (pct. 2.2.1.1).

Creşterea eforturilor unitare în beton determină trecerea în *stadiul III* de rupere, atunci când se produce zdrobirea betonului comprimat. Armătura atinge limita de curgere înainte sau simultan cu zdrobirea betonului comprimat, astfel încât în momentul ruperii elementului ambele materiale şi-au epuizat capacitatea portantă. În momentul zdrobirii betonului comprimat, armătura poate flamba spre exteriorul elementului, datorită decojirii stratului de acoperire cu beton.

4.2.2. Analiza stării de tensiune în diferitele stadii de lucru

4.2.2.1. Calculul capacităţii portante la fisurare

Calculul capacităţii portante la fisurare în secţiuni normale se face pe baza diagramei de deformaţii specifice şi de eforturi unitare din figura 4.10. Se admit următoarele ipoteze:

- capacitatea portantă la fisurare a secţiunii de beton armat se obţine prin aduñarea aportului armăturii la capacitatea portantă a secţiunii de beton simplu;
- pentru elementele cu axa neutră în secţiune, se neglijează influenţa armăturii asupra poziţiei axei neutre, această ipoteză bazându-se pe rezultate teoretice şi experimentale.

Elemente întinse centric

Capacitatea portantă la fisurare a elementelor întinse centric este:

$$N_{capf} = N_{bf} + N_{af} = A_b R_t + A_{a\,tot}\sigma_a$$

unde: $\sigma_a = \varepsilon_a E_a$ este efortul unitar în armătura întinsă.

ε_a – deformația specifică în armătura întinsă, care se obține plecând de la egalitatea deformațiilor specifice $\varepsilon_a = \varepsilon_{tu}$.

Deformația specifică ultimă la întindere a betonului ε_{tu}, ținând cont de plasticizarea acestuia, se obține din relația $\varepsilon_{tu} = R_t / E_{bS}$.

Modulul secant al betonului E_{bS} se calculează cu relația (2.22), cu $\lambda = 0{,}5$ pentru întindere, rezultând $E_{bS} = E_b(1-\lambda) = 0{,}5E_b$, respectiv:

$$\varepsilon_{tu} = 2R_t / E_b$$

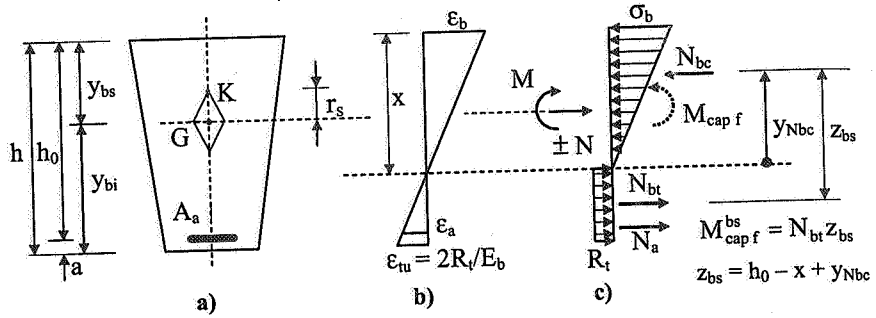


Fig. 4.10. Ipoteze pentru calculul capacității portante la fisurare

În consecință, eforul unitar în armătură este $\sigma_a = \varepsilon_{tu} E_a = 2R_t E_a / E_b = 2nR_t$, în care $n = E_a / E_b$ este coeficientul de echivalență al armăturii.

Având în vedere relația de mai sus, sau valoarea standardizată $\varepsilon_{tu} = 0{,}1$ ‰ (cap. 5) rezultă:

$\sigma_a = 2nR_t$ sau $\sigma_a = 0{,}0001 \cdot 210000 \cong 20$ N/mm^2.

În aceste condiții relația capacității portante la fisurare este:

$$N_{cap\,f} = A_b R_t + 2n\, R_t A_{a\,tot} = A_b R_t + 20 A_{a\,tot}$$

Elemente încovoiate

Capacitatea portantă la fisurare a elementelor încovoiate este [55]:

$$M_{cap\,f} = M_{bf} + M_{af} \qquad (4.1)$$

unde: $M_{bf} = c_{pl} W_f R_t$ este capacitatea portantă a secțiunii din beton simplu;

W_f – modulul de rezistență la fisurare; pentru secțiunile dreptunghiulare sau în formă de T, se admite $W_f = 1{,}75 W_e$;

W_e – modulul de rezistență pentru comportament elastic;

c_{pl} – coeficient prin care se ține cont de plasticizarea parțială a zonei întinse de beton, cu valorile de mai jos, în funcție de înălțimea secțiunii (mm):

$h \le 100$	200	500	≥1000
$c_{pl} = 1{,}00$	0,85	0,70	0,67

$M_{af} = A_a \sigma_a (h_0 - x + y_{Nbc})$ – aportul armăturii întinse la capacitatea portantă la fisurare a secțiunii din beton armat;

$y_{Nbc} = I_{bc} / S_{bc}$ – poziția rezultantei N_{bc} în raport cu axa neutră;

I_{bc}, S_{bc} – momentul de inerție, respectiv momentul static al zonei comprimate de beton, în raport cu axa neutră.

Efortul unitar în armătura întinsă este $\sigma_a = \varepsilon_a E_a$, deformația specifică în armătura întinsă ε_a obținându-se din ipoteza secțiunilor plane (fig. 4.10b):

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{tu} \frac{h_0 - x}{h - x} \cong \varepsilon_{tu}$$

Rezultă:

$$\sigma_a = \varepsilon_a E_a \cong \frac{2R_t}{E_b} E_a = 2nR_t$$

Elemente solicitate excentric

Capacitatea portantă a secțiunii din beton simplu solicitată excentric, cu axa neutră situată în secțiune, se obține utilizând modulul de rezistență la fisurare W_f, cu condiția ca ecuația de momente să fie scrisă în raport cu punctul K [55], situat în vârful sâmburelui central corespunzător fibrei întinse (fig. 4.10). La capacitatea portantă a secțiunii de beton simplu solicitată excentric se adună aportul armăturii; în aceste condiții, ecuația de momente pentru secțiunea simplu armată este:

$$M \mp N r_s - c_{pl} W_f R_t - A_a \sigma_a (h_0 - y_{bs} + r_s) = 0$$

Capacitatea portantă poate fi exprimată ca moment încovoietor:

$$M_{cap\,f} = c_{pl} W_f R_t + A_a \sigma_a (h_0 - y_{bs} + r_s) \pm N r_s \qquad (4.2)$$

sau ca forță axială:

$$N_{cap\,f} = [\pm M \mp c_{pl} W_f R_t \mp A_a \sigma_a (h_0 - y_{bs} + r_s)] / r_s$$

În relațiile de mai sus, semnul superior corespunde unei forțe axiale de compresiune.

Particularizarea 4.1. *Momentul încovoietor capabil la fisurare pentru secțiunea dreptunghiulară*

În cazul *elementelor încovoiate* intervin următoarele particularizări:

$$I_{bc} = bx^3/3;\ S_{bc} = bx^2/2;\ x = h/2;\ y_{Nbc} = 2x/3$$

Valoarea $z_{bs} = h_0 - x + y_{Nbc}$ devine $z_{bs} = h_0 - x + 2x/3 = h_0 - h/6$, astfel încât relația (4.1) se pune sub forma de mai jos:

$$M_{cap\,f} = 0{,}29 c_{pl} b h^2 R_t + 2nR_t A_a (h_0 - h/6) \qquad (4.1a)$$

În cazul *elementelor solicitate excentric*, în relația (4.2) intervine particularizarea: $h_0 - y_{bs} + r_s = h_0 - h/2 + h/6 = h_0 - h/3$, astfel încât:

$$M_{cap\,f} = 0{,}29 c_{pl} b h^2 R_t + 2nR_t A_a (h_0 - h/3) \pm N r_s \qquad (4.2a)$$

Relațiile (4.1a) și (4.2a) se pot simplifica, plecând de la relațiile (4.1) și (4.2) și având în vedere că:

$\varepsilon_{tu} = 0{,}1$ ‰ deci $\sigma_a = \varepsilon_a E_a \cong \varepsilon_{tu} E_a \cong 20$ N/mm^2

$h_0 \cong 0{,}95h$ deci $\begin{cases} h_0 - h/6 = (0{,}95 - 0{,}166)\, h = 0{,}783h \\ h_0 - h/3 = (0{,}95 - 0{,}333)\, h = 0{,}617h \end{cases}$

rezultând în final:

- pentru încovoiere: $M_{capf} \cong 0{,}29 c_{pl} b h^2 R_t + 16 A_a h$ (4.1b)

- pentru solicitări excentrice: $M_{capf} \cong 0{,}29 c_{pl} b h^2 R_t + 12 A_a h \pm N r_s$ (4.2b)

Secțiunea (monosimetrică sau dreptunghiulară) nu fisurează dacă:

$$M \le M_{capf}$$

Momentul încovoietor exterior se va corecta prin luarea în considerare a efectului excentricității adiționale (cap. 6) și a influențelor de ordinul II (pct. 6.4).

Aplicația numerică 4.1. *Calculul momentului încovoietor capabil la fisurare pentru o secțiune dreptunghiulară, simplu armată, supusă la încovoiere*

Se cere determinarea momentul încovoietor capabil la fisurare M_{capf}, cunoscând dimensiunile secțiunii $b/h/h_0$ = 300/650/615 mm și A_a = 1256 mm^2. Calitatea materialelor: C16/20 (R_t = 0,95 N/mm^2; E_b = 27000 N/mm^2) și PC52 (E_a = 210000 N/mm^2).

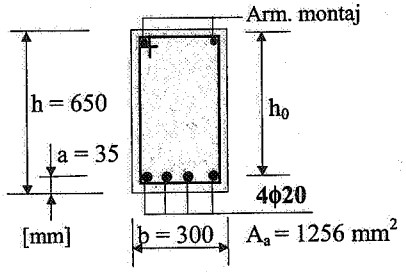


Fig. Apl. 4.1.

Pentru h = 650 mm, rezultă, prin interpolare liniară, c_{pl} = 0,691.

$n = E_a / E_b$ =210000 / 27000 = 7,77

În conformitate cu relația (4.1a), rezultă:

$M_{capf} = 0{,}29 c_{pl} b h^2 R_t + 2 n R_t A_a (h_0 - h/6) =$

$= 0{,}29 \cdot 0{,}691 \cdot 300 \cdot 650^2 \cdot 0{,}95 + 2 \cdot 7{,}77 \cdot 0{,}95 \cdot 1256 \cdot (615 - 650/3) = 33{,}5 \cdot 10^6$ Nmm

Având în vedere relația simplificată (4.1b) rezultă:

$M_{capf} \cong 0{,}29 c_{pl} b h^2 R_t + 16 A_a h =$

$= 0{,}29 \cdot 0{,}691 \cdot 300 \cdot 650^2 \cdot 0{,}95 + 16 \cdot 1256 \cdot 650 = 37{,}2 \cdot 10^6$ Nmm (+ 11 %)

4.2.2.2. Determinarea eforturilor unitare în stadiul II de exploatare

Eforturile unitare în beton și armătură se determină pe baza următoarelor ipoteze [31]:

- secțiunile plane înainte de deformare rămân plane și după deformare;
- se neglijează contribuția betonului întins dintre fisuri la preluarea eforturilor de întindere;
- pentru betonul comprimat și armături, relațiile între eforturile unitare și deformațiile specifice sunt liniare (reprezentând deci un comportament perfect elastic).

Pentru a ține cont de efectul curgerii lente și al eventualelor deformații plastice asupra deformațiilor specifice și deci asupra eforturilor unitare (neluate în considerare ca urmare a

celei de a treia ipoteze), modulul de elasticitate se introduce în calcule cu o valoare corectată, denumită *modul de deformație*. În cazul elementelor care prezintă zonă comprimată de beton, modulul de deformație se ia în considerare cu valorile de mai jos:

$$E_b' = \frac{0{,}8}{1 + 0{,}5 \nu \overline{\varphi}} E_b \quad \text{pentru betoane cu agregate obișnuite} \qquad (4.3a)$$

$$E_b' = \frac{0{,}9}{1 + 0{,}75 \nu \overline{\varphi}} E_b \quad \text{pentru betoane cu agregate ușoare} \qquad (4.3b)$$

în care: ν este raportul dintre momentul încovoietor din încărcările de exploatare de lungă durată (M_{ld}^E) și cel din încărcările de exploatare totale (M^E);

$\overline{\varphi}$ – valoarea maximă de calcul a caracteristicii deformației în timp a betonului (pct. 5.2.2.4).

Pentru calculul eforturilor unitare în stadiul II de exploatare, secțiunea neomogenă de beton armat se înlocuiește cu o secțiune omogenă de beton, în care ariile de armătură se înlocuiesc cu arii echivalente de beton. Această echivalare se face prin multiplicarea ariilor de armătură cu coeficientul de echivalență n_e, care se adoptă după cum urmează:

$n_e = E_a / E_b'$ – pentru cazuri curente;

$n_e = E_a / \psi E_b'$ – pentru un calcul detaliat, când prin intermediul coeficientului ψ (cap. 12) se ține cont și de aportul betonului întins dintre fisuri [47].

Determinarea eforturilor unitare normale

a. Elemente cu axa neutră situată în secțiune

În această categorie sunt cuprinse elementele supuse la încovoiere, cazul I de compresiune și întindere excentrică cu excentricitate mare (forța axială situată în afara secțiunii), în aceste cazuri existând o zonă comprimată de beton.

Relațiile de calcul se obțin plecând de la starea de eforturi din figura 4.11, implicând un sistem de patru ecuații cu patru necunoscute: σ_b; σ_a; σ_a' și x.

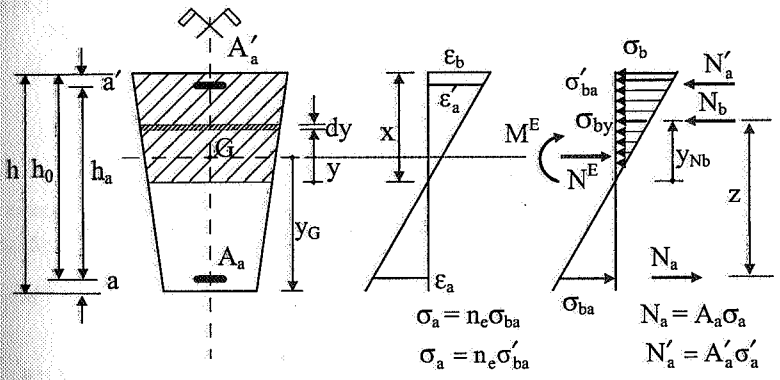


Fig. 4.11. Secțiune solicitată excentric, cu zonă comprimată de beton, în stadiul II

Sistemul se compune din două ecuații de echilibru static ($\Sigma N = 0$; $\Sigma M = 0$) și două ecuații ce decurg din ipoteza secțiunilor plane, ecuații scrise pentru deformațiile specifice ale celor două armături A_a și A_a'.

Rezultanta eforturilor unitare de compresiune din beton este:

$$N_b = \int_0^x \sigma_{by} b_y \, \mathrm{d}y = \frac{\sigma_b}{x} \int_0^x b_y y \, \mathrm{d}y = \frac{\sigma_b}{x} S_{b\,net}$$

în care: $\sigma_{by} = \sigma_b \dfrac{y}{x}$ este efortul unitar la nivelul y la care lățimea secțiunii este b_y;

$S_{b\,net} = S_{bc} - A'_a(x - a')$ este momentul static al ariei nete comprimate în raport cu axa neutră, iar S_{bc} momentul static al ariei comprimate brute A_{bc} în raport cu aceeași axă.

Poziția rezultantei N_b față de axa neutră este:

$$y_{Nb} = \frac{\int_0^x \sigma_{by} b_y y \, \mathrm{d}y}{N_b} = \frac{\frac{\sigma_b}{x} \int_0^x b_y y^2 \, \mathrm{d}y}{\frac{\sigma_b}{x} S_{b\,net}} = \frac{I_{b\,net}}{S_{b\,net}}$$

în care $I_{b\,net} = I_{bc} - A'_a(x - a')^2$ este momentul de inerție al ariei comprimate nete în raport cu axa neutră, iar I_{bc} momentul de inerție al ariei comprimate brute A_{bc} în raport cu aceeași axă.

Brațul de pârghie dintre N_a și N_b este:

$$z = h_0 - x + y_{Nb}$$

Ecuația de proiecții este:

$$N^E + N_a - N_b - N'_a = 0$$

care se poate pune sub forma:

$$N^E = \frac{\sigma_b}{x} S_{b\,net} - A_a \sigma_a + A'_a \sigma'_a \tag{4.4}$$

Ecuația de momente în raport cu centrul de greutate al armăturii întinse este:

$$M^E + N^E(y_G - a) - N_b z - N'_a h_a = 0$$

care se poate pune și sub forma:

$$M^E = \frac{\sigma_b}{x} S_{b\,net} z + A'_a \sigma'_a h_a - N^E(y_G - a) \tag{4.5}$$

Ecuațiile de compatibilitate pentru deformațiile celor două armături sunt:

pentru armătura A_a:

$$\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b} = \frac{h_0 - x}{x}$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon_b \frac{h_0 - x}{x} \Rightarrow \frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_b}{E_b} \frac{h_0 - x}{x}$$

pentru armătura A'_a:

$$\frac{\varepsilon'_a}{\varepsilon_b} = \frac{x - a'}{x}$$

$$\varepsilon'_a = \varepsilon_b \frac{x - a'}{x} \Rightarrow \frac{\sigma'_a}{E_a} = \frac{\sigma_b}{E_b} \frac{x - a'}{x}$$

rezultând în final:

$$\sigma_a = n_e \sigma_b \frac{h_0 - x}{x} \tag{4.6}$$

$$\sigma'_a = n_e \sigma_b \frac{x - a'}{x} \tag{4.7}$$

Sistemul format de ecuațiile (4.4...4.7) este un sistem neliniar, a cărui rezolvare directă este dificilă; pentru rezolvare se procedează în felul următor: expresiile σ_a și σ'_a, date de relațiile (4.6) și (4.7) se înlocuiesc în ecuația de proiecții (4.4), care ia forma:

$$\sigma_b = \frac{x N^E}{S_{b\,net} - n_e A_a (h_0 - x) + n_e A'_a (x - a')} \tag{4.4a}$$

Rezolvarea stării de tensiune se face prin încercări:

- se alege x
- se calculează σ_b cu relația (4.4a)
- se calculează eforturile unitare σ_a și σ'_a cu relațiile (4.6) și (4.7)
- se verifică satisfacerea relației (4.5).

Particularizarea 4.2. *Calculul eforturilor unitare normale pentru o secțiune monosimetrică, dublu armată, supusă la încovoiere*

În cazul încovoierii, pentru $N^E = 0$ și ținând seama de relațiile (4.6) și (4.7), ecuația (4.4) devine:

$$S_{b\,net} + n_e A'_a (x - a') = n_e A_a (h_0 - x) \tag{4.4b}$$

dar având în vedere că $S_{b\,net} = S_{bc} - n_e A'_a (x - a')$, relația de mai sus se scrie sub forma:

$$S_{bc} + (n_e - 1) A'_a (x - a') = n_e A_a (h_0 - x) \tag{4.4c}$$

reprezentând ecuația de momente statice, în raport cu axa neutră, folosită în vederea stabilirii înălțimii zonei comprimate.

Având în vedere brațul de pârghie $z = h_0 - x + y_{Nb}$ și relația (4.7) pentru σ'_a, ecuația de momente (4.5) devine:

$$M^E = \frac{\sigma_b}{x} S_{b\,net} \left(h_0 - x + \frac{I_{b\,net}}{S_{b\,net}} \right) + A'_a n_e \sigma_b \frac{x - a'}{x} (h_0 - a') =$$

$$= \frac{\sigma_b}{x} \left[I_{b\,net} + n_e A'_a (x - a')(h_0 - a') + S_{b\,net} (h_0 - x) \right] \tag{4.5a}$$

Din ecuația (4.4b) se obține $S_{b\,net} = n_e A_a (h_0 - x) - n_e A'_a (x - a')$, care se înlocuiește în (4.5a) rezultând:

$$M^E = \frac{\sigma_b}{x} \left[I_{b\,net} + n_e A'_a (x - a')(h_0 - a') + n_e A_a (h_0 - x)^2 - n_e A'_a (x - a')(h_0 - x) \right]$$

respectiv:

$$M^E = \frac{\sigma_b}{x} \left[I_{b\,net} + n_e A_a (h_0 - x)^2 + n_e A'_a (x - a')^2 \right] \tag{4.5b}$$

Se constată că termenul dintre parantezele drepte reprezintă momentul de inerție al secțiunii omogene în stadiul II fisurat:

$$I_{bi} = I_{b\,net} + n_e A_a (h_0 - x)^2 + n_e A'_a (x - a')^2 ,$$

dar având în vedere că $I_{b\,net} = I_{bc} - n_e A'_a (x-a')^2$, relația de mai sus se scrie sub forma:

$$I_{bi} = I_{bc} + n_e A_a (h_0 - x)^2 + (n_e - 1) A'_a (x - a')^2 \qquad (4.8)$$

obținută neglijând momentul de inerție al armăturilor în raport cu axa proprie.

În aceste condiții, efortul unitar în betonul comprimat rezultă din relația (4.5b), care se pune sub forma:

$$\sigma_b = \frac{M^E}{I_{bi}} x \qquad (4.9)$$

în timp ce eforturile unitare în armături se calculează cu relațiile (4.6) și (4.7); poziția axei neutre se obține din relația (4.4c).

Particularizarea 4.3. *Calculul eforturilor unitare normale pentru o secțiune dreptunghiulară dublu armată supusă la încovoiere*

Momentul de inerție al zonei comprimate (de formă dreptunghiulară) și momentul static al aceleiași suprafețe, ambele în raport cu axa neutră, sunt:

$I_{bc} = bx^3/3$, respectiv $S_{bc} = 0{,}5bx^2$

Poziția axei neutre se obține din (4.4c) care devine:

$$0{,}5bx^2 + (n_e - 1) A'_a (x - a') = n_e A_a (h_0 - x) \qquad (4.10)$$

Eforturile unitare se calculează cu relațiile (4.9), (4.6) și (4.7).

Aplicația numerică 4.2. *Calculul eforturilor unitare normale, în stadiul II, pentru o secțiune dreptunghiulară simplu armată supusă la încovoiere*

Se cere calculul eforturilor unitare în beton σ_b și armătură σ_a, cunoscând: calitatea materialelor, C16/20 cu E_b = 27000 N/mm^2; $\overline{\varphi}$ = 3,0 și PC52 (E_a = 210000 N/mm^2). Caracteristicile geometrice ale secțiunii sunt $b/h/h_0$ = 300/650/615 mm și A_a = 1256 mm^2. Momentul încovoietor de exploatare este M^E = 140 kNm, cu raportul dintre solicitarea de lungă durată și solicitarea totală ν = 0,7.

$$E'_b = \frac{0{,}8}{1 + 0{,}5\nu\overline{\varphi}} E_b = \frac{0{,}8}{1 + 0{,}5 \cdot 0{,}7 \cdot 3{,}0} 27000 = 10537 \text{ N/mm}^2$$

$$n_e = \frac{E_a}{E'_b} = \frac{210000}{10537} = 19{,}93$$

Poziția axei neutre rezultă din relația (4.10), cu $A'_a = 0$:

$$0{,}5bx^2 = n_e A_a (h_0 - x) \quad \Rightarrow \quad 0{,}5 \cdot 300 \cdot x^2 = 19{,}93 \cdot 1256 \cdot (615 - x)$$

$$150\,x^2 + 25032\,x - 15394729 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{x = 247 \text{ mm}}$$

$$I_{bi} = \frac{bx^3}{3} + n_e A_a (h_0 - x)^2 = \frac{300 \cdot 247^3}{3} + 19{,}93 \cdot 1256 \cdot (615 - 247)^2 = 489687 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_b = \frac{M^E}{I_{bi}} x = \frac{140 \cdot 10^6}{489687 \cdot 10^4} 247 = 7{,}06 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_a = n_e \sigma_b \frac{h_0 - x}{x} = 19{,}93 \cdot 7{,}06 \cdot \frac{615 - 247}{247} = 209{,}6 \text{ N/mm}^2$$

b. Elemente cu secțiunea transversală complet fisurată

Calculul eforturilor unitare normale în secțiunile fisurate în întregime ($e_0 = M^E/N^E < x_G - a$) se determină pe baza stării de eforturi din figura 4.12.

Problema constă în descompunerea forței N^E în două componente paralele cu forța excentrică. Această descompunere se obține din condiția de echilibru a momentelor în raport cu cele două armături.

Condițiile de echilibru pentru cele două armături sunt:

pentru armătura A_a	pentru armătura A'_a
$M^E + N^E(x'_G - a') - A_a\sigma_a h_a = 0$ sau	$M^E - N^E(x_G - a) + A'_a\sigma'_a h_a = 0$ sau
$N^E(x'_G - a' + e_0) - A_a\sigma_a h_a = 0$	$N^E(x_G - a - e_0) - A'_a\sigma'_a h_a = 0$

din care rezultă:

$$\sigma_a = \frac{N^E(x'_G - a' + e_0)}{A_a h_a} \; ; \; \sigma'_a = \frac{N^E(x_G - a - e_0)}{A'_a h_a} \qquad (4.11\text{ a,b})$$

Verificarea calculelor presupune satisfacerea relației $N^E - A_a\sigma_a - A'_a\sigma'_a = 0$

Particularizarea 4.4. *Calculul eforturilor unitare normale pentru o secțiune dreptunghiulară complet fisurată*

Având în vedere că $x_G = x'_G = h/2$, respectiv $x_G - a = x'_G - a' = h_a/2$ relațiile (4.11a) și (4.11b) devin:

$$\sigma_a = \frac{N^E(h_a/2 + e_0)}{A_a h_a} \; ; \; \sigma'_a = \frac{N^E(h_a/2 - e_0)}{A'_a h_a} \qquad (4.11\text{c, d})$$

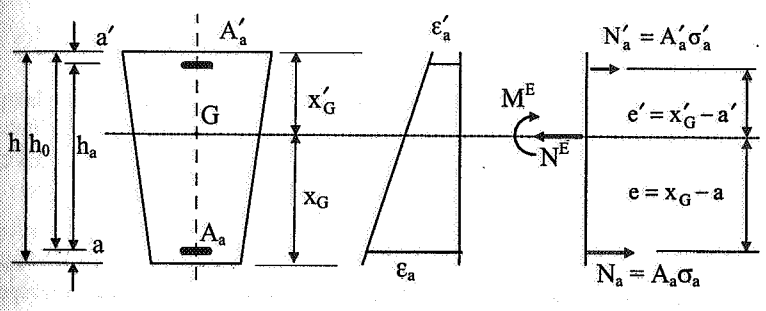


Fig. 4.12. Secțiune fisurată în întregime în stadiul II

Aplicația numerică 4.3. *Calculul eforturilor unitare, în stadiul II, pentru o secțiune dreptunghiulară, dublu armată, supusă la încovoiere cu forță axială de întindere*

Se cere calculul eforturilor unitare în beton și armături, cunoscând: calitatea materialelor C16/20 și OB37; dimensiunile secțiunii transversale, conform figurii Apl.4.3; eforturile secționale M^E = 11,4 kNm; N^E = 380 kN; A_a = 1520 mm^2; A'_a = 1140 mm^2.

$a = a' = c + \phi/2 = 25 + 22/2 = 36$ mm

$h_0 = h - a = 250 - 36 = 214$ mm; $h_a = h_0 - a' = 214 - 36 = 178$ mm

$e_0 = M^E/N^E = 11{,}4/380 = 0{,}03\text{m} = 30$ mm

$e_0 = 30$ mm $< h_a/2 = 178/2 = 89$ mm, ceea ce înseamnă că forța de întindere este situată între armături (întindere excentrică cu excentricitate mică)

Eforturile unitare normale se calculează cu relațiile (4.11c, d):

$$\sigma_a = \frac{N^E(h_a/2+e_0)}{A_a h_a} = \frac{380\cdot10^3(178/2+30)}{1520\cdot178} = 167\ \text{N/mm}^2$$

$$\sigma'_a = \frac{N^E(h_a/2-e_0)}{A'_a h_a} = \frac{380\cdot10^3(178/2-30)}{1140\cdot178} = 110\ \text{N/mm}^2$$

Verificare: $N^E - A_a\sigma_a - A'_a\sigma'_a = 380 - 0{,}152\cdot1671 - 0{,}114\cdot1104 = 380 - 254 - 126 = 0$

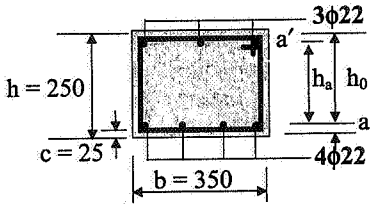


Fig. Apl. 4.3.

Determinarea eforturilor unitare tangențiale

Efortul unitar tangențial τ_b se calculează cu relația lui Jurawski:

$$\tau_b = \frac{Q^E S_i}{bI_i}$$

unde: Q^E este forța tăietoare din încărcările de exploatare; pentru elementele cu înălțime variabilă este necesară o corecție care să țină cont de această variabilitate;

S_{bi} – momentul static al porțiunii situate deasupra fibrei în care se determină τ_b, față de axa ce trece prin centrul de greutate al secțiunii omogene A_i;

I_{bi} – momentul de inerție al secțiunii omogene.

Calculul practic al efortului unitar tangențial maxim, la nivelul axei neutre, $\tau_{b\,max} = \tau_0$ ocolește relația de mai sus și se face pe baza stării de eforturi din figura 4.13, presupunând o grindă cu secțiune variabilă.

Condiția de echilibru pentru betonul comprimat este:

$dN_b = dL_n \cos\beta_1$; deoarece $\beta_1 < \beta$, rezultă $dN_b \cong dL_n$

unde $dL_n = \tau_0 b dx$ este lunecarea în planul axei neutre, pentru lungimea diferențială dx.

În acest fel rezultă:

$dN_b = \tau_0 b\,dx$, respectiv

$$\tau_0 = \frac{1}{b}\frac{dN_b}{dx} \qquad (4.12)$$

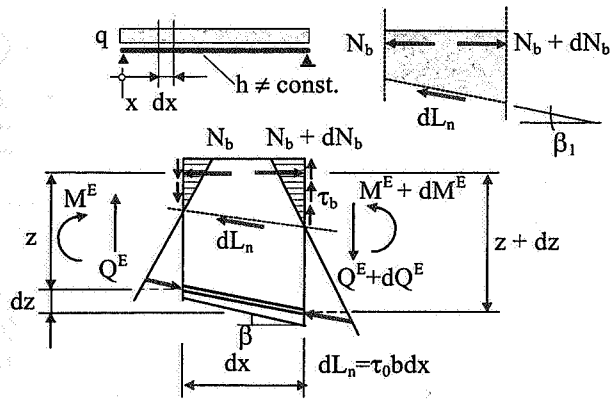


Fig. 4.13. Efortul unitar τ_0 și lunecarea în planul axei neutre

Având în vedere relația $N_b = M^E/z$, precum și faptul că atât M^E, cât și z sunt variabile în lungul grinzii (adică sunt funcții de variabila x), rezultă:

$$\frac{dN_b}{dx} = \frac{\frac{dM^E}{dx}z - M^E\frac{dz}{dx}}{z^2} = \frac{Q^E - \frac{M^E}{z}\text{tg}\beta}{z}$$

În aceste condiții, relația (4.12) devine:

$$\tau_0 = \frac{1}{bz}\left(Q^E \mp \frac{M^E}{z}\text{tg}\beta\right) = \frac{Q_c^E}{bz} \qquad (4.13)$$

unde: $Q_c^E = Q^E \mp \frac{M^E}{z}\text{tg}\beta$ este valoarea corectată a forței tăietoare de exploatare;

$z = h_0 - x + \frac{I_{b\,net}}{S_{b\,net}}$ – brațul de pârghie în stadiul II (fig. 4.11); dacă $A'_a = 0$,

$I_{b\,net} = I_{bc}$; $S_{b\,net} = S_{bc}$; pentru secțiuni dreptunghiulare cu $I_{bc} = bx^3/3$ și $S_{bc} = 0{,}5bx^2$, rezultă $z = h_0 - x/3$; în mod simplificat se poate accepta $z \cong 0{,}85h_0$.

Influența variației înălțimii secțiunii asupra forței tăietoare de calcul este favorabilă atunci când momentul încovoietor și înălțimea secțiunii variază în același sens în lungul elementului (fig. 4.14a,b); în acest caz, în relația (4.13) se utilizează semnul minus.

Determinarea eforturilor unitare principale

Starea de eforturi unitare principale este caracterizată de mărimea și direcția lor. În absența efortului unitar σ_y, mărimea eforturilor unitare principale, precum și direcția acestora se determină cu relațiile:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \qquad (4.14)$$

$$\text{tg}\,2\alpha = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x} \qquad (4.15)$$

GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL

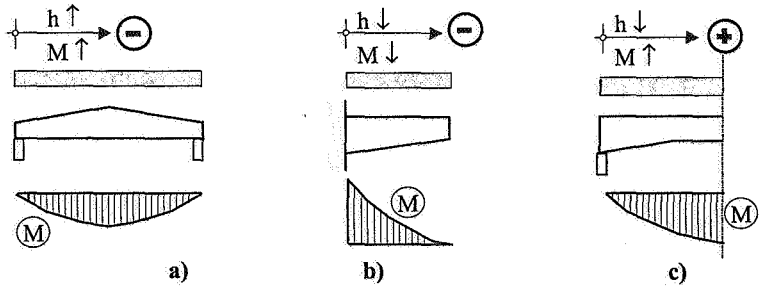


Fig. 4.14. Regula de corecție a forței tăietoare la elementele cu secțiune variabilă

În figura 4.15 sunt prezentate traiectoriile eforturilor unitare principale pentru un element încovoiat realizat dintr-un material perfect elastic, omogen şi izotrop.

Pentru analiza stării de eforturi unitare principale se iau în considerare trei nivele de calcul, pe înălțimea unei secțiuni simplu armate, fisurată, în conformitate cu figura 4.16: **1** - fibra cea mai comprimată; **2** - axa neutră şi **3** - centrul de greutate al armăturii întinse. În figura 4.16b se prezintă diagramele de eforturi unitare normale şi tangențiale pentru o secțiune curentă fisurată a elementului din beton armat. Diagrama de eforturi unitare tangențiale este constantă sub axa neutră; acest lucru se explică prin faptul că în relația lui Jurawski momentul static are o valoare constantă, indiferent de nivelul de calcul.

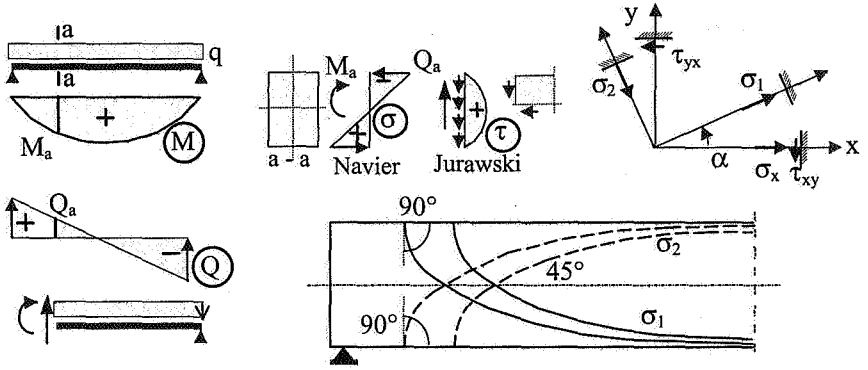


Fig. 4.15. Traiectoriile eforturilor unitare principale - element încovoiat - material perfect elastic, omogen şi izotrop

Valorile eforturilor unitare principale şi direcțiile acestora (date prin unghiul α) sunt prezentate în tabelul 4.1.

Tabelul 4.1. Starea de eforturi unitare principale

Nivelul	σ_x	τ_{xy}	σ_1	σ_2	tg2α	2α	α
1	$-\sigma_b$	0	0	$-\sigma_b$	- 0	- 180	- 90
2	0	$+\tau_0$	$+\tau_0$	$-\tau_0$	$+\infty$	- 90	- 45
3	$+\sigma_a$	0	$+\sigma_a$	0	+ 0	± 0	0

Având în vedere valorile din tabelul 4.1, precum şi relația (4.13), rezultă că:

$$\sigma_{b1} = \frac{Q_c^E}{bz} \tag{4.16}$$

În figura 4.16c,d se prezintă distribuția eforturilor unitare principale şi rotația lor pe înălțimea secțiunii, precum şi traiectoriile eforturilor unitare principale în cazul grinzii din beton armat.

Pentru preluarea eforturilor unitare principale de întindere σ_{b1}, cu intensitate constantă sub axa neutră până în dreptul centrului de greutate al armăturii întinse, este nevoie de armătură înclinată. Etrierii participă, de asemenea, la preluarea acestor eforturi unitare principale, prin componenta verticală a lui σ_{b1}.

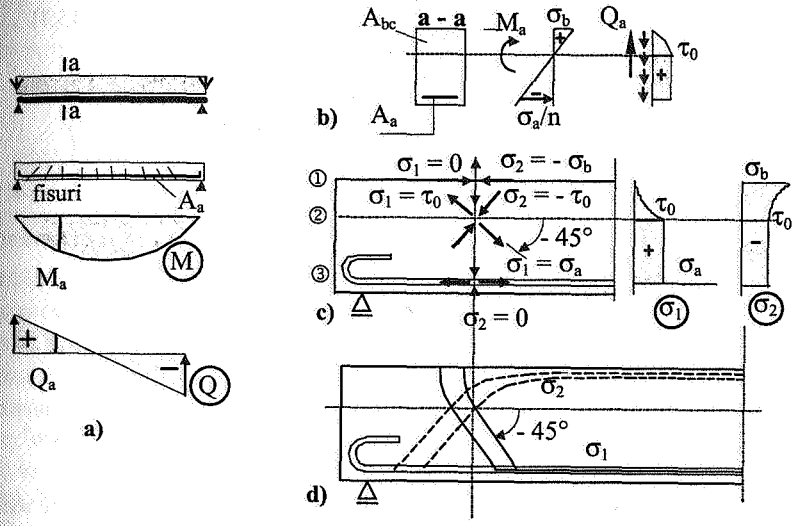


Fig. 4.16. Traiectoriile eforturilor unitare principale - element încovoiat din beton armat

Aplicația numerică 4.4 *Calculul efortului unitar principal de întindere*

Se cere calculul efortului unitar principal de întindere în cazul unei grinzi cu secțiune variabilă (fig. Apl.4.4), sub efectul încărcărilor de exploatare, cunoscând calitatea materialelor C25/30 (R_t = 1,25 N/mm^2; E_b = 32500N/mm^2; $\overline{\varphi}$ = 2,7), PC52 (E_a =210000 N/mm^2), dimensiunile secțiunii transversale A ($b/b_p/h_p/b_i/h_i$ = 0,12/0,70/0,08/0,25/0,12 m) şi solicitările de exploatare din secțiunea A ($M^E/Q^E/\nu$ = 296,3 kNm/128 kN/0,7).

$$\text{tg}\beta = \frac{h_{câmp} - h_{reazem}}{L_{elem}/2} = \frac{1{,}50 - 0{,}80}{11{,}90/2} = 0{,}1176$$

Înălțimea secțiunii de calcul:

$h = h_{reazem} + 2{,}0\text{tg}\beta = 0{,}8 + 2{,}0 \cdot 0{,}1176 = 1{,}034$ m

$a = c + \phi/2 = 25 + 20/2 = 35$ mm

$h_0 = h - a = 1{,}034 - 0{,}035 \cong 1{,}00$ m

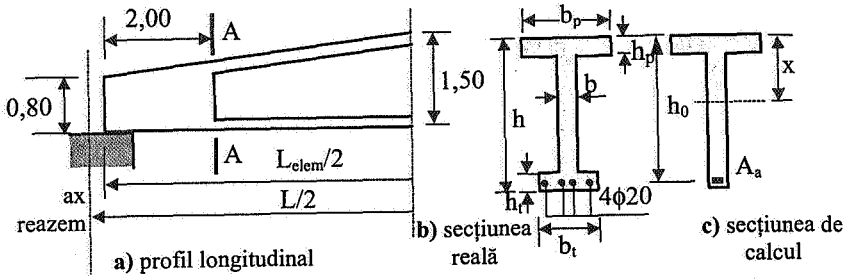


Fig. Apl. 4.4.

$$E_b' = \frac{0{,}8E_b}{1+0{,}5\nu\varphi} = \frac{0{,}8\cdot 32500}{1+0{,}5\cdot 0{,}7\cdot 2{,}7} = 13368\ \text{N/mm}^2;\quad n_e = \frac{E_a}{E_b'} = \frac{210000}{13368} = 15{,}71$$

Poziţia axei neutre rezultă din relaţia (4.4c): $S_{bc} - n_e A_a (h_0 - x) = 0$

$S_{bc} = bx^2/2 + h_p(b_p - b)(x - h_p/2)$ pentru o secţiune comprimată de formă T.

$0{,}5\cdot 120x^2 + 80(700 - 120)(x - 0{,}5\cdot 80) - 15{,}71\cdot 1256(1000 - x) = 0$

$60x^2 + 66132x - 21587760 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x = 263{,}5\ \text{mm}}$

Caracteristicile geometrice ale zonei comprimate de beton, în raport cu axa neutră sunt:

$S_{bc} = 120\cdot 263{,}5^2/2 + 80(700 - 120)(263{,}5 - 0{,}5\cdot 80) = 14536{,}3\cdot 10^3\ \text{mm}^3$

$$I_{bc} = \frac{bx^3}{3} + h_p\left(b_p - b\right)\left[\frac{h_p^2}{12} + \left(x - 0{,}5h_p\right)^2\right] =$$

$$\frac{120\cdot 263{,}5^3}{3} + 80\cdot(700-120)\cdot\left[\frac{80^2}{12} + (263{,}5 - 0{,}5\cdot 80)^2\right] = 307434{,}7\cdot 10^4\ \text{mm}^4$$

Braţul de pârghie dintre N_a şi N_b, în stadiul II, având în vedere faptul că pentru secţiunea simplu armată $I_{b\,net} = I_{bc}$, respectiv $S_{b\,net} = S_{bc}$:

$$z = h_0 - x + \frac{I_{bc}}{S_{bc}} = 1000 - 263{,}5 + \frac{307434{,}7\cdot 10^4}{14536{,}3\cdot 10^3} = 948\ \text{mm}$$

$$Q_c^E = Q^E - \frac{M^E}{z}\text{tg}\beta = 188 - \frac{296{,}3}{0{,}948}0{,}1176 = 151{,}2\ \text{kN}$$

$$\tau_0 = \frac{Q_c^E}{bz} = \frac{151{,}2\cdot 10^3}{120\cdot 948} = 1{,}33\ \text{N/mm}^2$$

Având în vedere relaţia (4.16) rezultă şi efortul unitar principal de întindere $\sigma_{b1} = \tau_0 = 1{,}33\ \text{N/mm}^2$. Deoarece $\sigma_{b1} > R_t = 1{,}25\ \text{N/mm}^2$ betonul întins fisurează, aşa cum s-a presupus, aplicând relaţia (4.13).

Determinarea eforturilor unitare în armăturile transversale

Calculul eforturilor unitare în armăturile transversale se face pe baza descompunerii lunecării din planul axei neutre în componente de compresiune preluate de beton şi

componente de întindere preluate de armăturile transversale - bare înclinate şi etrieri (fig. 4.17). În acest scop, elementul de beton armat se modelează ca o grindă cu zăbrele, barele întinse fiind formate din armături, iar barele comprimate din beton [49].

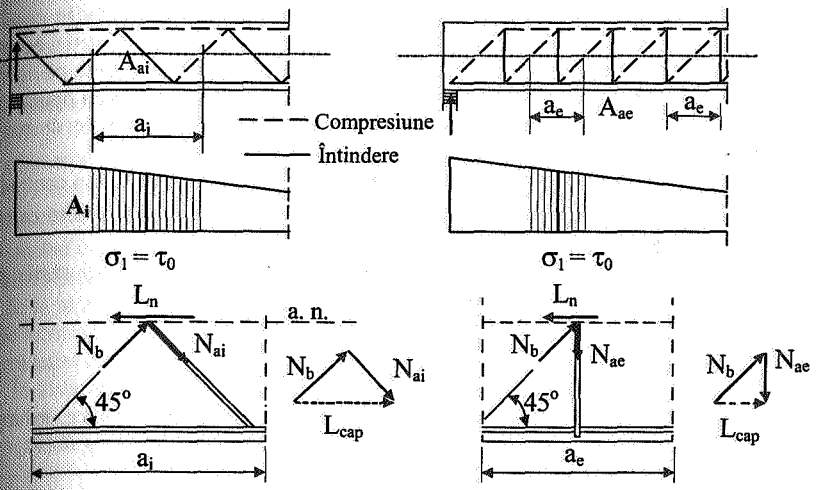


Fig. 4.17. Eforturi în armăturile transversale

Armătura transversală împreună cu betonul comprimat trebuie să preia lunecarea din planul axei neutre L_n pe lungimea aferentă armăturii respective. Această lunecare se determină pornind de la diagrama efortului unitar principal $\sigma_{b1} = \tau_0$, similară cu diagrama de forţă tăietoare şi de la lungimea elementului care revine armăturii transversale.

Lunecarea în planul axei neutre este $L_n = \tau_0 ba = \sigma_{b1} ba$, cu $a = a_i$ pentru armarea cu bare înclinate, respectiv cu $a = a_e$ pentru armarea cu etrieri. Acestă lunecare produce forţe de întindere în armăturile transversale (etrieri şi bare înclinate).

Forţa de întindere în barele înclinate este:

$$N_{ai} = L_n \cos 45° = \tau_0 ba_i \cos 45° = \sigma_{b1}\, ba_i/\sqrt{2} = A_i b/\sqrt{2}$$

cu A_i - aria diagramei de eforturi unitare principale corespunzătoare lungimii a_i.

Efortul unitar în armătura A_{ai} este:

$$\sigma_{ai} = \frac{N_{ai}}{A_{ai}} = \frac{A_i b}{\sqrt{2}A_{ai}} \qquad (4.17)$$

Forţa de întindere în etrieri, respectiv efortul unitar corespunzător sunt:

$$N_{ae} = L_n = \tau_0 ba_e = \sigma_{b1} ba_e$$

$$\sigma_{ae} = \frac{\sigma_{b1} ba_e}{A_{ae}} \qquad (4.18)$$

Relaţiile pentru calculul eforturilor unitare în armăturile transversale se folosesc pentru verificarea acestor armături la starea limită de oboseală (cap. 11).

4.3. CONTRACȚIA BETONULUI ARMAT

Contracția betonului armat este consecința contracției betonului simplu în condițiile conlucrării acestuia cu armătura. Experimental s-a constatat că valoarea contracției betonului armat este mai mică decât cea a betonului simplu. Explicația constă în aceea că aderența dintre beton și armătură diminuează tendința de contracție a betonului, armătura opunându-se contracției. În aceste condiții, în armătură și beton se nasc eforturi unitare inițiale, de compresiune în armătură și de întindere în beton.

Eforturile unitare inițiale se pot determina dacă se cunoaște deformația din contracție a betonului simplu ε_c și cantitatea de armătură A_a din secțiunea transversală. Pentru calcul se admit următoarele ipoteze simplificatoare:

- secțiunile plane, normale pe axa elementului înaintea manifestării contracției, rămân plane și după ce elementul a înregistrat deformațiile din contracție;
- contracția se consideră constantă în lungul elementului;
- modulul de elasticitate al betonului rămâne constant în timp;
- valabilitatea legii lui Hooke.

Pentru determinarea eforturilor unitare inițiale se consideră două prisme identice, de lungime unitară, una din beton simplu, cealaltă din beton armat cu armare simetrică (fig. 4.18).

Se adoptă următoarele notații:

ε_c – deformația din contracție a betonului simplu;

ε_{ca} – deformația din contracție a betonului armat;

$\varepsilon_b = \varepsilon_c - \varepsilon_{ca}$ – diferența dintre contracția betonului simplu și cea a betonului armat, care reprezintă alungirea specifică convențională a prismei din beton armat;

În aceste condiții, se poate scrie o ecuație de echilibru static între rezultantele eforturilor de întindere din beton și de compresiune din armătură, adică:

$$N_a = N_b$$

sau:

$$\sigma_a A_a = \sigma_b A_b \tag{4.19}$$

și având în vedere că $\sigma_a = \varepsilon_{ca} E_a$ și $\sigma_b = \varepsilon_b E_b = (\varepsilon_c - \varepsilon_{ca}) E_b$, relația (4.19) se pune sub forma:

$$\varepsilon_{ca} E_a A_a = (\varepsilon_c - \varepsilon_{ca}) E_b A_b \tag{4.20}$$

Utilizând notațiile $\mu = A_a/A_b$ (coeficientul de armare al armăturii A_a) și $n = E_a/E_b$ (coeficientul de echivalență al armăturii), din relația (4.19) se obține:

$$\sigma_b = A_a/A_b \sigma_b = \mu\sigma_a$$

iar din relația (4.20) rezultă:

$$\varepsilon_{ca} = \frac{\varepsilon_c}{1+n\mu} \tag{4.21}$$

Valorile eforturilor unitare de compresiune din armătură și de întindere din beton sunt:

$$\sigma_a = \varepsilon_{ca} E_a = \frac{\varepsilon_c E_a}{1+n\mu} \tag{4.22}$$

$$\sigma_b = \mu\sigma_a = \frac{\mu\varepsilon_c E_a}{1+n\mu} = \frac{\varepsilon_c E_a}{1/\mu+n} \tag{4.23}$$

Din analiza relațiilor (4.21), (4.22) și (4.23) rezultă:

- contracția betonului armat este mai mică decât cea a betonului simplu, și anume cu atât mai mică cu cât procentul de armare este mai mare;
- eforturile unitare inițiale în armătură și beton sunt direct proporționale cu contracția betonului simplu;
- eforturile unitare inițiale de compresiune din armătură sunt cu atât mai mari, cu cât procentul de armare este mai mic; la valori reduse ale procentului de armare se poate atinge limita de curgere (fig. 4.19a);
- eforturile unitare inițiale de întindere din beton sunt cu atât mai mari, cu cât procentul de armare este mai mare, la valori ridicate ale procentului de armare existând riscul unei fisurări premature a betonului (fig. 4.19b).

Având în vedere rezistența mică la întindere a betonului și faptul că pericolul de fisurare datorită eforturilor inițiale produse de contracția betonului armat este mai pronunțat în primele zile de la turnare, când deformația de contracție se dezvoltă puternic, este necesar ca betonul să fie menținut umed, în prima perioadă de întărire, pentru a micșora influența defavorabilă a contracției în această perioadă (pct. 2.3.2).

În sistemele static nedeterminate contracția betonului provoacă eforturi suplimentare care se pot calcula după metodele staticii construcțiilor, asimilând contracția cu o scădere de temperatură.

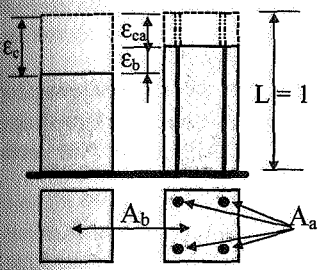


Fig. 4.18. Contracția betonului armat

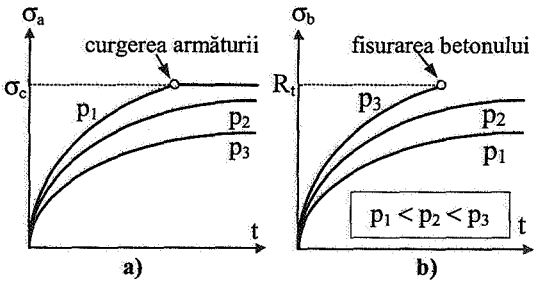


Fig. 4.19. Influența procentului de armare asupra eforturilor unitare produse de contracție

4.4. CURGEREA LENTĂ A BETONULUI ARMAT

Curgerea lentă a betonului armat este consecința curgerii lente a betonului simplu, în condițiile conlucrării acestuia cu armătura. Experimental s-a constatat că deformațiile de curgere lentă ale betonului armat sunt mai mici decât cele ale betonului simplu, pentru aceleași valori ale eforturilor unitare. Explicația constă în aceea că armătura, prin aderența ce o realizează cu betonul, se opune deformațiilor vâscoase ale acestuia. În aceste condiții, curgerea lentă produce în timp o modificare a stării de eforturi din beton și armătură, și anume o retransmitere a eforturilor de la beton la armătură.

Pentru determinarea valorică a retransmiterii în timp a eforturilor dintre beton și armătură, în condițiile curgerii lente liniare, se acceptă aceleași ipoteze simplificatoare admise în cazul contracției betonului armat. În acest scop, se consideră două prisme identice, de lungime egală cu unitatea, una din ele fiind sub acțiunea sarcinilor exterioare de durată, deci cu manifestarea deformațiile de curgere lentă ε_{cla}, iar a doua neîncărcată, pentru a măsura

deformaţia specifică din contracţia betonului armat ε_{ca} (fig. 4.20). Deformaţia specifică de curgere lentă ε_{cla} a prismei din beton armat rezultă scăzând din deformaţia specifică totală ε_{ta}, deformaţia specifică elastică instantanee ε_{ea} şi deformaţia specifică din contracţie ε_{ca}.

Se fac următoarele notaţii:

σ_b şi σ_a – eforturile unitare în beton şi armătură, corespunzătoare momentului încărcării epruvete;

σ_{bt} şi σ_{at} – eforturile unitare în beton şi armătură la un timp oarecare t măsurat de la încărcarea epruvetei;

A_a şi A_b – ariile secţiunilor de armătură şi beton.

În momentul încărcării epruvetei la sarcina de durată $N = const.$ se produce deformaţia elastică instantanee comună armăturii şi betonului ε_{ea}, iar sarcina de durată se repartizează celor două materiale:

$$N = N_a + N_b = \sigma_a A_a + \sigma_b A_b = const. \tag{4.24}$$

Efortul unitar în armătură în momentul încărcării se poate calcula cu formula:

$$\sigma_a = \varepsilon_{ea} E_a$$

iar efortul unitar din beton rezultă din (4.24), adică:

$$\sigma_b = \frac{N - \sigma_a A_a}{A_b}$$

După încărcare, betonul începe să se deformeze vâscos (curge) sub acţiunea sarcinilor de durată, antrenând prin aderenţă şi armătura care se deformează elastic cu ε_{cla} şi îşi sporeşte în consecinţă efortul de compresiune în dauna efortului preluat iniţial de beton. Creşterea efortului unitar în armătură este:

$$\Delta\sigma_a = \varepsilon_{cla} E_a$$

iar efortul unitar în armătură la timpul t va fi:

$$\sigma_{at} = \sigma_a + \Delta\sigma_a = (\varepsilon_{ea} + \varepsilon_{cla}) E_a > \sigma_a$$

Ecuaţia de proiecţii la timpul t este:

$$N = N_{at} + N_{bt} = \sigma_{at} A_a + \sigma_{bt} A_b = \text{const.}$$

din care rezultă efortul unitar în beton:

$$\sigma_{bt} = \frac{N - \sigma_{at} A_a}{A_b} < \sigma_b$$

În tot timpul cât durează deformaţia de curgere lentă (3...5 ani) se produce continuu o retransmitere a sarcinii totale N, şi anume o parte din ce în ce mai mare trece asupra armăturii, betonul fiind descărcat în mod corespunzător. Creşterea efortului în armătură şi micşorarea efortului în beton se produce cu o viteză mare la început şi apoi cu o viteză din ce în ce mai mică, până când fenomenul de curgere lentă se amortizează (pct. 2.3.4.2).

Un factor important care influenţează curgerea lentă a betonului armat este procentul de armare, creşterea acestuia conducând la reducerea curgerii lente. La procente de armare reduse este posibil să se producă curgerea armăturii. Creşterea procentului de armare conduce la scăderea lui $\Delta\sigma_a$, ca urmare a reducerii deformaţiei ε_{cla}, ajungându-se şi la scăderea efortului unitar în armătură (fig. 4.21a). În privinţa efortului unitar în beton, acesta scade o dată cu

creşterea procentului de armare, pentru că mărirea cantităţii de armătură conduce la un transfer mai mare de forţă de la beton al armătură şi deci la o creştere a lui $\Delta\sigma_b$ (fig. 4.21b).

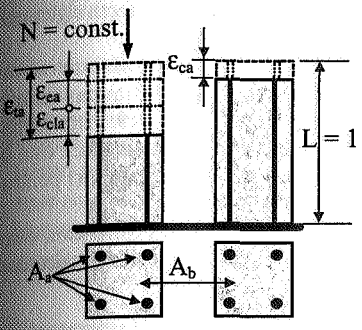


Fig. 4.20. Curgerea lentă a betonului armat

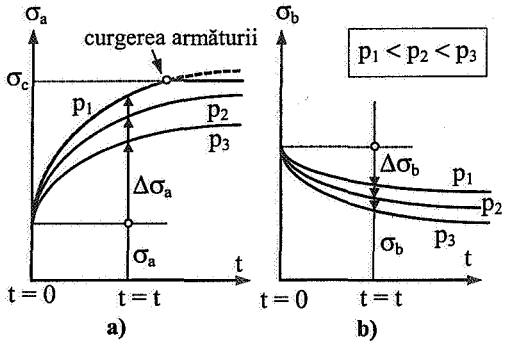


Fig. 4.21. Influenţa procentului de armare asupra variaţiei eforturilor unitare produse de curgerea lentă

La elemente comprimate centric, sau în zona comprimată a elementelor încovoiate dublu armate, contracţia şi curgerea lentă a betonului acţionează în acelaşi sens, mărind eforturile unitare de compresiune în armătură şi micşorându-le în beton.

La elemente de beton armat întinse centric şi în zona întinsă a elementelor încovoiate, curgerea lentă a betonului acţionează favorabil, în sens contrar cu contracţia, micşorând eforturile de întindere din beton şi mărind eforturile de întindere din armătura longitudinală. Relaxarea eforturilor în betonul întins are ca efect întârzierea formării fisurilor în beton.

În construcţiile static nedeterminate, variaţia stării de eforturi produsă de curgerea lentă este un fenomen mai complex, deoarece în afară de retransmiterea eforturilor unitare de la beton la armătură, se produce şi o modificare a distribuţiei eforturilor între elementele structurii faţă de valorile corespunzătoare momentului încărcării cu sarcini de durată, deci o modificare a comportării întregii structuri.

4.5. DURABILITATEA BETONULUI ARMAT

Durabilitatea unei construcţii este aptitudinea ei de a menţine caracteristici de rezistenţă şi de funcţionalitate optime pe durata de viaţă proiectată, , fără cheltuieli mai mari decât cele uzuale de întreţinere.

Măsurile pentru asigurarea duratei de viaţă depind de condiţiile de mediu şi de importanţa construcţiei. În general, se estimează o durată de viaţă de cel puţin 10 ani pentru construcţii de importanţă redusă, 50 de ani pentru construcţii obişnuite, 50...100 de ani pentru construcţii foarte importante (spitale, clădiri publice etc.) şi 100...120 de ani, pentru poduri.

Condiţiile de mediu reprezintă toate acţiunile chimice, fizice şi biochimice la care construcţiile sunt expuse după darea în exploatare şi care nu sunt luate în considerare ca acţiuni în proiectare.

Se pot defini, pe lângă condiţiile de macroclimat în care se află întreaga construcţie, şi condiţiile de microclimat, din imediata vecinătate a suprafeţei elementului considerat. Poziţia elementelor în structură (verticală sau orizontală, supra- sau subterană), expunerea la soare, vânt şi ploaie, pot determina condiţii de microclimat mult diferite.

Durata de viață a unei construcții depinde atât de comportarea elementelor structurale, cât și a celor nestructurale. Este de remarcat faptul că accesoriile cum ar fi diferite finisaje, izolații, instalații, au în general o viață mai scurtă decât a structurii, de aceea trebuie prevăzute măsuri privind întreținerea sau, dacă este necesar, înlocuirea lor, pentru a nu afecta siguranța elementelor structurale.

În ultimele decenii se constată o creștere a cheltuielilor pentru repararea și întreținerea construcțiilor existente; aceste cheltuieli sunt cu atât mai mari, cu cât calitatea lucrării finalizate este mai slabă, respectiv, în cazul producerii unor deteriorări, cu cât intervenția reparatorie se face mai târziu. Rezultă că asigurarea unei durabilități corespunzătoare este o problemă tehnică cu largi implicații economice. Această observație este valabilă și pentru construcțiile din beton armat, considerate prin tradiție durabile.

În privința durabilității, analizele efectuate au relevat aspecte extrem de complexe, care fac imposibilă asigurarea acesteia sub forma clasică a metodei de calcul la stări limită, deoarece intervin fenomene care nu pot fi analizate statistic sau prinse în calcule.

S-au constatat următoarele:

- cauzele deteriorării structurilor din beton sunt inseparabile de condițiile de exploatare produse de mediul înconjurător și de proprietățile materialelor componente, ele fiind:
  - cauze externe, de natură fizică, chimică, biochimică sau mecanică, cum ar fi acțiunea electrolitică, atacul unor substanțe agresive care pătrund în beton sub forma soluțiilor, atacul unor gaze naturale sau industriale, temperaturile extreme, abraziunea etc.;
  - cauze interne, cum sunt permeabilitatea betonului, reacția alcalii – agregate;
- unele construcții prezintă predispoziție la deteriorare, prin caracteristicile lor de funcționare, dimensiuni, poziția în structură, modul de alcătuire și în special prin eventualitatea unui contact cu un mediu agresiv;
- fenomenele de deteriorare evoluează pe termen lung, cu un caracter progresiv, datorită acumulării defectelor și datorită interacțiunii mai multor cauze, de exemplu:
  - acțiunea apei de mare asupra betonului este însoțită de efectul distructiv al înghețului, al impactului valurilor și al abraziunii;
  - coroziunea armăturilor se produce după carbonatarea betonului din stratul de acoperire și depinde de umiditatea mediului înconjurător și prezența oxigenului, de grosimea stratului de acoperire cu beton, de starea de fisurare a betonului, de tipul de solicitare etc.

În tabelul 4.2 sunt prezentați schematic câțiva factori care pot influența negativ durabilitatea betonului [60], [112]. Principalul factor care afectează durabilitatea este transportul combinat al apei și al substanțelor agresive în soluție prin masa betonului, respectiv între beton și mediu, având ca efect coroziunea betonului și a armăturilor; de aici rezultă importanța decisivă a stratului de acoperire cu beton, atât prin grosime, cât și prin calitatea și compactitatea acestuia.

Durabilitatea corespunzătoare poate fi asigurată prin:

- alegerea corespunzătoare a materiilor prime care intră în compoziția betonului, cu scopul realizării unui beton cât mai compact, cu rezistența ridicată și cu un grad ridicat de impermeabilitate;
- utilizarea cimenturilor speciale și a aditivilor;
- aplicarea unei tehnologii adecvate de compactare a betonului;
- impermeabilizarea betonului prin tratarea superficială sau prin hidroizolații;
- respectarea prevederilor privind alcătuirea elementelor, în special în ceea ce privește grosimea stratului de acoperire cu beton a armăturilor;
- utilizarea, în situații extreme, a armăturilor din oțel inoxidabil, a celor cu acoperiri epoxidice sau galvanice;

- protecția electrochimică a armăturii;
- sporirea secțiunii elementelor față de cele rezultate din calcul dacă este necesar;
- drenarea apei sau micșorarea agresivității apei.

Tabelul 4.2. Factori care produc deteriorarea betonului

Factori	Mecanismul de acțiune, prin:	Efectul produs
Pulberile agresive (săruri pulverulente solubile și higroscopice) și gazele agresive	- coroziunea chimică, în funcție de natura agresivității agentului	- decalcifierea betonului; formarea unor produși levigabili; formarea unor geluri greu solubile, lipsite de proprietăți liante; expansiunea betonului
Temperaturile ridicate, incendiile	- creșterea concentrației agentului corosiv - încălzirea inegală - reacții chimice și procese fizice	- intensificarea coroziunii - tendința de exfoliere - descompunerea constituenților betonului
Osmoza	- creșterea umidității betonului	- agravarea condițiilor de îngheț-dezgheț; favorizarea pătrunderii agenților agresivi
Variația nivelului apelor naturale	- expunerea la îngheț-dezgheț - alternanța stării de saturație și de uscare	- exfolierea betonului - accelerarea coroziunii
Efectul apelor curgătoare	- viteză mare, concentrație mare de particule transportate - curent de apă turbulent	- eroziunea suprafeței betonului - cavitație
Apa de mare	- valuri, nivel variabil al apei - coroziune sulfatică - atacul ionilor de clor - cristalizarea sării	- eroziune, îngheț-dezgheț - exfolierea betonului - coroziunea armăturilor - presiune internă
Îngheț-dezgheț	- înghețarea apei	- exfolierea betonului

4.5.1. Coroziunea betonului

Coroziunea chimică a betonului se produce prin coroziunea pietrei de ciment și are ca rezultat un schimb de masă între beton și mediul înconjurător, ceea ce produce degradarea betonului, dar și a mediului. Se disting trei tipuri de coroziune, în funcție de agenții agresivi responsabili [60], [112].

Coroziunea de tipul I se produce prin decalcifierea și transformarea constituenților mineralogici ai cimentului într-un amestec de geluri de consistență moale, care pot fi dislocați printr-o acțiune mecanică (mișcarea apei). Agenții agresivi sunt în acest caz apele cu conținut de dioxid de carbon (CO_2), apele dulci (lipsite de duritate), soluțiile de acizi care dau săruri solubile de calciu, soluțiile sărurilor de amoniu (cu excepția sulfaților). Dioxidul de carbon

se găseşte şi în apele minerale sau în zonele de descompunere a substanţelor organice. Apele curgătoare curate, formate din topirea gheţii sau prin condensare, conţin de asemenea o cantitate mică de CO_2.

Dioxidul de carbon CO_2 acţionează asupra hidroxidului de calciu $Ca(OH)_2$ din masa betonului şi produce carbonatarea betonului, rezultând carbonatul de calciu $CaCO_3$:

$$Ca(OH)_2 + CO_2 \rightarrow CaCO_3 + H_2O$$

În prezenţa apei, carbonatul de calciu este transformat în bicarbonat de calciu solubil $Ca(HCO_3)_2$, după reacţia:

$$CaCO_3 + H_2O + CO_2 \rightarrow Ca(HCO_3)_2$$

După epuizarea $Ca(OH)_2$ liber, începe procesul de decalcifiere a hidro-silicaţilor şi hidro-aluminaţilor de calciu.

Apele menajere, în conductele de canalizare, produc atacul chimic deasupra nivelului de curgere a apelor, prin prezenţa bacteriilor anaerobe şi aerobe; bacteriile anaerobe reduc compuşii sulfului la H_2S, care întreţine oxidarea de către bacteriile aerobe, rezultând în final acid sulfuric.

Coroziunea de tipul II se manifestă prin precipitarea unor geluri formate din substanţele agresive, pe lângă decalcifierea constituenţilor mineralogici ai cimentului. Agenţii agresivi sunt grăsimile, soluţiile de zahăr, soluţiile de săruri de magneziu (cu excepţia sulfatului de magneziu). Aceşti agenţi agresivi reacţionează cu aceeaşi componenţi ai pietrei de ciment ca în cazul coroziunii de tipul I.

Coroziunea de tipul III este însoţită de fenomene de expansiune în masa pietrei de ciment, din cauza formării unor compuşi noi, care cristalizează cu multă apă; aceşti compuşi apar în urma contactului cu substanţe agresive, ca soluţiile de sulfaţi solubili, clorura de calciu sau unele substanţe organice.

Coroziunea sulfatică este produsă de soluţiile sulfatice, cu care betonul poate veni în contact. De exemplu, unele argile conţin alcalii, sulfaţi de magneziu şi de calciu, iar apa subterană în contact cu argila devine o soluţie sulfatică. Betonul din fundaţii este atacat prin pătrunderea acestor soluţii în masa lui. În urma reacţiilor componenţilor pietrei de ciment cu sulfaţii, rezultă produşi cu un volum considerabil mai mare decât al compuşilor pe care îi înlocuiesc, astfel încât se produce exfolierea betonului şi distrugerea lui.

Deteriorarea produsă astfel este accelerată de alternanţa stării de saturaţie şi a stării de uscare a betonului, dacă mişcarea apelor subterane permite acest lucru. Dacă betonul este complet sub apă, fenomenul este mai puţin periculos.

Betonul atacat de sulfaţi are un aspect albicios şi este friabil sau chiar moale.

Cele trei tipuri de coroziune se pot produce separat, dar şi în combinaţie.

De exemplu, *apa de mare*, conţinând NaCl, $MgCl_2$, $MgSO_4$, $CaSO_4$, K_2SO_4, CO_2 şi altele, produce simultan toate cele trei tipuri de coroziune. Pe lângă coroziunea chimică, distrugerea betonului poate fi accentuată de presiunea exercitată de cristalele de sare, pentru betoanele aflate deasupra nivelului apei de mare.

Betonul imersat în întregime este atacat mai puţin, în timp ce betonul aflat deasupra zonei de variaţie a nivelului mării (între cotele +3,00 m şi +5,00 m, deasupra nivelului mării) este atacat puternic.

4.5.2. Reacţia alcalii-agregat

Incompatibilitatea agregatelor cu cimentul se manifestă în cazul utilizării la prepararea betonului a unor agregate care conţin dioxid de siliciu activ şi a cimenturilor bogate în alcalii; formarea unor geluri care se umflă în contact cu apa (reacţia alcalii-agregat), poate cauza expansiunea betonului.

4.5.3. Coroziunea armăturii

În condiţii obişnuite de exploatare, armătura este bine protejată în mediul alcalin al betonului dat de prezenţa $Ca(OH)_2$, armătura fiind *pasivată* datorită formării pe suprafaţa ei a unui strat microscopic de oxid. Acest strat constituie un film pasiv care împiedică dizolvarea fierului şi de aceea coroziunea armăturii nu poate avea loc, chiar dacă alte condiţii sunt îndeplinite (în principal prezenţa umidităţii şi a oxigenului).

Coroziunea armăturii poate începe când, datorită carbonatării, *pH*-ul betonului scade de la valoarea curentă (≅13), la valori mai mici (sub 9).

Carbonatarea este un proces de durată, pătrunzând spre interiorul betonului după un front, conform schemei din figura 4.22 [62]. *Adâncimea de carbonatare*, adică nivelul mediu până la care s-a produs avansarea frontului după un anumit timp t de expunere, este proporţional cu $\sqrt{t}$ şi depinde de calitatea betonului (prin rezistenţa la compresiune, compactitate, tipul de ciment utilizat), de concentraţia de CO_2 a mediului [60]. Viteza de carbonatare este cu atât mai redusă, cu cât grosimea stratului de acoperire cu beton, de bună calitate, este mai mare.

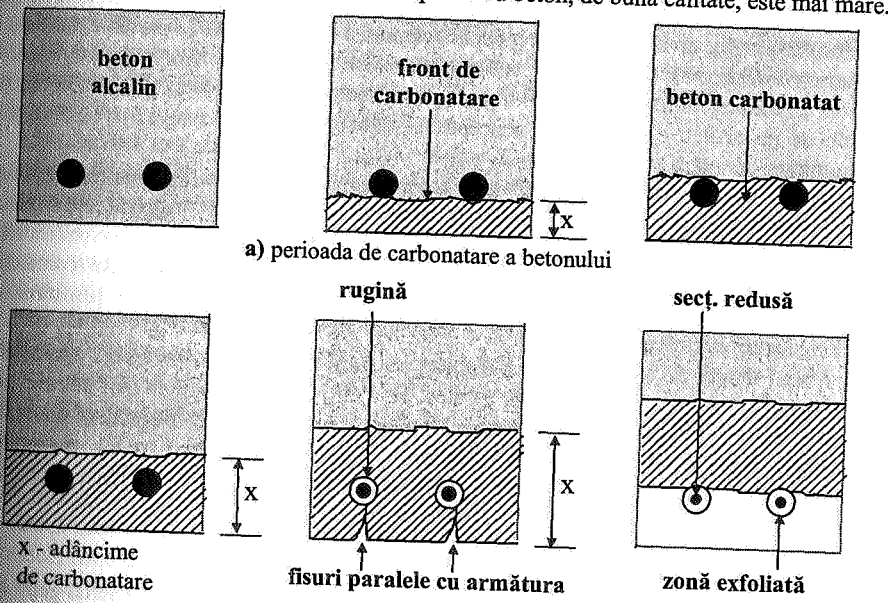


Fig. 4.22. Mecanismul de coroziune a armăturii

Când sunt prezenți activatorii procesului de coroziune (ionii de clor, respectiv dioxidul de carbon) poate debuta coroziunea armăturii; aceasta este perioada de inițiere a coroziunii armăturii.

În urma carbonatării stratului de acoperire, în lungul armăturii se creează un potențial electric diferențiat. Acest proces constituie premisa coroziunii electrochimice a barelor de oțel, în prezența oxigenului și a apei. Oxigenul ajunge la armătură prin difuzie prin stratul de acoperire, apa fiind necesară numai ca soluție de electrolit. Deci într-un beton saturat cu apă sau într-un beton uscat, rugina nu se poate produce, în primul caz lipsind oxigenul, iar în al doilea, soluția de electrolit.

Pe armătură, în urma unei serii de reacții, se produce în final *rugina* (oxi-hidroxidul feric):

$$Fe^{2+} + 2(OH)^- \rightarrow Fe(OH)_2$$

$$2Fe(OH)_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow 2Fe(O)OH + H_2O$$

Aceasta este perioada de propagare a coroziunii armăturii (fig. 4.22b). Producerea ruginii este un fenomen expansiv; din aceasta cauză, în beton pot să apară fisuri paralele cu armătura, iar dacă stratul de acoperire este subțire, se poate produce chiar desprinderea acestuia, ceea ce accelerează corodarea armăturii [116].

Secțiunea de armătură se reduce, fenomenul fiind cu atât mai periculos, cu cât diametrul barelor este mai mic.

Viteza de corodare a armăturii depinde de mediul ambiant; în mediile obișnuite din interiorul clădirilor civile, în general nu apar fenomene de coroziune. În partea exterioară a clădirilor corodarea este moderată, dacă nu există agenți agresivi și umezeală care să favorizeze transportul acestora în masa betonului. În medii industriale, corodarea se accelerează în funcție de tipul de agresivitate a mediului, de concentrația și caracterul agenților agresivi, de condițiile de umiditate.

Armăturile de înaltă rezistență, utilizate în general la elementele din beton precomprimat, sunt mai sensibile la coroziune decât armăturile din oțel obișnuit; de multe ori aceste armături au secțiunea redusă, deci pierderile de rezistență prin ruginire sunt procentual mai semnificative.

În ceea ce privește starea de fisurare produsă de acțiuni directe sau indirecte (contracție, variații de temperatura), se consideră că fisurile fine și dese, transversale pe armătură, nu conduc la accelerarea corodării.

Atacul ionilor de clor se produce datorită utilizării sărurilor de degivraj, a agregatelor din zonele marine contaminate cu ioni de clor sau a apei de mare; ionii de clor pătrund prin difuzie în porii betonului umpluți parțial sau total cu apă. În armăturile din oțel se produce o coroziune locală puternică sub formă de "ciupituri", deoarece depasivarea are loc pe suprafețe mici; în plus, ionii de clor acționează ca și catalizatori în coroziunea electrochimică a oțelului.

4.5.4. Efectele înghețului

Datorită conținutului de apă și a porozității deschise, betonul este un material geliv care suferă degradări în urma înghețului. Dacă temperatura scade sub valoarea de îngheț, apa conținută în porii capilari din piatra de ciment și din restul masei betonului îngheață, mărindu-și

volumul cu aproximativ 9% și supunând betonul unei expansiuni. După o perioadă de dezgheț parțial, dacă se produce din nou înghețul, are loc o nouă expansiune, ciclurile de îngheț-dezgheț fiind cumulative. Tendințe de dilatare în beton sunt cauzate și de difuziunea apei, sub efectul presiunii osmotice. De exemplu, o placă de beton care îngheață dinspre suprafață, va fi mai grav avariată, dacă apa are acces și dinspre partea inferioară, deoarece apa migrează prin osmoză spre gheață, mărindu-i grosimea. În felul acesta, conținutul total de umiditate din beton va fi mai mare decât înainte de îngheț.

Dacă se depășește rezistența la întindere a betonului, acesta fisurează; distrugerea betonului poate să se limiteze la o exfoliere superficială sau să cuprindă toată masa betonului, prin formarea straturilor succesive de gheață, începând de la suprafața expusă și progresând spre adâncime. În final, betonul este dezintegrat.

Fenomenele produse de îngheț sunt mai puțin periculoase dacă un beton este supus la un îngheț de mai lungă durată, decât dacă înghețul alternează cu perioade de dezgheț.

În cazul structurilor rutiere din beton, drumuri și poduri, se utilizează frecvent agenți degivranți; o parte din acești agenți este absorbită de beton, dând naștere unei presiuni osmotice ridicate, betonul încălzindu-se. În consecință, apa se deplasează spre zone mai reci din beton, unde îngheață; prin acest mecanism condițiile de îngheț-dezgheț se înăspresc. Dacă soluția pentru dezgheț rămâne la suprafața betonului, fără să fie curățată, deteriorarea se accentuează, datorită ionilor de clor.

4.5.5. Efectul focului

Comportarea la foc a betonului este relativ bună, sub temperaturi de circa 300°C efectul acestuia fiind foarte redus. Criteriile care determină comportarea la foc se referă la evoluția rezistențelor mecanice sub efectul temperaturii ridicate (pericol de colaps), la izolarea termică și la etanșeitate (compromiterea integrității).

În cazul betonului armat, din punctul de vedere al armăturilor, este importantă și rezistența la transferul de căldură. Elementele din beton expuse la foc se încălzesc inegal, datorită diferențelor mari de temperatură între straturi; rezultatul este tendința de desprindere, prin separarea straturilor mai calde de cele mai reci. Desprinderea sau fisurarea poate să apară și în planul armăturilor compromițând aderența, sau a straturilor de beton cu proprietăți diferite în urma compactării inegale la turnare.

De regulă, rezistența la foc trebuie să asigure timpul necesar evacuării ocupanților, în mod curent 0,5...3 ore.

4.5.6. Efectele uzurii mecanice

Durabilitatea betonului poate fi afectată și de acțiunile mecanice produse la suprafața lui de frecări, izbiri, spargeri, perforări, cauzate de factori ce țin de exploatare.

Dacă mediul de exploatare este apa, aceasta poate avea asupra betonului o acțiune mecanică, chimică sau combinată. Acțiunea mecanică apare la o viteză mare de curgere a apei și provoacă eroziunea betonului din construcțiile hidrotehnice sau din infrastructura podurilor, prin materialele abrazive transportate. Evoluția eroziunii depinde de cantitatea, forma și dimensiunile particulelor transportate, de densitatea lor, de prezenta vârtejurilor etc. Suprafața betonului supus eroziunii este netedă și uzată.

În cazul canalelor deschise sau a conductelor închise pentru transportul apei, apare fenomenul de cavitație. Prin cavitație se înțelege efectul provocat de bulele de aer, care curg odată cu curentul de apă; la intrarea într-o arie de presiune ridicată bulele se comprimă și se sparg, provocând un impact extrem de puternic, "ciupind" suprafața betonului, care se degradează rapid.

4.5.7. Clasele de expunere ale elementelor din beton armat la acțiunea mediului înconjurător (SREN 206-1: 2002)

Betonul nu este caracterizat încă, în mod direct, prin clase de durabilitate.

Pentru asigurarea durabilității se stabilesc clasele de expunere, pentru care se vor respecta cerințele impuse privind: compoziția betonului, tipul de ciment, dozajul minim de ciment, $(A/C)_{max}$; gradul de impermeabilitate; gradul de gelivitate; tipul aditivului și adaosurilor minerale; grosimea stratului de acoperire cu beton a armăturilor sau pieselor metalice înglobate etc.

Clasele de expunere, date în tabelul 4.3, se stabilesc pe baza acțiunilor mecanice propriu-zise, dar și a condițiilor chimice și fizice la care sunt expuse structurile din beton.

Pe lângă condițiile de expunere din tabelul 4.3, trebuie luate în considerare forme particulare de acțiuni agresive sau indirecte, inclusiv:

- atac chimic, provenit din: utilizarea construcției sau a structurii (depozit de lichide), soluții de acizi sau săruri de sulfați, cloride conținute în beton, reacții alcalii-agregate
- atac fizic, provenit din: variații de temperatură, abraziune, penetrația apei.

Atacul chimic asupra betonului este produs de către sol, de apele de suprafață sau apele subterane; caracteristicile chimice ale acestora sunt indicate din tabelul 4.4.

Clasificarea privind agresivitatea chimică se face în raport cu agresivitatea cea mai ridicată; când cel puțin două caracteristici chimice conduc la aceeași clasă de agresivitate, mediul va fi clasat în clasa imediat superioară. Agresivitatea chimică indicată în tabelul 4.4 are în vedere temperaturi ale apei sau solului între 5...25°C și o viteză de scurgere a apei suficient de redusă, pentru a fi asimilată condițiilor statice. Solurile argiloase a căror permeabilitate este sub 10^{-5} m/s, pot fi clasificate într-o clasă inferioară.

Clasificarea apelor de mare este dependentă de localizarea geografică și clasificările trebuie validate la locul unde betonul se aplică.

4.5.8. Stratul de acoperire cu beton

Stratul de acoperire cu beton are rolul principal în asigurarea protecției la coroziune a oțelului . Capacitatea corespunzătoare de protecție a stratului de acoperire cu beton depinde de compactitatea, calitatea și grosimea acestuia. Grosimea minimă a stratului de acoperire cu beton depinde de clasa structurală și de clasa de expunere (tabelul 4.5).

Având în vedere importanța grosimii stratului de acoperire cu beton pentru asigurarea durabilității structurilor din beton, se prezintă în continuare principalele prevederi din normele europene în acest sens [13].

Valoarea nominală a acoperirii c_{nom} este definită ca valoarea minimă a acoperirii c_{min}, la care se adaugă o abatere Δc_{dev}:

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \tag{4.25}$$

Acoperirea minimă c_{min} trebuie să asigure transmiterea forțelor de aderență, protecția oțelului împotriva coroziunii (durabilitatea) și o rezistență adecvată la foc.

Se alege valoarea cea mai mare dintre cele ce satisfac cerințele privind condițiile de mediu și de aderență:

$$c_{min} = max\begin{cases} c_{min,b} \\ c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} \\ 10\,\text{mm} \end{cases} \tag{4.26}$$

unde: $c_{min,b}$ este acoperirea minimă de beton din condiții de aderență;

$c_{min,dur}$ – acoperirea minimă de beton din condiții de mediu;

$\Delta c_{min,\gamma}$ – valoare adițională de siguranță;

$\Delta c_{min,st}$ – reducerea grosimii minime în cazul utilizării oțelului inoxidabil;

$\Delta c_{min,add}$ – reducerea grosimii minime în cazul unei protecții adiționale.

Pentru corecțiile $\Delta c_{min,\gamma}$, $\Delta c_{min,st}$, $\Delta c_{min,add}$ valoarea recomandată este zero pentru fiecare caz în parte.

Din condiții de aderență, acoperirea minimă de beton $c_{min,b}$ trebuie să fie cel puțin diametrul barei; dacă dimensiunea minimă a agregatului este mai mare de 31 mm, acoperirea se majorează cu 5 mm.

Într-un beton de densitate normală, acoperirea minimă de beton $c_{min,dur}$ pentru oțel carbon obișnuit se stabilește ținând seama de clasa de expunere și de clasa structurală; valorile recomandate pentru $c_{min,dur}$ sunt date în tabelul 4.5.

Clasa structurală de referință este *S*4, definită printr-o durată de viață de 50 de ani, corespunzătoare utilizării betoanelor în structuri încadrate în clasele de expunere din tabelul 4.3. Modificările recomandate ale clasei structurale sunt date în tabelul 4.6; clasa structurală minimă recomandată este *S*1.

Dacă betonul este turnat peste un alt element din beton monolit sau prefabricat, acoperirea minimă de beton a armăturii plasate spre interfața celor două betoane poate fi redusă până la valoarea corespunzătoare asigurării condițiilor de aderență, dacă sunt îndeplinite condițiile:

– clasa betonului este cel puțin C25/30;

– în cazul expunerii la intemperii a suprafeței betonului, durata expunerii nu depășește 28 de zile;

– interfața elementelor din beton este rugoasă.

Dacă suprafața betonului este neregulată (de exemplu, agregate expuse), acoperirea minimă trebuie mărită cu cel puțin 5mm.

Valoarea minimă recomandată a abaterii Δc_{dev} pentru acoperirea cu beton este 10 mm. În unele situații, este permisă reducerea Δc_{dev}, recomandându-se valorile:

$10\,\text{mm} \geq \Delta c_{dev} \geq 5\,\text{mm}$, dacă este asigurată calitatea execuției, acoperirea cu beton verificându-se prin măsurători;

$10\,\text{mm} \geq \Delta c_{dev} \geq 0\,\text{mm}$, dacă se utilizează aparate de măsură exacte pentru verificarea acoperirii cu beton (elemente prefabricate).

Tabelul 4.3. Clasele de expunere la

Denumirea clasei	Descrierea mediului înconjurător	Clasa de rezistență minimă	Dozajul de ciment minim [1)]
1. Nici un risc de coroziune			
X0	Beton simplu fără piese metalice înglobate. Expunere fără îngheț și dezgheț, abraziune, atac chimic.	C12/15	
	Mediu (foarte) uscat pentru beton armat sau cu piese metalice înglobate.		
2. Coroziune datorată carbonatării			
XC1	Mediu uscat, sau umed în permanență	C20/25	260
XC2	Mediu umed, foarte rar uscat	C25/30	280
XC3	Mediu cu umiditate moderată	C30/37	280
XC4	Mediu cu alternanță a umidității și uscării	C30/37	300
3. Coroziunea datorată clorurilor de altă origine decât cele din apa sau atmosfera marină			
XD1	Mediu cu umiditate moderată	C30/37	300
XD2	Mediu umed, rareori uscat	C30/37	300
XD3	Mediu cu alternanța umidității și a uscării	C35/45	320
4. Coroziunea datorată clorurilor prezente în apa de mare			
XS1	Expunere la aerul ce vehiculează săruri marine, însă nu este în contact direct cu apa de mare	C35/45	300
XS2	Imersare în permanență în apa de mare	C35/45	320
XS3	Zone de marnaj, zone expuse proiectării (izbirii) valurilor sau udării (stropirii)	C35/45	340
5. Atacul fenomenului de îngheț-dezgheț			
XF1	Saturare moderată cu apă fără agenți pentru dezgheț	C30/37	300
XF2	Saturare moderată cu apă cu agenți de dezgheț	C30/37	300
XF3	Saturare puternică cu apă fără agenți de dezgheț	C30/37	320
XF4	Saturare puternică cu apă conținând agenți de dezgheț sau apă de mare	C30/37	340
6. Agresivitatea chimică conform tabelului 4.4			
XA1	Mediu înconjurător cu agresivitate slabă	C30/37	300
XA2	Mediu înconjurător cu agresivitate chimică moderată	C30/37	320
XA3	Mediu înconjurător cu agresivitate chimică intensă	C35/45	360

[1)] Dozajul minim din tabel se referă la beton realizat cu agregate 0 – 16 (0 – 20) mm; pentru beton cu agregate

acțiunea mediului înconjurător conform SR EN 206-1: 2002

Raport A/C maxim	Cimenturi indicate	Exemple informative de apariție a clasei de expunere
-	II/A-S32,5 II/A-V32,5	Betonul la interiorul clădirilor în care umiditatea aerului este foarte redusă
0,65	II/A-S32,5 II/A-V32,5 I32,5	Betonul la interiorul clădirilor în care procentul de umiditate al aerului este redus Beton imersat permanent în apă
0,6	II/A-S42,5 SRII/A-S42,5 II/A-V42,5 SRI42,5; I42,5	Suprafețele de beton în contact cu apa pe termen lung Un număr mare de fundații
0,55		Betonul la interiorul clădirilor în care procentul de umiditate al aerului este mediu sau ridicat Betonul la exterior ferit de interperii
0,5		Suprafețe supuse contatului cu apa, dar care nu intră în clasa de expunere XC2
0,55	HII/A-S42,5 SRII/A-S42,5 SRI42,5	Suprafețele de beton expuse clorurilor transportate prin circulația aerului
0,55		Beton expus apelor industriale ce conțin cloruri; Piscinele
0,45		Elemente de poduri, udate și stropite cu ape ce conțin cloruri Șoselele. Dalele parcurilor de staționare a vehiculelor
0,50	SRII/A-S42,5 SRI42,5	Structuri pe litoral sau în proximitatea litoralului
0,45		Elemente ale structurilor marine
0,45		Elemente ale structurilor marine
0,55	II/A-S42,5 I42,5 SRI42,5 HI42,5	Suprafețe verticale de beton expuse ploii și înghețului
0,55		Suprafețe verticale de beton, la lucrările rutiere expuse înghețului și aerului ce vehiculează agenții pentru dezgheț
0,50		Suprafețele orizontale de beton expuse la ploaie și îngheț
0,45		Drumuri și tabliere de poduri expuse agenților pentru dezgheț Suprafețe verticale de beton expuse direct acțiunii agenților de dezgheț și înghețului. Zone de structuri marine supuse acțiunii valurilor și expuse la îngheț
0,55	SRII/A-S42,5 SRI42,5-52,5	
0,50		
0,45		

0 – 7 (8) mm, dozajul crește cu 10%, iar pentru beton cu agregate 0 – 31 mm, dozajul se reduce cu 10%.

Tabelul 4.4. Agresivităţi chimice conform SR EN 206-1: 2002

Agent chimic	XA1	XA2	XA3
Ape de suprafaţă şi subterane			
SO_4^{2-}, în mg/l	≥200... ≤600	> 600... ≤3000	>3000... ≤6000
pH	≤6,5... ≥5,5	< 5,5... ≥4,5	< 4,5... ≥4,0
CO_2 agresiv în mg/l	≥15... ≤40	> 40... ≤100	>100, până la saturaţie
NH^{4+}, în mg/l	≥15... ≤30	> 30... ≤60	> 60... ≤100
Mg^{2+}, în mg/l	≥300... ≤1000	>1000... ≤3000	> 3000, până la saturaţie
Sol			
SO_4^{2-} ,mg/kg	≥2000... ≤3000	>3000.. ≤12000	>12000.. ≤24000
Aciditate, ml/kg	>200 Baumann Gully	Nu este întâlnită în practică	

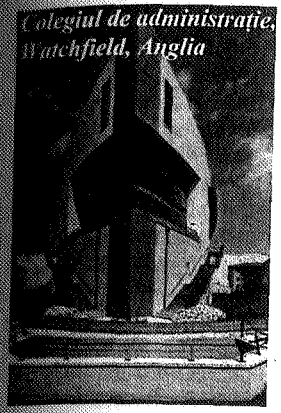
Tabelul 4.5. Încadrarea recomandată în clasa structurală

Criteriul	Clasa de expunere conform tabelului 4.3						
	X0	XC1	XC2/ XC3	XC4	XD1	XD2/ XS1	XD3 XS2 XS3
Durata de viaţă 100 de ani	Se majorează clasa cu 2 trepte						
Clasa de rezistenţă	≥C30/37		≥C35/45	≥C40/50			≥C45/55
	Se reduce clasa cu 1 treaptă						
Elemente plane (plăci necirculabile în timpul execuţiei)	Se reduce clasa cu 1 treaptă						
Elemente la care este asigurat un control de calitate special	Se reduce clasa cu 1 treaptă						

Notă: Clasa de rezistenţă poate fi redusă cu o treaptă dacă se foloseşte antrenor de aer mai mult decât 4%.

Tabelul 4.6. Valorile acoperirii minime $c_{min,dur}$

Clasa structurală	Clasa de expunere conform tabelului 4.3						
	X0	XC1	XC2 XC3	XC4	XD1 XS1	XD2 XS2	XD3 XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55


Colegiul de administraţie, Watchfield, Anglia

5

METODA STĂRILOR LIMITĂ

Scurt istoric privind evoluţia normelor de calcul

Legile mecanicii corpurilor, elaborate în secolul al XVII-lea, au permis înţelegerea unor aspecte ale comportării structurilor de rezistenţă ale construcţiilor, până atunci doar intuite şi cuprinse în reguli empirice, transmise prin tradiţie. Preocupări sistematice privind proprietăţile materialelor şi comportarea structurilor sub încărcări au apărut în secolul al XVII-lea şi al XVIII-lea. Lucrările unor savanţi ca Hooke, Bernoulli, Coulomb au îmbogăţit cunoştinţele legate de rezistenţa materialelor şi au creat baza teoretică necesară elaborării unor norme de calcul.

Teoria elasticităţii a cunoscut în secolul al XIX-lea o dezvoltare intensă. Navier a pus bazele calculului construcţiilor ca sisteme elastice; metoda de calcul elaborată pe baza acestor ipoteze a fost *metoda rezistenţelor admisibile* [49]. Calculul cu metoda rezistenţelor admisibile a putut fi aplicată şi elementelor din beton armat, deoarece comportarea lor sub efectul încărcărilor de exploatare poate fi considerată elastică. Primele norme pentru calculul elementelor din beton armat cu metoda rezistenţelor admisibile au apărut în Elveţia (1903), Germania (1904) şi Franţa (1906). În România, metoda a fost oficializată în 1942 pentru construcţiile civile şi industriale, prin "Prescripţiile tehnice pentru proiectarea şi executarea construcţiilor de beton armat" şi mai târziu, pentru poduri din beton armat, prin STAS 4212 - 53.

Metoda rezistenţelor admisibile a fost folosită până la jumătatea secolului XX în Europa; astfel, foarte multe construcţii care funcţionează şi azi în bune condiţii au fost proiectate şi executate pe baza acestei metode.

Încă de la început, unii autori (de exemplu, Mörsch) au remarcat caracterul convenţional şi neeconomic al metodei rezistenţelor admisibile în calculul betonului armat, material cu proprietăţi de deformare elastico-plastică şi vâscoasă. Cercetările teoretice şi experimentale efectuate în Brazilia şi în fosta URSS au pus în evidenţă proprietăţile reale de comportare ale elementelor din beton armat. În deceniul al patrulea din secolul XX s-au pus astfel bazele unei noi metode de calcul, *metoda de calcul la rupere*, care ia în considerare comportarea

elementelor din beton sub încărcările limită, de cedare [15]. Metoda de calcul la rupere a apărut prima dată sub formă de norme în Brazilia (1937). În țara noastră a fost folosită din 1949 până în 1969 (STAS 1546-50), în paralel cu metoda rezistențelor admisibile.

Dezvoltarea științifică și tehnică generală din primele decenii ale secolului XX, prelucrarea statistică a unui număr mare de date și rezultate experimentale, observarea fenomenelor probabiliste legate de valorile încărcărilor și ale rezistențelor, studiul influenței timpului asupra comportării materialelor și altele, au condus la ideea considerării acestor aspecte în cadrul unei metode de calcul, cunoscută sub numele de *metoda stărilor limită*. Această metodă urmărește comportarea elementelor structurale sau a structurilor în ansamblu în situații limită, atât sub aspectul rezistenței (definită și de metoda la rupere), cât și sub aspectul funcționării corespunzătoare sub încărcările de exploatare.

Metoda de calcul la stări limită, elaborată în deceniul al V-lea al secolului XX, a fost oficializată în fosta URSS, în 1955 pentru betonul armat și în 1957 pentru betonul precomprimat. Ulterior, în Europa de vest, metoda a fost studiată și aplicată mai întâi betonului armat, apoi extinsă și la calculul elementelor din beton precomprimat.

Studiile efectuate în comun de mai multe foruri internaționale (CEB, FIP, cunoscute actual sub denumirea Fédération international du béton - *fib* și Conseil International de Bâtiment - CIB) au fost adoptate de ISO (International Standards Organisation) în 1970, sub forma unei norme internaționale, care extinde valabilitatea principiilor generale de verificare a siguranței la toate lucrările de construcții, oricare ar fi natura acestora. A început astfel o acțiune concertată pentru crearea unor norme de calcul unice europene, actual în curs de finalizare sub forma codurilor europene - EUROCODE (cap. 14).

În România, metoda de calcul la stări limită a fost introdusă în 1963, prin normative condiționate (P6, P7 și P8-62), apoi definitivată sub formele: STAS 8000-67 pentru calculul elementelor de beton, beton armat și beton precomprimat și STAS 8433-69, pentru încărcări. Între 1963 și 1967 a fost folosită în paralel cu metoda la rupere, după care devine metodă unică de calcul [41]. Metoda de calcul la stări limită a fost extinsă și la calculul suprastructurilor podurilor de beton, prin STAS 8076-68 și STAS 8236-70.

Actual, pentru calculul elementelor de beton, beton armat și beton precomprimat este valabil STAS 10107/0–90 pentru construcții civile și industriale și STAS 10111/2–87 pentru suprastructuri de poduri, acestea urmând să fie înlocuite odată cu intrarea în vigoare a Romcodurilor de proiectare, în cadrul alinierii la normativele europene.

Metode de abordare a siguranței structurilor

În general, o metodă de calcul trebuie să permită luarea în considerare a tuturor factorilor care influențează siguranța, prin prisma răspunsului real al structurii și să opereze cu criterii de verificare exprimate într-o formă cât mai simplă.

Metodele de calcul adoptate pentru proiectare pot fi diferențiate în funcție de două deziderate fundamentale: considerarea comportării reale a materialului, a elementului sau a structurii sub efectul acțiunilor reale, precum și aprecierea și garantarea siguranței structurii, raportată la toate situațiile defavorabile care pot să intervină pe parcursul execuției și a funcționării ei.

Din punctul de vedere al proprietăților materialelor, ipotezele admise au fost specificate mai sus: metoda rezistențelor admisibile consideră comportarea elastică, metoda la rupere admite solicitarea materialelor la limita lor de rezistență, în timp ce metoda de calcul la stări limită permite nuanțarea comportării în diferite stadii de solicitare.

Din punctul de vedere al modului de apreciere a siguranței construcțiilor, metodele de calcul se pot grupa în deterministe sau probabiliste.

Metodele deterministe admit că toate mărimile și fenomenele care intervin în proiectare și execuție sunt *mărimi certe* [1]. Se lucrează cu *valoarea medie* a rezistențelor sau încărcărilor. Asigurarea dată de metodă este exprimată prin coeficienți de siguranță, stabiliți în mod apreciativ. Metoda rezistențelor admisibile și metoda la rupere sunt metode deterministe, prima operând cu coeficienții de siguranță ai materialelor, iar a doua cu un coeficient unic de siguranță al elementului.

Metodele probabiliste lucrează cu *mărimi aleatorii* [2]. Metoda de calcul la stări limită se încadrează în această categorie; variabilitatea în sens defavorabil a mărimilor ce intervin în proiectare se acoperă printr-un sistem diferențiat de coeficienți de siguranță, determinați dacă este posibil, prin metode statistice. Având în vedere că nu toți parametri pot fi apreciați pe această bază, sub forma actuală metoda stărilor limită este o *metodă semiprobabilistă de calcul.*

Obiectivul proiectării structurilor

După determinarea stării de solicitare și deformare a unei structuri sub efectul tuturor acțiunilor care pot să intervină în timpul execuției sau exploatării ei, urmează etapa de proiectare, ceea ce înseamnă dimensionarea și alcătuirea elementelor structurale.

Proiectarea unei structuri se face cu scopul atingerii exigențelor de funcționalitate, confort, aspect estetic, cerute de beneficiarii construcțiilor, realizând în același timp o siguranță satisfăcătoare cu un cost cât mai redus. Metoda de verificare la stări limită conduce la proiectarea unor structuri sigure și funcționale, sau cu alte cuvinte, capabile să suporte acțiunile și să satisfacă cerințele de exploatare prevăzute prin tema de proiectare.

În proiectare pot să apară două situații de calcul:

- *dimensionarea unei structuri*, cu scopul determinării dimensiunilor secțiunilor de beton și a cantităților de armătură; această determinare se face pe de o parte prin calcul, pe de altă parte prin aplicarea unor prescripții constructive care țin seama de aspectele ce nu sunt reflectate în calcul;
- *evaluarea capacității portante a unei structuri* cu alcătuirea cunoscută; în acest caz, se determină în general efortul secțional capabil, cunoscând dimensiunile secțiunii de beton și armarea elementelor.

În scopul asigurării capacității unei structuri de a satisface nivelul de performanță legat de destinația ei, trebuie să se țină seama de toți factorii de risc care pot interveni:

– pe parcursul concepției construcției, prin alegerea amplasamentului (teren de fundare, condiții de mediu, zonă seismică) și prin procesul de proiectare (materialele și tipul de structură alese, schematizarea structurii pentru calcul, metoda de calcul adoptată pentru stabilirea stării de solicitare și de deformare);
– în timpul execuției, prin eventuale abateri de la dimensiunile geometrice, nerealizarea calității prescrise a materialelor, situații tranzitorii de încărcare neprevăzute în proiectare;
– în perioada de utilizare a structurii, prin modificări ale acțiunilor față de cele luate în considerare sau modificări defavorabile ale caracteristicilor fizico-mecanice ale materialelor în timp, modificări ale condițiilor de funcționare sau de expunere etc.

[1] Un fenomen (eveniment) A este considerat cert, atunci când realizând un anumit complex de condiții S, fenomenul se produce întotdeauna; în acest caz, între S și A există o lege deterministă.

[2] Un fenomen (eveniment) A este aleator atunci când realizând un complex de condiții S, fenomenul A se poate sau nu produce. În acest caz, între A și S există o lege necesară, sub formă de lege de probabilitate, care arată pentru un număr n de cazuri, de câte ori se produce A, prin probabilitatea p, exprimată de obicei în %.

Factorii care au cel mai mare impact în evaluarea siguranței unei structuri sunt *proprietățile materialelor* de construcție și *acțiunile*. Proprietățile materialelor intervin în proiectare prin valorile rezistențelor și ale caracteristicilor de deformare, iar acțiunile, prin intensități, frecvențe de apariție, durate de acțiune etc. Aceste valori prezintă o variabilitate destul de pronunțată.

Prin metoda stărilor limită, aprecierea siguranței se face în raport cu diferite stări limită, fiecare reprezentând o sumă de cerințe privind rezistența sau buna funcționare a construcției.

Astfel devine posibilă stabilirea siguranței la nivel de material, secțiune, element sau structură, dar și urmărirea siguranței în orice moment al duratei de existență a unei construcții, pe baza variației în timp a parametrilor care caracterizează acțiunile și materialele.

Nivelul de asigurare care trebuie atins și menținut prin proiectarea, execuția și exploatarea unei construcții depinde de categoria ei de importanță.

Se disting categorii de importanță globale, privind construcțiile sub toate aspectele (cunoscute sub numele de *categorii de importanță*) și categorii de importanță specifică, privind construcțiile sau părți ale acestora numai sub anumite aspecte (cunoscute sub numele de *clase de importanță*).

Categoria de importanță este definită în Regulamentul privind stabilirea categoriei de importanță a construcțiilor. Acest regulament permite considerarea diferențiată a construcțiilor, pe baza funcțiunilor și caracteristicilor lor, a raportului cu mediul natural, uman și socio-economic și a prevenii riscurilor, prin alegerea unui model adecvat de asigurare a calității. Se specifică astfel, construcții de importanță excepțională (A), importanță deosebită (B), importanță normală (C) și importanță redusă (D). Factorii determinanți care duc la stabilirea categoriei de importanță a construcțiilor sunt: importanța vitală, importanța social – economică și culturală, impactul ecologic, durata de utilizare, adaptarea la condițiile locale de teren și de mediu, volumul de muncă și de materiale necesare.

Clasele de importanță [19], [27] se definesc în funcție de următoarele criterii: consecințele depășirii stărilor limită pentru viața și sănătatea oamenilor, importanța economică a exploatării continue a construcției și consecințele ieșirii construcției din funcțiune pe o perioadă de timp limitată sau nelimitată, importanța exploatării continue pentru viața spirituală a colectivității și consecințele depășirii unei stări limită pentru valorile cultural artistice, durata estimată de funcționare a construcției.

Din punctul de vedere al riscului seismic, construcțiile se încadrează într-una din următoarele clase de importanță: clasa I - construcții de importanță vitală, clasa II - importanță deosebită, clasa III - importanță normală, clasa IV - importanță redusă.

Actele normative sub formă de standarde sau alte categorii de reglementări tehnice asigură cadrul oficial de aplicare a metodei de calcul la stări limită în proiectarea sau expertizarea structurilor de rezistență în construcții.

5.1. PRINCIPIILE FUNDAMENTALE ALE METODEI DE CALCUL LA STĂRI LIMITĂ

Metoda de calcul la stări limită are la bază două principii fundamentale:

- se consideră în mod sistematic diferite stări limită pentru construcții, definite prin anumite criterii, fie de rezistență, fie de funcționare corespunzătoare; răspunsul structurilor la aceste stări limită se stabilește pe baza comportării reale a materialelor;
- se consideră în mod independent variabilitatea factorilor care intervin în calculul elementelor structurale, pe baza unui sistem diferențiat de coeficienți parțiali de siguranță, utilizați pentru determinarea intensității acțiunilor, a valorii rezistenței materialelor sau a altor parametri.

Prin *stare limită* se înțelege situația în care o construcție încetează să satisfacă cel puțin una din cerințele pentru care a fost proiectată.

Atingerea sau depășirea unei stări limită are ca efecte:

- pierderea capacității unei construcții de a asigura o exploatare corespunzătoare destinației pentru care a fost proiectată, sau
- distrugerea parțială ori totală a unei construcții, punând astfel în pericol vieți omenești și/sau bunuri materiale cu valoare economică sau culturală.

În acest mod, definirea unor stări limită privind comportarea elementelor structurale, sau a unei structuri de rezistență în ansamblu, se face pentru două stadii de comportare: stadiul de exploatare și stadiul ultim, de rupere, analizate la punctul 4.2.

În funcție de consecințele atingerii diferitelor stări limită, conform STAS 10100/0-75, acestea se grupează în două categorii:

Stări limită ultime **SLU**, care implică pierderea capacității portante prin ruperi de orice natură, fenomene de instabilitate a poziției sau formei, deformații remanente excesive sau ruperea casantă datorită oboselii; pe baza acestor moduri de comportare, se definesc:

- starea limită de rezistență;
- starea limită de stabilitate a poziției sau a formei;
- starea limită de oboseală.

Stări limită ale exploatării normale **SLEN**, care implică deformații sau fisurări ce afectează buna desfășurare a unui proces tehnologic, pot crea efecte psihologice neplăcute, produc avarii în elemente nestructurale, sau periclitează durabilitatea construcției; în această categorie se consideră:

- starea limită de fisurare;
- starea limită de deformație.

Fenomenele care conduc la atingerea unor stări limită pot interveni individual sau se pot combina între ele în sens defavorabil. Obișnuit, se consideră că aceste fenomene se produc independent. Ipoteza admisă cu privire la lipsa de corelație dintre variația parametrilor care caracterizează acțiunile și materialele nu este realistă în toate cazurile, permite însă ca legile statistice de probabilitate să se aplice separat materialelor și încărcărilor, ceea ce conduce la o simplificare importantă.

În cazul în care numărul datelor privind un parametru care intervine în calcule este mare (de exemplu, rezultatele încercărilor pentru determinarea rezistenței materialelor), caracteristicile lui se pot determina prin teoria matematică a probabilităților, pe baza unor metode de studiu statistic.

Calculul probabilist utilizat se încadrează în metoda *valorilor extreme* privind relația care există între acțiuni și rezistențe, relație care determină gradul de asigurare; de regulă, prin acceptarea unui anumit risc, se iau în considerare valorile minime ale rezistențelor și valorile maxime ale parametrilor ce definesc acțiunile.

Pentru a introduce în calcule variabilitatea în sens defavorabil a valorilor ce definesc acțiunile și proprietățile materialelor, se lucrează cu *valori caracteristice* sau *normate*, considerate ca valori de referință, respectiv cu *valori de calcul*, deduse pe baza valorilor caracteristice. De obicei, efectele defavorabile ale variației dimensiunilor geometrice ce definesc elementele structurale se iau în considerare împreună cu efectul variabilității rezistențelor materialelor.

Valorile caracteristice cele mai reprezentative sunt:

- rezistențele caracteristice ale materialelor R_k, reprezentând valorile minime garantate statistic cu o anumită probabilitate;

- intensităţile caracteristice (sau normate) ale acţiunilor, reprezentând valorile maxime sau cele mai defavorabile pentru o anumită situaţie, determinate statistic, sau indicate în norme ori de către beneficiar.

Valorile de calcul se stabilesc astfel încât să acopere abaterile posibile în sens defavorabil faţă de valorile caracteristice, prin multiplicarea acestora cu coeficienţi parţiali de siguranţă.

Rezistenţele de calcul ale materialelor se stabilesc cu relaţia:

$$R = mR^* = m\frac{R_k}{\gamma} \tag{5.1}$$

în care $R^* = \frac{R_k}{\gamma}$ este valoarea de bază a rezistenţei.

Valorile de calcul ale parametrilor care caracterizează acţiunile (intensităţi, amplitudini, frecvenţe şi altele) se obţin prin multiplicarea valorilor caracteristice cu coeficienţii acţiunilor.

Coeficienţii parţiali de siguranţă care intervin în stabilirea valorilor de calcul depind de starea limită luată în considerare, de comportarea materialelor în structură etc. Aceşti coeficienţi se definesc în funcţie de valorile caracteristice pe care le afectează, după cum urmează.

- *Coeficienţii parţiali de siguranţă ai materialelor* γ (γ_b pentru beton şi γ_a pentru armătură) ţin seama de posibilitatea scăderii valorilor caracteristice ale rezistenţelor R_k, datorită variabilităţii statistice a calităţii materialelor şi, în anumite limite, a caracteristicilor geometrice ale elementelor de construcţii.

Valorile de bază ale rezistenţelor R^* se afectează de un coeficient al condiţiilor de lucru pentru material m (cu diferiţi indici), prin care se corectează simplificările admise în calcule şi abaterile sistematice de la valorile de referinţă.

- *Coeficienţii parţiali de siguranţă ai acţiunilor* ţin seama de posibilitatea apariţiei unor valori defavorabile ale acţiunilor, datorită variabilităţii statistice ale acestora; se notează în general cu litera n, (sau γ în standardele pentru acţiuni revizuite după 1990).

Valorile coeficienţilor acţiunilor pot fi supra- sau subunitare, după cum este mai defavorabil în verificările la diferite stări limită şi sunt date pentru fiecare tip de acţiune în parte.

- *Coeficienţii condiţiilor de lucru pentru capacitatea portantă a secţiunilor sau a elementelor*, notaţi tot cu litera m, se introduc în mod suplimentar în unele cazuri, de exemplu, pentru calculul elementelor liniare întinse sau pentru calculul capacităţilor portante ale elementelor din beton precomprimat; aceşti coeficienţi au rolul de a corecta simplificările introduse de schemele admise în calcule şi de a ţine seama de abaterile sistematice datorite diverşilor factori.

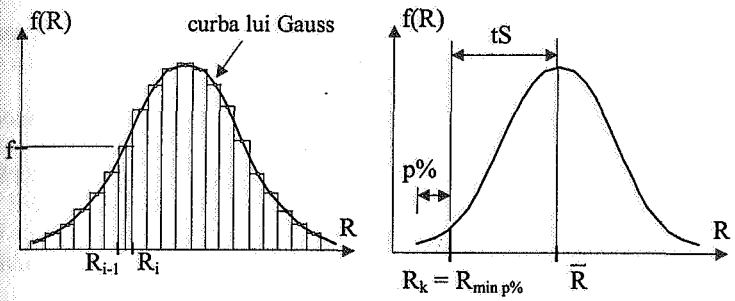
5.2. CARACTERISTICILE DE REZISTENŢĂ ŞI DE DEFORMAŢIE ALE MATERIALELOR

5.2.1. Variabilitatea rezistenţelor materialelor

Rezistenţele materialelor, ca şi alte caracteristici fizico-mecanice, prezintă o oarecare variabilitate, depinzând de natura materialului, de sistemul de control şi asigurare a calităţii, de condiţiile de păstrare, de tehnica de încercare etc. S-a constatat că rezultatele obţinute prin încercări de determinare a rezistenţelor pot fi prelucrate statistic.

Dispunând de un număr n de rezultate obţinute prin încercări experimentale, acestea se pot grupa în anumite intervale de valori cu pasul constant; numărul de rezultate care se încadrează în limitele intervalelor considerate reprezintă frecvenţa. Reprezentând grafic frecvenţa de apariţie a valorilor rezistenţelor în fiecare interval $R_{i-1}...R_i$ şi considerând că pe un interval valoarea rezistenţei este constantă şi egală cu media, se obţine histograma pentru şirul de rezultate analizate (fig. 5.1a). Dacă numărul de rezultate tinde către infinit, histograma tinde către o curbă, cunoscută sub numele de *curba de distribuţie a frecvenţelor* sau *probabilităţilor*. Aria de sub curba de distribuţie, cuprinsă într-un interval $R_{i-1}...R_i$, reprezintă probabilitatea ca o valoare considerată a variabilei să fie situată în acest interval. Această arie se obţine prin integrarea funcţiei de densitate a probabilităţilor, $f(R)$, care poate avea diferite forme matematice [79].

Pentru beton şi oţel se admite în mod curent *legea distribuţiei normale a lui Gauss-Laplace*, destul de apropiată de curba reală de distribuţie a rezistenţelor (fig. 5.1b).



a) histograma **b)** curba de distribuţie normală

Fig. 5.1. Legea de distribuţie a rezistenţelor

Mărimile caracteristice pentru legea distribuţiei normale sunt:

$\overline{R} = \frac{\sum R}{n}$ – media aritmetică pentru cele n valori ale rezistenţelor, cu cea mai mare frecvenţă de apariţie;

$S = \sqrt{\frac{\sum (R-\overline{R})^2}{n-1}}$ – abaterea medie pătratică sau abaterea standard, marcând împrăştierea rezultatelor faţă de valoarea medie; cu cât abaterea medie pătratică este mai mică, curba de distribuţie este mai strânsă;

$c_v = \frac{S}{\overline{R}}$ – coeficientul de variaţie sau valoarea relativă a abaterii standard, care caracterizează omogenitatea calităţii unui material; cu cât c_v este mai mic, materialul este mai omogen.

O valoare situată în stânga sau în dreapta valorii medii a rezistenţelor, deci mai mică sau mai mare decât aceasta, se poate determina pe baza unei anumite probabilităţi acceptate, conform figurii 5.1b:

$$R_{p\%} = \overline{R} \pm tS \tag{5.2}$$

Pentru definirea calităţii materialelor, este necesară stabilirea valorilor rezistenţelor care pot fi garantate cu o anumită probabilitate acceptată.

Conform principiilor metodei stărilor limită, interesează valoarea minimă a rezistenței, care definește *rezistența caracteristică* sau garantată, sub a cărei valoare se pot situa cel mult 5% din rezultate.

$$R_k = R_{min\,5\%} = (1 - t c_v)\overline{R} \tag{5.3}$$

în care coeficientul t depinde de nivelul de încredere (probabilitatea apariției unor valori ale rezistențelor inferioare rezistenței caracteristice) și de numărul de date prelucrate luat în considerare pentru calculul mediei aritmetice.

5.2.2. Betonul

5.2.2.1. Clasa betonului

Calitatea betonului se definește prin noțiunea de clasă.

Clasa betonului este rezistența caracteristică la compresiune în N/mm^2, determinată pe cilindri sau pe cuburi, la vârsta de 28 de zile, sub a cărei valoare se pot situa statistic cel mult 5% din rezultate [17].

În țara noastră, în momentul de față, definirea și notarea claselor se face în mod diferit conform STAS 10107/0-90 [31] și NE 012-99 [17].

Definirea și simbolul clasei conform SR EN 206-1: 2002. Codul de practică pentru executarea lucrărilor de beton, beton armat și beton precomprimat, indicativ NE 012-99, definește clasa de beton conform normei Eurocode 2. Clasa de beton se notează cu litera C, urmată de valoarea rezistenței caracteristice la compresiune, determinată pe cilindri $f_{ck\,cil}$, respectiv pe cuburi $f_{ck\,cub}$, de exemplu, **C16/20**. Dimensiunile epruvetelor sunt: pentru cilindri, diametrul de 150 mm și înălțimea de 300 mm, iar pentru cub, latura de 150 mm (fig.5.2).

Definirea și simbolul clasei conform STAS 10107/0-90 (pe baza STAS 3622-86, Betoane de ciment – clasificare). În STAS 10107/0-90, care este în vigoare până la apariția Codului Românesc CR2, notarea clasei de beton se face cu literele **Bc**, urmate de valoarea rezistenței caracteristice la compresiune pe cuburi cu latura de 141 mm R_{bk}, de exemplu, **Bc20** (echivalent cu **C16/20**). Rezistența caracteristică la compresiune pe cuburi R_{bk} este echivalentă cu $f_{ck\,cub}$, dacă se neglijează diferența dintre dimensiunile cuburilor.

Definirea calității materialului se face conform SR EN 206-1: 2002, fără a se da indicații referitoare la determinarea rezistențelor de calcul. Având în vedere această situație, rezistențele betonului, utilizate în calculul elementelor din beton armat, se definesc și au simbolurile în conformitate cu STAS 10107/0-90.

Rezistența caracteristică la compresiune, determinată prin încercări pe cilindri sau pe cuburi, se poate determina cu relația (5.3):

$$f_{ck\,cil} = R_{min5\%} = (1 - 1{,}64\,c_v)\overline{R}_{cil} \tag{5.4a}$$

$$f_{ck\,cub} = R_{min5\%} = (1 - 1{,}64\,c_v)\overline{R}_b \tag{5.4b}$$

în care: $\overline{R}_{cil}$, $\overline{R}_b$ reprezintă valoarea medie a rezistenței la compresiune pe cilindri, respectiv pe cuburi;

$t = 1{,}64$ pentru un număr de valori $n \geq 120$ și o probabilitate de 5%;

$c_v = 0{,}15$ pentru compresiune.

Corelația dintre rezistența la compresiune pe cuburi cu latura x, $f_{ck\,x}$ și rezistența cilindrică $f_{ck\,cil}$ se poate obține prin utilizarea unor factori de conversie. În tabelul 5.1 sunt dați acești factori de conversie, determinați printr-un număr mare de încercări experimentale [77].

Legătura dintre rezistențele caracteristice $f_{ck\,cil}$ și $f_{ck\,cub}$ se poate obține pe baza relației $f_{ck\,cil} = (0{,}87 - 0{,}002 f_{ck\,cub}) f_{ck\,cub}$.

Situația de ansamblu a definirii clasei de beton și a rezistențelor caracteristice conform celor două acte normative este prezentată în figura 5.2, iar corespondența orientativă este dată în tabelul 5.2.

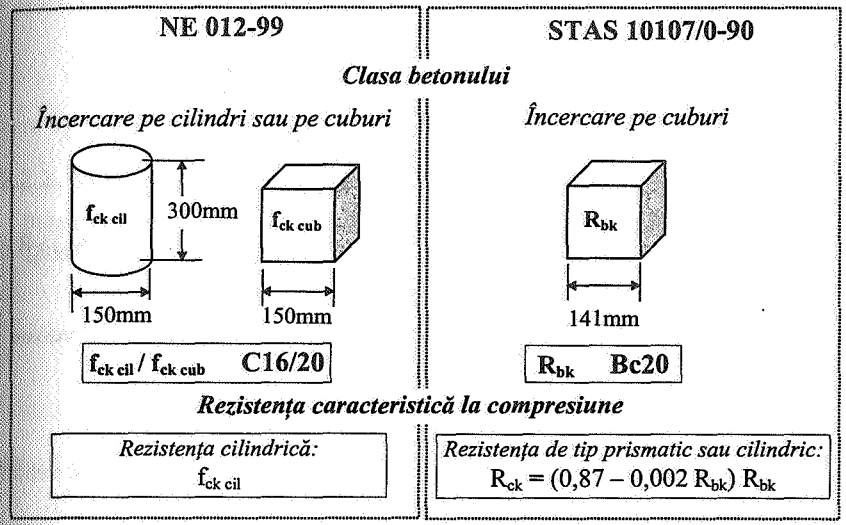


Fig. 5.2. Definirea clasei betonului și a rezistențelor de calcul

Tabelul 5.1. Factori de conversie a rezistențelor

Tipul epruvetei	Dimensiuni, mm	Intervalul de variație $f_{ck\,cil}/f_{ck\,x}$	Valoarea medie $f_{ck\,cil}/f_{ck\,x}$
Cub	100	0,70...0,90	0,80
	150	0,70...0,90	0,80
	200	0,75...0,90	0,83

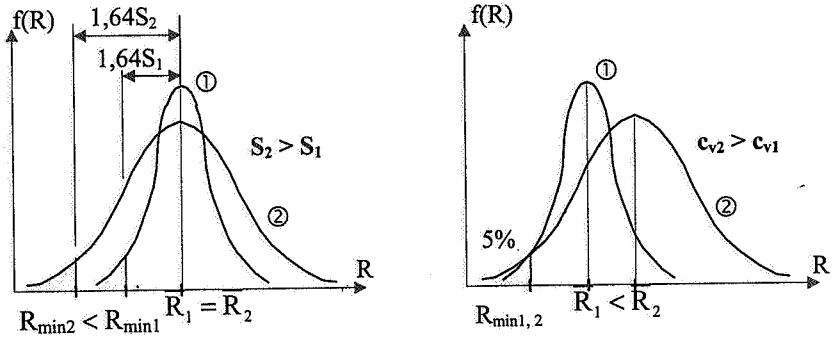
Tabelul 5.2. Corespondența orientativă între clasele de beton

NE 012-99	C8/10	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C28/35*
STAS 10107/0-90	Bc10	Bc15	Bc20	Bc25	Bc30	Bc35
NE 012-99	C30/37	C32/40*	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
STAS 10107/0-90	–	Bc40	–	Bc50	–	Bc60

Notă: Clasele C28/35 și C32/40 nu se regăsesc în normele europene EC2 și rămân valabile numai până la intrarea în vigoare a Romcodului CR2.

Definirea calității betonului prin clase înlocuiește clasificarea mai veche după mărci [3].

În lumina teoriei privind prelucrarea statistică a rezultatelor experimentale, prezentată la punctul 5.2.1, din figura 5.3a se observă că valoarea medie $\overline{R}_b$, care definea marca, nu poate da nici o indicație cu privire la împrăștierea rezultatelor. Variabilitatea rezistențelor este caracterizată de abaterea standard S; în condiții egale, cu cât abaterea standard S este mai mică, rezultatele sunt mai bune. Curbele de împrăștiere ① și ② din figura 5.3a au aceeași valoare medie a rezistenței la compresiune, împrăștierea fiind mai mică însă pentru curba ①. Deoarece $R_{min1} > R_{min2}$, betonul definit de curba ① are calitatea mai bună.



a) distribuții normale cu aceeași valoare medie $\overline{R}$

b) distribuții normale cu aceeași valoare minimă (caracteristică)

Fig. 5.3. Compararea distribuțiilor normale ale rezistențelor

Betoanele de aceeași clasă se pot obține practic pe două căi (fig. 5.3b) [47]:

- dacă gradul de omogenitatea este redus (c_v mare), rezistența medie a betonului trebuie să crească pentru a obține aceeași clasă (curba ②);
- dacă printr-o tehnologie corespunzătoare se asigură o omogenitate bună, adică c_v mic, se poate reduce rezistența medie $\overline{R}_b$, ceea ce permite scăderea consumului de materiale, deci a costului (curba ①).

În anexa 31 sunt prezentate criteriile de conformitate pentru verificarea realizării clasei de beton și cele referitoare la stabilirea gradului de omogenitate al betonului.

În anexa 1 se dau clasele minime de beton folosite pentru diferite tipuri de construcții, conform STAS 10107/0-90.

5.2.2.2. Rezistențele caracteristice ale betonului

Rezistența caracteristică la compresiune a betonului care stă la baza determinării rezistenței de calcul este chiar valoarea $f_{ck\,cil}$ (vezi figura 5.2), dacă determinările experimentale se fac pe cilindri.

[3] *Marca betonului* este bazată pe valoarea medie a rezistenței la compresiune pe cuburi, adică $\overline{R}_b$. Notarea mărcilor se face cu litera B, urmată de valoarea rezistenței medii $\overline{R}_b$, exprimată în daN/cm^2, de exemplu **B250**.

Dacă determinările sunt efectuate pe cuburi (STAS 10107/0-90), pentru a obține rezistența caracteristică corespunzătoare încercării pe cilindri, se utilizează relația de mai jos:

$$R_{ck} \cong f_{ck\,cil} = (0{,}87 - 0{,}002R_{bk})R_{bk}\text{, în N/mm}^2 \tag{5.5}$$

În continuare, rezistența caracteristică la compresiune se notează cu simbolul R_{ck}.

Rezistența caracteristică la întindere a betonului depinde de tipul de agregate folosite:

– pentru betonul obișnuit (cu agregate grele, naturale) se utilizează relația:

$$R_{tk} = 0{,}22\left(R_{ck}\right)^{2/3}\text{, în N/mm}^2 \tag{5.6a}$$

– pentru betonul cu agregate ușoare (betoane ușoare):

$$R_{tk,u} = R_{tk}\left(0{,}3 + \frac{0{,}7\delta_u}{2400}\right) \tag{5.6b}$$

în care δ_u este densitatea aparentă a betonului ușor, exprimată în kg/m^3.

5.2.2.3. Rezistențele de calcul ale betonului

Folosind pentru rezistențe simbolul R, rezistențele de calcul ale betonului la compresiune și la întindere se stabilesc cu relația 5.1 adaptată pentru beton:

$$R_c = m_{bc}R_c^* = m_{bc}\frac{R_{ck}}{\gamma_{bc}} \tag{5.7}$$

$$R_t = m_{bt}R_t^* = m_{bt}\frac{R_{tk}}{\gamma_{bt}} \tag{5.8}$$

unde: R_c, R_t sunt *rezistențele de calcul* ale betonului la compresiune și la întindere;

R_c^*, R_t^* – *valorile de bază ale rezistențelor de calcul*, date de relațiile:

$$R_c^* = \frac{R_{ck}}{\gamma_{bc}} \tag{5.9}$$

$$R_t^* = \frac{R_{tk}}{\gamma_{bt}} \tag{5.10}$$

m_{bc}, m_{bt} – coeficienții condițiilor de lucru ai betonului la compresiune și la întindere, care țin seama de o posibilă scădere a rezistențelor datorită influenței poziției de turnare, a condițiilor de solicitare care favorizează ruperea casantă, a dimensiunilor reduse ale elementelor; valorile coeficienților se dau în anexa 3;

γ_{bc}, γ_{bt} – coeficienții betonului la compresiune și la întindere, având valorile $\gamma_{bc} = 1{,}35$, respectiv $\gamma_{bt} = 1{,}5$; valoarea coeficientului parțial de siguranță la întindere este mai mare decât la compresiune, din cauza împrăștierii mai mari a valorilor rezistențelor la întindere.

Rezistențele caracteristice ale betonului R_{ck}, R_{tk} și valorile de bază ale rezistențelor de calcul R_c^*, R_t^* se dau în anexa 2, conform STAS 10107/0-90, în funcție de clasa și densitatea betonului.

Rezistența de calcul la oboseală a betonului (la compresiune) pentru elementele supuse la încărcări repetate se determină cu relația:

$$R_c^o = m_{bc} m'_{bc} R_c^* \qquad (5.11)$$

unde: m'_{bc} este coeficientul suplimentar al condițiilor de lucru al betonului la oboseală, determinat cu relația:

$$m'_{bc} = 0{,}6 + 0{,}5\rho_b \le 1{,}0 \qquad (5.12)$$

ρ_b – coeficientul de asimetrie al unui ciclu de încărcare – descărcare:

$$\rho_b = \sigma_{b\,min} / \sigma_{b\,max} \qquad (5.13)$$

$\sigma_{b\,min}, \sigma_{b\,max}$ – eforturile unitare de compresiune cu valoarea minimă și maximă, în fibra extremă, cea mai comprimată de beton, determinate în stadiul II, sub efectul încărcărilor de exploatare corespunzătoare verificării la starea limită de oboseală.

5.2.2.4. Alte caracteristici de calcul ale betonului

Diagrama $\sigma_b - \varepsilon_b$

Diagrama convențională de calcul admite, față de diagramele reale $\sigma_b - \varepsilon_b$ descrise la punctul 2.2.1, unele aproximații: pentru compresiune ramura descendentă a diagramei din figura 2.4 se înlocuiește cu un palier, iar pentru întindere, se consideră diagrama fără ramura descendentă din figura 2.7; pentru deformația specifică ultimă ε_{bu}, în mod curent nu se iau în considerare factorii care pot influența pozitiv valoarea ei (de exemplu, efectul confirmării prin armarea transversală).

Conform STAS 10107/0-90, pentru calculul elementelor din beton armat solicitate la încovoiere cu sau fără efort axial, se utilizează următoarele diagrame simplificate:

- pentru *zonele comprimate* ale elementelor din beton obișnuit, conform figurii 5.4a, diagrama idealizată cuprinde un arc de parabolă de gradul doi între punctele 0 și *A*, urmată de un segment de dreaptă între *A* și *B*, paralelă la axa ε_b și tangentă la parabolă în vârful ei, *A*; pentru elementele din beton ușor, se admite diagrama biliniară din figura 5.4b;
- pentru *zonele întinse*, parabola din figura 5.4c.

Valorile deformațiilor specifice de calcul se dau în figura 5.4.

Modulul de elasticitate longitudinal E_b, având aceeași valoare pentru betonul solicitat la compresiune și la întindere, este dat în anexa 4, în funcție de clasa de beton.

Modulul de elasticitate pentru betonul ușor se calculează cu relația:

$$E_{bu} = E_b (\delta_u / \delta)^2 \qquad (5.14)$$

în care δ_u, δ sunt densitățile aparente ale betonului ușor și betonului obișnuit.

Modulul de elasticitate transversal G_b se ia:

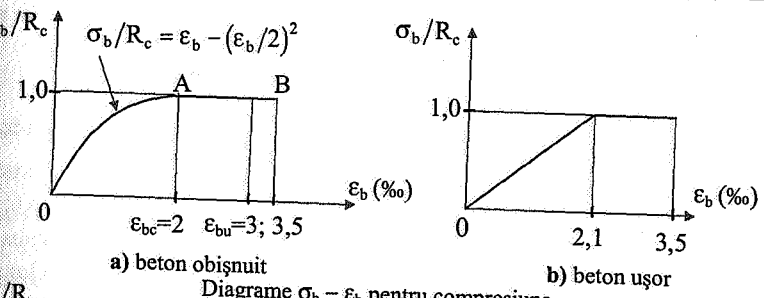
$$G_b = 0{,}4E_b, \text{ respectiv } G_{bu} = 0{,}4E_{bu} \qquad (5.15;\ 5.16)$$

Coeficientul de deformație transversală are valoarea: $\nu = 0{,}2$

Coeficientul de dilatație liniară termică α_t, în domeniul $-35°...+80°$, are valorile:

$\alpha_t = 1 \cdot 10^{-5}$ pentru betoane obișnuite;

$\alpha_t = 0{,}8 \cdot 10^{-5}$ pentru betoane ușoare.



Diagrame $\sigma_b - \varepsilon_b$ pentru compresiune

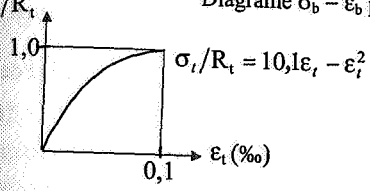


Diagrama $\sigma_t - \varepsilon_t$ pentru întindere

Deformații specifice ultime:

- pentru compresiune:
  - $\varepsilon_{bu} = 3{,}5$ ‰ – clasă < C28/35
  - $\varepsilon_{bu} = 3{,}0$ ‰ – clasă ≥ C28/35
- pentru întindere:
  - $\varepsilon_{tu} = 0{,}1$ ‰

Fig. 5.4. Diagrame de calcul $\sigma_b - \varepsilon_b$ pentru beton

Deformația specifică de durată a betonului

Deformația specifică totală a betonului ε_{bt}, după consumarea în timp a deformațiilor din contracție și din curgere lentă, se determină cu relația:

$$\varepsilon_{bt} = \varepsilon_{b0} + \varepsilon_{bd}$$

în care: ε_{b0} este deformația specifică inițială, calculată cu modulul de elasticitate longitudinal;

ε_{bd} – fracțiunea de lungă durată a deformației specifice.

Cele două fenomene de durată, contracția și curgerea lentă, se influențează reciproc, astfel încât deformația totală de durată este mai mică decât suma celor două deformații.

Deformația de durată ε_{bd} (‰), datorită contracției și curgerii lente se poate determina simplificat conform STAS 10107/0-90, anexa E:

$$\varepsilon_{bd} = \overline{\varphi}\, \varepsilon_{b0} \ge \overline{\varepsilon}_c \qquad (5.17)$$

Semnificația acestui procedeu de calcul este următoarea: dacă deformațiile specifice produse de încărcările de durată (deformațiile de curgere lentă) au valori reduse, se ia în considerare numai valoarea maximă de calcul a deformației specifice din contracție $\overline{\varepsilon}_c$; în cazul în care deformațiile de curgere lentă depășesc deformația specifică maximă de contracție, se consideră valoarea cumulată a acestor deformații, calculată pe baza valorii maxime de calcul a caracteristicii deformației în timp, $\overline{\varphi}$.

Valoarea maximă a caracteristicii deformației de durată a betonului arată de câte ori crește deformația specifică sub efectul încărcărilor de lungă durată (pentru $t = \infty$), față de deformația specifică elastică inițială ε_{b0} și se determină cu relația:

$$\overline{\varphi} = k_1 k_2 k_3 \varphi_0 \qquad (5.18)$$

Valoarea maximă de calcul a deformației specifice datorită contracției rezultă din relația:

$$\bar{\varepsilon}_c = k_3 k_4 k_c \varepsilon_c \qquad (5.19)$$

În relațiile (5.18) și (5.19), se utilizează următoarele valori de calcul:

φ_0 – valoarea de bază a caracteristicii deformației de durată, dată în anexa 5; pentru elementele din beton ușor, $\varphi_{0,u} = \varphi_0 (E_{bu}/E_b)$;

ε_c – valoarea de bază a deformației specifice datorată contracției, dată în anexa 6;

k – coeficienți care exprimă influența vârstei betonului (k_1), a mărimii efortului unitar maxim de compresiune σ_b (k_2), a umidității relative a mediului (k_3), a dimensiunilor absolute ale secțiunii elementelor (k_4) și a modului de realizare ($k_c = 1$ pentru betonul armat).

Valorile coeficienților k se dau în anexa 7.

În cazurile în care este necesară o apreciere mai exactă a deformației specifice de durată a betonului, procedeul de calcul detaliat este dat în STAS 10107/0-90, anexa F.

5.2.3. Oțelul pentru armăturile betonului armat

Tipurile de oțel fabricate la noi în țară pentru betonul armat sunt barele laminate la cald PC60, PC52, OB37 și sârmele trefilate STNB, SPPB, prezentate în capitolul 3. Caracteristicile mecanice ale oțelului (rezistența la rupere, limita de curgere, alungirea la rupere etc.) sunt cele date în standardele de produs [36], [37], [38].

5.2.3.1. Rezistențele oțelului

Rezistența caracteristică a oțelului pentru armăturile betonului armat R_{ak} este valoarea minimă prevăzută în standardele de produs pentru limita de curgere; pentru diferite tipuri de oțel, detalii sunt prezentate la punctul 3.5. Astfel:

- pentru oțelul fără palier de curgere, se ia în considerare limita convențională de curgere $R_{0,2}$, corespunzătoare unei alungiri neproporționale de 0,2%;
- pentru oțelul cu palier de curgere, se ia în considerare limita de elasticitate R_e (denumită și limită de curgere naturală σ_c).

Rezistența caracteristică definită mai sus corespunde unei probabilități mai scăzute, de circa 2,3%, ca efortul de curgere să fie mai mic decât limita indicată. Această asigurare mai mare decât pentru rezistențele oțelului se adoptă din necesitatea de a acoperi efectul mai defavorabil al variabilității dimensiunilor geometrice ale armăturilor asupra rezistenței [47]. Corelația dintre R_{ak} și valoarea medie $\bar{R}_a$ poate fi redată de relația (5.3):

$$R_{ak} = (1 - 2\, c_v)\, \bar{R}_a$$

Rezistența de calcul a armăturilor se determină conform relației (5.1), scrisă pentru oțel:

$$R_a = m_a R_a^* = m_a \frac{R_{ak}}{\gamma_a} \qquad (5.20)$$

unde: R_a este rezistența de calcul a armăturilor pentru betonul armat;

R_a^* – valoarea de bază a rezistenței de calcul, determinată cu relația:

$$R_a^* = \frac{R_{ak}}{\gamma_a} \qquad (5.21)$$

m_a – coeficientul condițiilor de lucru al armăturilor;

γ_a – coeficientul parțial de siguranță al armăturii: γ_a = 1,15 pentru armăturile din oțel PC60, PC52 și OB37 și γ_a = 1,2 pentru armăturile din STNB și SPPB.

În mod curent, $m_a = 1{,}0$ deci $R_a^* = R_a$, cu excepția calculului la starea limită de oboseală, caz în care $m_a = m_a^o m_a^s$.

Rezistențele caracteristice și de calcul R_{ak} și R_a^* se stabilesc conform STAS 10107/0-90 și SR 438-4:1998. Valorile în funcție de tipul oțelului se dau în anexa 8.

Rezistența de calcul la oboseală a armăturii, pentru elementele care se verifică la starea limită de oboseală, se determină cu relația:

$$R_a^o = m_a^o m_a^s R_a^* \qquad (5.22)$$

unde: m_a^o este coeficientul de reducere a rezistențelor de calcul sub efectul solicitării repetate;

m_a^s – coeficientul care ține seama de reducerea rezistențelor armăturii datorită înnădirilor prin sudură.

Coeficienții m_a^o și m_a^s se dau în anexele 8 și 9, în funcție de tipul oțelului și de coeficientul de asimetrie ρ_a pentru armătura care se verifică:

$$\rho_a = \sigma_{a\,min} / \sigma_{a\,max} \qquad (5.23)$$

în care $\sigma_{a\,min}, \sigma_{a\,max}$ reprezintă efortul unitar minim, respectiv maxim, din armătura considerată.

Criteriile de performanță pentru oțelul autohton sau cel de import, folosit ca armătură în betonul armat, sunt prezentate în capitolul 3, punctul 3.3.

5.2.3.2. Alte caracteristici de calcul ale oțelului

Modulul de elasticitate al armăturilor are următoarele valori:

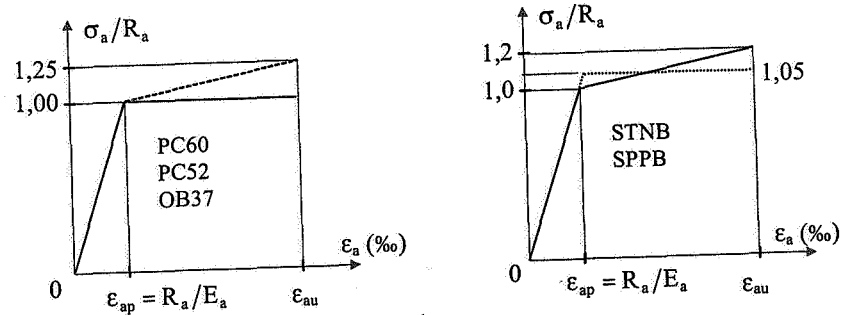
E_a = 210000 N/mm^2 pentru oțel PC 60, PC 52 și OB 37;

E_a = 200000 N/mm^2 pentru STNB și SPPB.

Diagrama $\sigma_a - \varepsilon_a$

Conform STAS 10107/0-90, diagramele convenționale de calcul utilizate sunt prezentate în figura 5.5:

- pentru *oțelul laminat la cald* (PC60, PC52, OB37), diagrama biliniară cu palier din figura 5.5a; în cazul elementelor participante la structuri cu protecție seismică, în zonele în care armăturile pot avea deformații mari și când acest lucru este defavorabil pentru calculul în restul zonelor, se admite o diagramă biliniară cu consolidare (fig. 5.5a, linia punctată), deci atingerea unei rezistențe de calcul de $1{,}25R_a$;
- pentru *sârme* (STNB, SPPB), diagrama biliniară cu consolidare din figura 5.5b; în calculul de rezistență simplificat se utilizează diagrama biliniară echivalentă punctată cu $\sigma_a = 1{,}05R_a$.



ε_{au} = 50 ‰ – gruparea specială de încărcări
ε_{au} = 10 ‰ – gruparea fundamentală
a)

ε_{au} = 15 ‰
b)

Fig. 5.5. Diagrame de calcul $\sigma_a - \varepsilon_a$ pentru oțel

5.3. ACȚIUNI ÎN CONSTRUCȚII

Se consideră acțiune orice cauză care poate produce o stare de eforturi într-un element structural.

Acțiunile se modelează în calcule prin:
- încărcări, reprezentate prin diferite sisteme de forțe (acțiuni directe);
- deformații sau deplasări impuse, cum ar fi cele produse de variațiile de temperatură, de contracție și curgere lentă, de tasările de reazeme, de precomprimarea betonului (acțiuni indirecte).

Parametrii care caracterizează acțiunile sunt: intensitatea, amplitudinea, modul și direcția de aplicare, frecvența de apariție și durata de acțiune.

Principalul criteriu de apreciere a modului de manifestare al acțiunilor este frecvența de apariție a intensității maxime. În STAS 10101/0A-75 clasificarea acțiunilor se face în categoriile date în tabelul 5.3.

Parametrul cantitativ care intervine cel mai frecvent în calcule este intensitatea acțiunilor.

Conform principiilor de bază ale metodei de calcul la stări limită, se utilizează noțiunile de intensități normate (caracteristice) și intensități de calcul.

Intensitățile normate sau caracteristice ale acțiunilor (*în cazul în care se poate face o prelucrare statistică a unui număr mare da date*) reprezintă valori de referință, stabilite în standardele de specialitate, cu considerarea variabilității statistice pentru unele tipuri de acțiuni (seria STAS 10101/0...). Intensitățile normate ale acțiunilor care pot fi determinate pe bază de prelucrare statistică reprezintă în general valori maxime, cu o anumită probabilitate exprimată în procente, de a fi depășite într-o anumită perioadă de timp.

Principial, se are în vedere relația:

$$q^n = q_{max\%} = (1 + t\,c_v)\overline{q}$$

Pentru acțiunile care nu pot fi analizate statistic, standardele stabilesc intensitățile normate care urmează a fi folosite în calcule. De asemenea, este posibil ca intensitatea normată să fie precizată prin tema de proiectare.

Tabelul 5.3. Clasificarea încărcărilor

Categorii de acțiuni	Simb.	Mod de acțiune:	Exemple
Permanente	*P*	– continuu, cu intensitate practic constantă în timp	– greutatea elementelor structurale și nestructurale de închidere, finisaj, izolații – efortul de precomprimare – greutatea și presiunea pământului
Temporare:	*T*	– intermitent, sau cu o intensitate variabilă în timp:	
– Cvasi-permanente	*C*	– cu intensități ridicate pe durate lungi, sau în mod frecvent	– greutatea elementelor nestructurale cu poziție variabilă – contracția betonului – încărcări din depozite, arhive
– Variabile	*V*	– pot lipsi pe intervale lungi de timp, sau au intensitatea variabilă	– încărcările climatice: zăpadă, vânt – greutatea utilajului specific exploatării – greutatea mobilierului, a oamenilor
Excepționale	*E*	– intervin foarte rar, cu intensitate mare	– seism – vânt în regim de rezonanță – șocuri din explozii

Intensitățile de calcul se obțin prin înmulțirea valorilor normate cu coeficienții acțiunilor, n_i sau γ_i, prin care se ține seama de abaterile posibile în sens defavorabil față de valorile normate, datorită variabilității statistice a acțiunilor. Coeficienții n_i, pentru fiecare acțiune în parte, se stabilesc pentru verificările la diferite stări limită conform standardelor și normelor de specialitate. Intensitățile de calcul pot fi:
- *intensități limită sau ultime*, pentru verificările la stările limită ultime de rezistență și stabilitate, conform relației (5.24) din tabelul 5.4;
- *intensități reduse*, pentru verificările la stările limită în care se consideră acțiuni de durată, acțiuni repetate care produc oboseala și verificările la grupările speciale – relațiile (5.25...5.28) din tabelul 5.4.

În cadrul unor stări limită, pentru intensitățile de calcul se utilizează și *fracțiunea de lungă durată a acțiunilor*. Acțiunile cvasi-permanente se consideră în întregime de lungă durată, ca și cele permanente. Pentru acțiunile variabile, se admite că o parte din acestea, obținute prin multiplicare cu coeficientul $n^d \le 1{,}0$, pot fi aplicate timp îndelungat, restul acțiunii considerându-se de *scurtă durată*.

În consecință, fracțiunea de lungă durată a acțiunilor se obține din relația:

$$P^n + C^n + n^d V^n$$

Pentru determinarea celor mai defavorabile solicitări posibile în orice secțiune de calcul a elementelor structurale, efectul acțiunilor se cumulează în cadrul unor grupări.

Prin *gruparea acțiunilor* se ține seama de posibilitatea apariției simultane, cu efect defavorabil, a diferitelor acțiuni considerate cu valoarea lor de calcul (ultimă sau redusă), având în vedere specificul stării limită la care se face verificarea.

În tabelul 5.4 se prezintă cele două categorii de grupări ale acțiunilor, utilizate în determinarea celor mai defavorabile efecte ale acestora: grupările fundamentale și grupările speciale.

În *grupările fundamentale* **GF** se consideră:
- acțiunile permanente;
- acțiunile temporare (cvasi-permanente și variabile), a căror prezență simultană este practic posibilă.

În *grupările speciale* **GS** se consideră:
- acțiunile permanente;
- acțiunile temporare (cvasi-permanente și variabile), a căror prezență în momentul apariției unei acțiuni excepționale este posibilă; dacă acțiunea excepțională este seismul, dintre acțiunile temporare se iau în considerare numai cele gravitaționale;
- o acțiune excepțională.

Intensitățile de calcul ale acțiunilor, în grupările fundamentale și speciale se determină cu relațiile (5.24...5.28) din tabelul 5.4. Pentru simplificarea formei relațiilor, în situațiile în care coeficienții încărcărilor n_i au valoarea unitară, nu s-au mai scris în tabelul 5.4.

Tabelul 5.4. Gruparea încărcărilor pentru verificarea la diferite stări limită

Starea limită la care se face verificarea:		Gruparea de încărcări	Relația
Gruparea fundamentală de încărcări – **GF**			
SLU	rezistență și de stabilitate	$\sum_i n_i P_i^n + \sum_i n_i C_i^n + \sum_i n_{gi} n_i V_i^n$	(5.24)
	oboseală	$\sum_i P_i^n + \sum_i C_i^n + \sum_i n_i^d V'^n_i + V_{ob}^n$	(5.25)
SLEN	verificări sub efectul încărcărilor totale de exploatare[4]	$\sum_i P_i^n + \sum_i C_i^n + n_g \sum_i V_i^n$	(5.26)
	verificări sub efectul fracțiunilor de lungă durată	$\sum_i P_i^n + \sum_i C_i^n + \sum_i n_i^d V_i^n$	(5.27)
Gruparea specială de încărcări – **GS**			
SLU	rezistență și stabilitate	$\sum_i P_i^n + \sum_i C_i^n + \sum_i n_i^d V_i^n + E^n$	(5.28)

[4] Coeficientul de grupare n_g este 1,0 în cazul unei singure variabile și 0,9 în cazul a două variabile; sub efectul încărcărilor totale de exploatare se consideră cel mult două încărcări variabile, chiar dacă este posibilă acțiunea simultană a mai mult de două încărcări variabile.

În relația (5.25), V'^n_i sunt încărcările variabile care nu produc oboseală; V_{ob}^n este acțiunea care produce oboseală, fiind obținută prin amplificare cu coeficienți dinamici.

În relația (5.24), pentru cazul în care se utilizează mijloace de calcul automatizate, prin coeficienții de grupare n_{gi} se ține cont de probabilitatea redusă de acțiune simultană a mai multor încărcări variabile la intensitatea lor maximă [16]. Coeficienții n_{gi} au următoarele valori:

a) 1,0 pentru încărcarea variabilă cea mai importantă din punct de vedere al verificării efectuate;
b) 0,8 pentru următoarele două încărcări variabile, luate în considerare în ordinea importanței;
c) 0,6 pentru celelalte încărcări variabile.

Acțiunile variabile de pe planșeele clădirilor etajate, în verificările la stările limită de rezistență și stabilitate, în situațiile în care este improbabil ca acestea să acționeze cu intensitate maximă, pot fi considerate cu valori reduse, prin multiplicare cu *coeficienții de simultaneitate* care se stabilesc în funcție de suprafața aferentă (grinzi) și numărul de niveluri (stâlpi) [30].

Eforturile secționale produse de acțiunile grupate conform relațiilor (5.25...5.27), sunt denumite în mod obișnuit *eforturi de exploatare* (M^E, N^E, Q^E, M_t^E).

Alte reguli privind alcătuirea grupărilor de încărcări sunt date în STAS 10101/0A-77.

5.4. STĂRILE LIMITĂ ALE BETONULUI ARMAT

5.4.1. Stările limită ultime, SLU

5.4.1.1. Starea limită de rezistență

Starea limită de rezistență corespunde situației în care se produce ruperea elementelor în secțiuni normale, înclinate sau paralele cu axa lor.

Relația generală de verificare este:

$$S_{max} \le R_{min} \tag{5.29}$$

unde: S_{max} este efortul secțional maxim (solicitarea maximă), determinat în secțiunea de verificare sub efectul acțiunilor de calcul, în gruparea cea mai defavorabilă, conform relațiilor (5.24) și (5.28) din tabelul 5.4;

R_{min} – efortul secțional capabil minim (capacitatea portantă minimă) al secțiunii verificate, determinat conform capitolului 6...8 pe baza valorilor de calcul ale rezistențelor, considerând o stare de eforturi corespunzătoare stadiului ultim.

Din punctul de vedere al variabilității rezistențelor materialelor și acțiunilor, *siguranța globală* al unui element de rezistență se poate reprezenta grafic prin poziția relativă ale curbelor de distribuție ale rezistențelor R și ale încărcărilor S (fig. 5.6), situație ce exprimă relația (5.29).

Verificarea cu relația (5.29) este obligatorie pentru toate elementele de rezistență din beton (simplu, armat sau precomprimat), pentru toate secțiunile unui element, respectiv pentru toate elementele componente ale unei structuri, pentru evitarea ruperilor locale sau generalizate.

Calculul la starea limită de rezistență conduce la *determinarea dimensiunilor secțiunilor de beton și a cantității de armătură*, prin satisfacerea condiției (5.29).

În cazul elementelor cu o stare de solicitare complexă, verificarea relației (5.29) se referă la fiecare efort secțional în parte:

– încovoiere cu tăiere:

$$M \le M_{cap};\ Q \le Q_{cap}$$

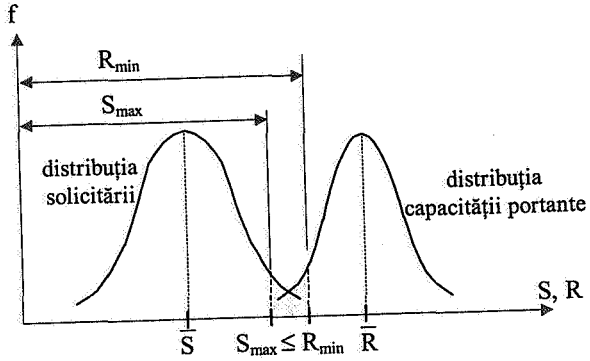


Fig. 5.6. Siguranţa la starea limită de rezistenţă

– întindere sau compresiune cu încovoiere:

$M \le M_{cap}^{`}$ pentru $\pm N$ cunoscut (cazul mai frecvent), $Q \le Q_{cap}$

– încovoiere cu torsiune:

$M \le M_{cap}$; $Q \le Q_{cap}$; $M_t \le M_{t\,cap}$

– străpungere, în cazul plăcilor rezemate direct pe stâlpi:

$Q \le Q_{cap}$

– lunecare între două elemente din beton turnate în etape diferite, sau din materiale diferite:

$L \le L_{cap}$

5.4.1.2. Starea limită de stabilitate a formei sau poziţiei

Starea limită de stabilitate a formei ia în considerare posibilitatea ca pentru elementele zvelte, supuse la compresiune cu încovoiere, efectele de ordinul II să conducă la creşterea solicitării exterioare.

În cazul plăcilor curbe subţiri, la care se poate produce pierderea stabilităţii formei, de regulă efectele de ordinul II se pot lua în considerare în mod simplificat, prin reducerea suplimentară a rezistenţei de calcul a betonului.

În cazul elementelor liniare, de exemplu al stâlpilor, efectele de ordinul II se pot exprima prin diferenţa dintre momentul încovoietor rezultat din calculul de ordinul II şi cel rezultat din calculul de ordinul I.

Pentru aceste elemente, secţiunea transversală şi alcătuirea de ansamblu se aleg astfel, încât majorarea momentelor încovoietoare datorită efectelor de ordinul II să nu depăşească 50%, adică să fie satisfăcută condiţia:

$$\eta = \frac{M_{II}}{M_I} \le 1{,}5 \qquad (5.30)$$

în care: $M_I = M$ este momentul încovoietor de ordinul I, determinat pe stâlpul nedeformat;

M_{II} – momentul încovoietor de ordinul II, determinat pe stâlpul deformat.

Efectele de ordinul II se iau în considerare conform punctului 6.3. În cazul unui efect moderat de ordinul II ($\eta \le 1{,}2$), calculul de stabilitate a elementelor liniare poate fi înlocuit simplificat cu un calcul la starea limită de rezistenţă; starea limită la care se face verificarea în acest caz se numeşte *stare limită de rezistenţă şi stabilitate.*

Starea limită de stabilitate a poziţiei este o verificare necesară în unele situaţii particulare, în care structuri întregi, sau unele componente structurale prefabricate, sunt solicitate de sisteme de forţe astfel, încât se poate produce răsturnarea sau lunecarea lor.

Structurile se consideră corpuri rigide şi trebuie să satisfacă relaţia de verificare:

$$M_{rc} \le m_s M_{sl} \qquad (5.31)$$

unde: M_{rc} este momentul de răsturnare convenţional;

M_{sl} – momentul de stabilitate limită;

m_s – coeficientul condiţiilor de lucru al structurii.

5.4.1.3. Starea limită de oboseală

Starea limită de oboseală se verifică pentru elementele structurale supuse la acţiuni dinamice ciclice, care produc fenomenul de oboseală în beton şi în armături.

Verificarea la oboseală sub efectul acţiunilor grupate conform relaţiei (5.25) din tabelul 5.4, constă în respectarea condiţiilor de mai jos:

$$\sigma_b \le R_c^o\,;\ \sigma_a \le R_a^o \qquad (5.32;\ 5.33)$$

unde: σ_b, σ_a sunt eforturile unitare normale maxime în beton şi în armătură, determinate în stadiul II;

R_c^o, R_a^o – rezistenţele de calcul la oboseală ale betonului şi armăturii, determinate cu relaţiile (5.11) şi (5.22).

La nivelul axei neutre, eforturile unitare principale de întindere σ_1 trebuie să fie preluate de beton şi de armătură, utilizând pentru acestea rezistenţele corespunzătoare la oboseală.

5.4.2. Stările limită ale exploatării normale, SLEN

5.4.2.1. Starea limită de deschidere a fisurilor

Betonul lucrează în stadiul de exploatare cu zona întinsă fisurată, acest fenomen fiind inevitabil; fisurile se produc aproximativ perpendicular pe direcţia eforturilor unitare principale de întindere, orientarea lor depinzând de tipul de solicitare, iar deschiderea lor, de mărimea încărcărilor.

Fisurarea nu afectează în general buna funcţionare sau durabilitatea, cât timp deschiderile fisurilor nu depăşesc anumite limite şi mediul nu este agresiv; asupra deschiderii fisurilor, respectiv asupra distanţei dintre fisuri se poate acţiona prin modul de armare.

În scopul asigurării protecţiei armăturii împotriva coroziunii, al îmbunătăţirii etanşeităţii betonului aflat în contact cu lichide, al menţinerii unui aspect corespunzător, deschiderea admisă pentru fisuri se stabileşte conform STAS 10107/0-90 sau în alte prescripţii speciale.

Condiţia de verificare sub efectul acţiunilor de exploatare, grupate conform relaţiei (5.26) din tabelul 5.4, se scrie sub forma:

$$\alpha_f \leq \alpha_{f\,adm} \tag{5.34}$$

unde: α_f este deschiderea medie a fisurilor normale sau înclinate, calculate în stadiul II de exploatare;

$\alpha_{f\,adm}$ – valoarea admisă, prescrisă, a fisurilor în funcţie de mediul de expunere şi de solicitarea elementului, dată în capitolul 11 sau în prescripţii speciale.

5.4.2.2. Starea limită de deformaţie

Deformaţiile prea mari ale elementelor structurale pot cauza avarii în elementele nestructurale, pot provoca dereglări în funcţionarea corespunzătoare a unor utilaje sau pot produce senzaţii de disconfort.

Verificarea se face punând condiţia ca, sub efectul grupării încărcărilor conform relaţiei (5.26) şi (5.27), în funcţie de condiţiile specifice prezentate în capitolul 12, săgeata totală sau o fracţiune a săgeţii să nu depăşească valorile admise. Condiţia se poate exprima prin relaţiile:

$$f_{max} \leq f_{adm} \text{ sau } \Delta f_{max} \leq \Delta f_{adm} \tag{5.35 a,b}$$

unde: $f_{max}, \Delta f_{max}$ reprezintă săgeata maximă totală sau o fracţiune din ea;

f_{adm} sau Δf_{adm} – valoarea admisă, prescrisă în norme, în funcţie de tipul elementului structural.

* * *

Pe lângă condiţiile de rezistenţă şi exploatare, un aspect foarte important, care nu este cuprins într-o stare limită anume conform normelor româneşti este *durabilitatea* betonului armat (pct. 4.5). Deşi verificarea durabilităţii nu se face explicit, multe din prescripţii (alegerea clasei betonului, acoperirea cu beton a armăturilor, procentele minime, obligatorii, de armare, distanţele dintre armături etc.) corespund de fapt unor cerinţe de durabilitate.

Rezistenţa la foc este un alt criteriu de performanţă impus construcţiilor. Se remarcă faptul că durabilitatea la foc, reprezentată prin eliminarea pericolului prăbuşirii elementelor sau a unor degradări severe ale rezistenţei, se asigură în general prin acelaşi gen de măsuri ca cele menţionate anterior.

Stadionul Kanteerava din Bangalore, India

6

CALCULUL ÎN SECŢIUNI NORMALE

Momentele încovoietoare M_x şi M_y, care acţionează într-o secţiune transversală a unui element aparţinând unei structuri spaţiale, sunt în majoritatea cazurilor însoţite de o forţă axială de compresiune sau de întindere N. Comportamentul secţiunii în diferite stadii de lucru, cu precădere în cel de rupere, depinde în mod substanţial de interdependenţa ce există între eforturile M_x, M_y şi N. Această legătură este redată de suprafaţa limită de interacţiune $M_x - M_y - N$ (fig. 6.4), care devine o curbă dacă unul din cele trei eforturi secţionale lipseşte (fig. 6.5).

Stâlpii cadrelor sau pereţii structurali sunt cazurile reprezentative ale elementelor supuse la încovoiere cu forţă axială de compresiune, în timp ce cazurile mai frecvente ale elementelor supuse la încovoiere cu forţă axială de întindere sunt cele ale tiranţilor şi pereţilor rezervoarelor supraterane.

În mod convenţional, perechea M - N poate fi înlocuită cu o forţă excentrică N, plasată la distanţa $e_0 = M/N$ faţă de centrul de greutate al secţiunii, distanţă denumită excentricitate (fig. 6.1). Având în vedere schema din această figură, cazul încovoierii cu forţă axială se mai numeşte şi solicitare excentrică (compresiune sau întindere excentrică).

Atunci când în secţiunile monosimetrice ale stâlpilor există momente încovoietoare după cele două axe principale ale secţiunii M_x şi M_y, starea de solicitare creată este de compresiune excentrică oblică.

Zona întinsă a elementelor se armează cu o cantitate corespunzătoare de armătură întinsă A_a, deoarece betonul nu este capabil să preia întinderile produse de eforturile secţionale induse de încărcările ce acţionează pe element. Pe lângă armătura din zona întinsă A_a se foloseşte şi armătură în zona comprimată A'_a (fig. 6.1c), având în vedere o serie de motive, cum ar fi: posibila alternanţă a momentelor încovoietoare, necesitatea sporirii capacităţii portante a zonei comprimate, ductilizarea secţiunilor/elementelor în cazul acţiunilor seismice

etc. Dubla armare poate fi nesimetrică ($A_a \neq A'_a$) sau simetrică ($A_a = A'_a$). De asemenea, armătura poate fi dispusă şi pe conturul secţiunii, nu numai în vecinătatea fibrelor cu deformaţii specifice extreme. Astfel de cazuri se întâlnesc la stâlpii cu secţiune dreptunghiulară supuşi la compresiune excentrică oblică (fig. 6.1d), la elementele cu secţiune circulară (fig. 6.1e) sau inelară (fig. 6.1f).

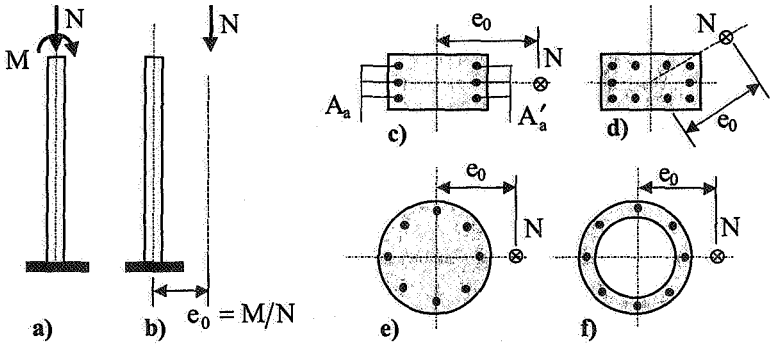


Fig. 6.1. Încovoierea cu forţă axială sau solicitarea excentrică

Deoarece elementele structurale prezintă imperfecţiuni de execuţie şi pentru că secţiunile transversale nu sunt omogene, se produc modificări ale mărimii eforturilor secţionale determinate în raport cu axele teoretice ale structurii. Aceste efecte se introduc în calcul prin intermediul unei excentricităţi adiţionale e_a, aleasă în aşa fel încât să conducă la creşterea valorii momentului încovoietor şi care în cazul elementelor comprimate este:

$$e_a = h/30, \text{ dar minim } 20 \text{ mm} \qquad (6.1)$$

unde h este dimensiunea secţiunii paralelă cu planul încovoierii.

În cazul elementelor întinse, rigiditatea acestora este redusă din cauza fisurării pronunţate şi din acest motiv influenţa imperfecţiunilor de execuţie şi a neomogenităţilor secţiunii este nesemnificativă, de aceea excentricitatea adiţională nu este luată în considerare ($e_a = 0$).

Elementele supuse la încovoiere cu forţă axială de compresiune suferă şi deformaţii de ordinul II, care depind de zvelteţea acestora, rezultând o creştere a eforturilor obţinute din calculul static de ordinul I. Influenţa efectelor de ordinul II se resimte asupra momentelor încovoietoare din stâlpii cadrelor, dar şi asupra momentelor încovoietoare din rigle, (echilibrul nodului). Luarea în considerare a influenţei zvelteţii se poate face prin calcul static de ordinul II sau în mod aproximativ, în anumite condiţii, conform punctului 6.3.

Dimensionarea sau verificarea secţiunii la starea limită de rezistenţă se face în stadiul III de rupere în gruparea fundamentală a acţiunilor, conform relaţiei (5.24) din tabelul 5.4, cu luarea în considerare a intensităţilor de calcul ultime, iar atunci când este cazul şi în gruparea specială, conform relaţiei (5.28) din tabelul 5.4, luând în considerare intensităţile normate de lungă durată ale acţiunilor.

Structurile cu protecţie seismică de tipul cadrelor, respectiv al pereţilor structurali din beton armat prezintă unele particularităţi de calcul decurgând din comportarea lor reală la acţiunea seismului.

În cazul cadrelor din beton armat, eforturile obţinute din gruparea specială a acţiunilor se corectează conform Codului de proiectare pentru structuri în cadre din beton armat [18].

Se acceptă dezvoltarea unui mecanism de disipare a energiei induse de seism, caracterizat prin formarea unor articulaţii plastice în rigle şi asigurarea unei comportări elastice a stâlpilor. În acest scop, momentele încovoietoare în stâlpi, obţinute din gruparea specială, se corectează conform relaţiei:

$$M_c = k_M \beta M_s \leq M_s / \psi \qquad (6.2)$$

unde: k_M este un coeficient care ţinea seama de abaterile de la distribuţia considerată în calcul a încărcărilor orizontale seismice şi a momentelor încovoietoare, precum şi de efectul modurilor superioare de oscilaţie pe structura plastificată; $k_M = 1{,}4$ pentru structurile amplasate în zonele seismice A...C, respectiv $k_M = 1{,}2$ în cazul zonele seismice D şi F; $k_M = 1{,}0$ pentru secţiunile de încastrare şi de la ultimul nivel al stâlpului;

β – raportul dintre suma momentelor capabile ale tuturor riglelor de la nivelul considerat, determinate pentru acelaşi sens de rotaţie (fig. 7.4b) şi suma algebrică a momentelor încovoietoare corespunzătoare din gruparea specială, pe rigle; semnele acestor momente încovoietoare se stabilesc în funcţie de sensul de rotaţie pe nod;

M_s – momentul încovoietor în stâlp în grupările speciale a acţiunilor;

ψ – coeficientul de reducere a efectelor acţiunii seismice, conform P100 [19].

În urma plastificării secţiunilor de la capetele grinzilor, reacţiunile transmise de acestea la stâlpi sunt reprezentate de forţele tăietoare asociate Q_{as} calculate pe baza schemei din figura 7.4b, de aceea forţa axială în stâlpi rezultă ca o însumare a acestor forţe tăietoare asociate.

De asemenea, având la bază acelaşi mecanism de plastificare, forţa tăietoare pe stâlpi se corectează conform punctului 7.2, relaţia (7.30).

Modul de aplicare a principiilor din Codul de proiectare pentru structuri în cadre din beton armat [18] este ilustrat în exemplul de calcul al unui cadru monolit etajat de beton armat, prezentat în capitolul 13.

Pentru evaluarea solicitărilor de dimensionare a pereţilor structurali din beton armat se au în vedere prevederile Codului pentru proiectarea construcţiilor cu pereţi structurali din beton armat [22].

6.1. STAREA DE DEFORMAŢII

Cedarea unei secţiuni supuse la încovoiere cu forţă axială este ilustrată de diagrama deformaţiilor specifice pe înălţimea secţiunii transversale, care trebuie să treacă în mod obligatoriu prin unul din cele trei puncte A, B sau C reprezentate în figura 6.2 - *regula celor trei pivoţi* [1], [7], [10], [47]. Din punct de vedere grafic, pivoţii reprezintă punctele definite prin deformaţiile specifice limită ale betonului şi armăturii. Se disting trei domenii, în funcţie de modul cum se poate produce cedarea secţiunii.

DOMENIUL 1 - pivot A

Acest domeniu este caracterizat de cedarea prin deformaţii excesive a celei mai întinse armături A_a, în care s-a atins deformaţia specifică ultimă ε_{au}. Efortul unitar de calcul în această armătură este $\sigma_a = R_a$. Dreapta A-A' reprezintă întinderea centrică. Existenţa unui moment încovoietor produce rotirea secţiunii în jurul pivotului A. **Subdomeniul 1a** reprezintă întinderea centrică sau cea excentrică cu mică excentricitate. Secţiunea este fisurată în întregime, axa

neutră fiind plasată în afara acesteia. Creşterea momentului încovoietor conduce la **subdomeniul 1b**, care reprezintă întinderea excentrică cu excentricitate mare, sau încovoierea în cazul elementelor cu procente reduse de armare. Deoarece axa neutră este plasată în secţiune, există beton activ, comprimat, care eventual poate ajunge la limita capacităţii portante numai în situaţia limită când secţiunea deformată se suprapune peste linia *AB*.

DOMENIUL 2 - pivot B

Acest domeniu este caracterizat prin zdrobirea betonului comprimat ($\varepsilon_{bu} = 3{,}5$ ‰). Secţiunea se roteşte în jurul pivotului *B* pe măsura reducerii excentricităţii forţei. Armătura A_a este întinsă, efortul unitar σ_a depinzând de mărimea deformaţiei specifice ε_a. Având în vedere că de regulă $\varepsilon'_a \cong \varepsilon_{bu} \geq \varepsilon_{ap} = R_a/E_a$, înseamnă că armătura A'_a a atins limita de curgere ($\sigma'_a = R_a$). **Subdomeniul 2a** reprezintă încovoierea cu/fără forţă axială de compresiune sau de întindere, adică încovoierea pură şi solicitările excentrice cu excentricitate mare, care reprezintă: cazul I de compresiune, respectiv întinderea excentrică cu mare excentricitate. Deformaţia specifică a armăturii întinse este cuprinsă între ε_{au} şi ε_{ap} şi deci $\sigma_a = R_a$. Reducerea intensităţii forţei axiale de întindere produce rotirea secţiunii în jurul pivotului *B*, spre subdomeniul 2b. Creşterea intensităţii forţei axiale de compresiune conduce secţiunea spre dreapta *B-B'*, care reprezintă o situaţie aparte: starea de balans. Această stare este caracterizată prin iniţierea curgerii armăturii întinse ($\sigma_a = R_a$; $\varepsilon_{ap} = R_a/E_a$), în paralel cu zdrobirea betonului comprimat ($\sigma_{bc} = R_c$; $\varepsilon_{bc} = \varepsilon_{b\,lim} = 3{,}5$ ‰). Starea de balans reprezintă situaţia ideală de cedare a secţiunii din beton armat. **Subdomeniul 2b** se atinge după ce secţiunea a depăşit dreapta de balans *B-B'*. Armătura A_a este încă întinsă, dar nu curge, deoarece $0 \leq \varepsilon_a < \varepsilon_{ap}$, respectiv $\sigma_a < R_a$. Axa neutră este plasată în secţiune şi înălţimea zonei comprimate devine tot mai mare pe măsura creşterii intensităţii forţei axiale de compresiune. În **subdomeniul 2c** toate armăturile sunt comprimate, însă în armătura A_a efortul unitar de compresiune este $\sigma_a < R_a$. Axa neutră atinge, la limită, marginea inferioară a secţiunii, care devine comprimată în întregime. Subdomeniile 2b şi 2c reprezintă o parte a compresiunii excentrice cu excentricitate mică, denumită în continuare cazul II de compresiune, care se extinde şi în domeniul următor.

DOMENIUL 3 - pivot C

Axa neutră este plasată în afara secţiunii, care este comprimată în întregime. Pe măsura creşterii intensităţii forţei axiale de compresiune, rotirea secţiunii se produce în jurul pivotului *C*. Se produce zdrobirea betonului comprimat, ceea ce înseamnă şi cedarea secţiunii. Armătura A_a este comprimată, iar deformaţia specifică poate să fie mai mare sau mai mică decât $\varepsilon_{ap} = R_a/E_a$, ceea ce înseamnă $\sigma_a \leq R_a$. Armătura A'_a curge, aşa cum s-a arătat la descrierea domeniului 2.

Poziţia pivotului *C* se obţine din asemănarea triunghiurilor *OBO'* şi *DBC* (fig. 6.2):

$$\frac{\varepsilon_{bu}}{h} = \frac{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_{bc}}{CD}, \text{ rezultând:}$$

$$CD = \left(1 - \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bu}}\right)h = \frac{3}{7}h, \text{ respectiv } CD' = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bu}}h = \frac{4}{7}h$$

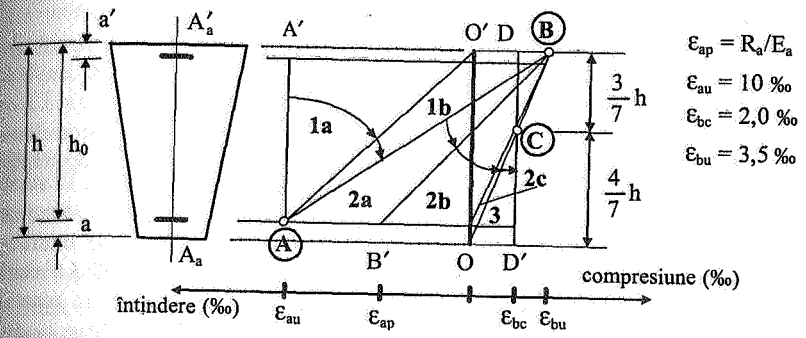


Fig. 6.2. Diagrama deformaţiilor specifice sub efectul încovoierii cu forţă axială

Rotirea secţiunii în jurul pivotului *C* atrage după sine modificarea deformaţiei specifice maxime la compresiune a betonului $\varepsilon_{b\,lim}$, care începe să scadă, depărtându-se de $\varepsilon_{bu} = 3{,}5$ ‰ şi tinzând spre $\varepsilon_{bc} = 2$ ‰, care corespunde compresiunii centrice (dreapta *DD'*). Pe măsura creşterii deformaţiei specifice din fibra inferioară, starea de deformaţii devine tot mai uniformă, apropiindu-se de cazul solicitării centrice (pct. 5.2.2.4, fig. 5.4). Rotirea secţiunii se produce în jurul pivotului *C*, deoarece în dreptul acestui punct deformaţia specifică este $\varepsilon_{bc} = 2$ ‰. Deformaţia specifică maximă $\varepsilon_{b\,lim}$ se determină prin interpolare liniară, în funcţie de deformaţia specifică din fibra mai puţin comprimată ε_{bi} şi având în vedere rotirea secţiunii în jurul pivotului *C*.

Relaţia de calcul se obţine din asemănarea triunghiurilor marcate din figura 6.3a:

$$\frac{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_{b\,lim}}{\frac{3}{7}h} = \frac{\varepsilon_{bi}}{\frac{4}{7}h}, \text{ rezultând } \varepsilon_{b\,lim} = \varepsilon_{bu} - \frac{3}{4}\varepsilon_{bi} = 3{,}5 - 0{,}75\varepsilon_{bi} \text{ ‰} \qquad (6.2)$$

Pentru o determinare rapidă a deformaţiei specifice maxime $\varepsilon_{b\,lim}$ se poate folosi graficul din figura 6.3b.

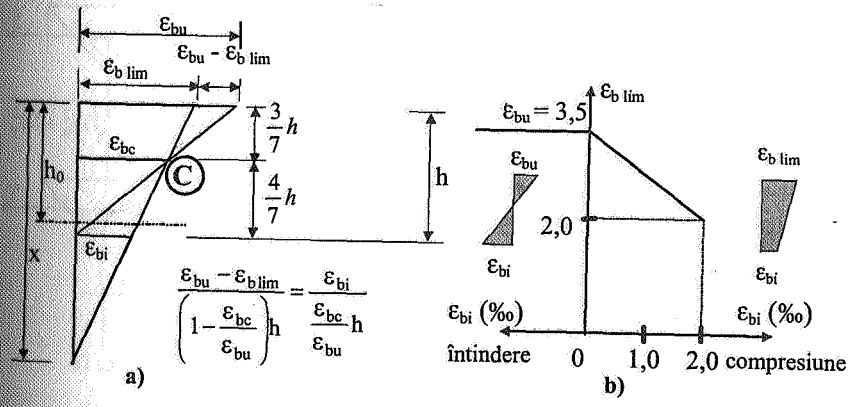


Fig. 6.3. Deformaţia specifică maximă $\varepsilon_{b\,lim}$ în fibra cea mai comprimată

6.2. INTERACȚIUNEA EFORTURILOR SECȚIONALE ASOCIATE STĂRII LIMITĂ DE REZISTENȚĂ

Dacă vectorul moment încovoietor, ce însoțește forța axială, nu se suprapune peste o axă principală a secțiunii, elementul este supus unei solicitări excentrice oblice. În acest caz, combinația de eforturi N, M_x și M_y, corespunzătoare stării limită de rezistență, este ilustrată de suprafața limită de interacțiune, figura 6.4 reprezentând suprafața de interacțiune corespunzătoare compresiunii. Suprafața de interacțiune este reprezentarea grafică a relației ce se obține prin eliminarea lui x (mărimea ce reprezintă poziția axei neutre) din ecuațiile de echilibru static ($\Sigma N = 0$; $\Sigma M_x = 0$; $\Sigma M_y = 0$) scrise pentru starea de eforturi unitare produsă de încărcările exterioare. Această reprezentare grafică redă variația mărimii momentului încovoietor oblic capabil și a orientării sale în funcție de forța axială. Pentru o secțiune de beton armat, carac-terizată prin dimensiunile sale și aria de armătură corespunzătoare, precum și prin calitatea celor două materiale, se poate trasa o singură suprafață de interacțiune.

În cazul compresiunii (fig. 6.4), lipsa unuia din cele trei eforturi poate conduce la:

- compresiune excentrică dreaptă cu $N \neq 0$, $M_x \neq 0$ și $M_y = 0$, caz reprezentat de curba de interacțiune N - M_x;
- compresiune excentrică dreaptă cu $N \neq 0$, $M_x = 0$ și $M_y \neq 0$, caz reprezentat de curba de interacțiune N - M_y;
- încovoiere oblică cu $N = 0$, $M_x \neq 0$ și $M_y \neq 0$, caz reprezentat de curba de interacțiune M_x - M_y.

Eforturile produse de încărcările exterioare determină un punct de coordonate N, M_x și M_y. Dacă acest punct se găsește în interiorul domeniului limitat de suprafața de interacțiune sau, la limită, chiar pe această suprafață, atunci secțiunea satisface starea limită de rezistență.

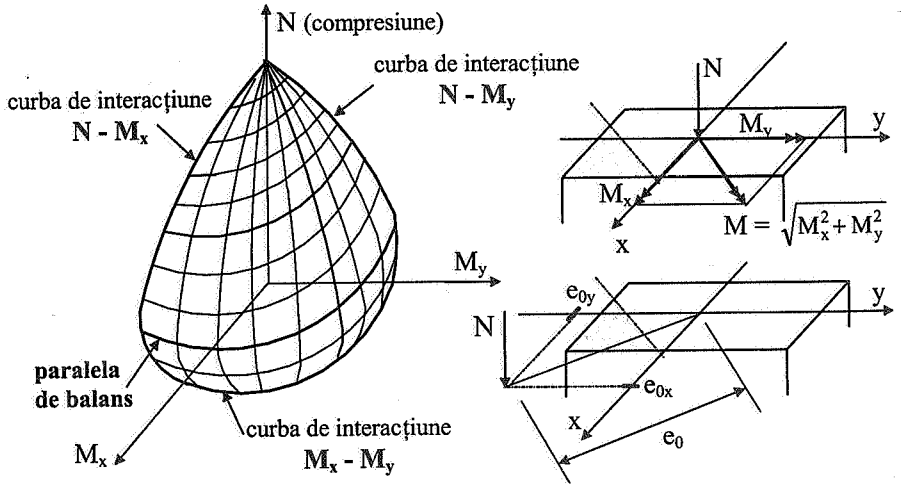


Fig. 6.4. Interacțiunea eforturilor secționale

La verificarea unei secțiuni din beton armat se urmărește să se stabilească dacă punctul de coordonate N, M_x și M_y se găsește în interiorul domeniului delimitat de suprafața de interacțiune. Această verificare se poate face în una din următoarele două variante, în figura 6.5 prezentându-se în acest sens compresiunea excentrică dreaptă [46], [47]:

- verificarea la încărcări gravitaționale, când există o creștere proporțională a eforturilor exterioare M și N, reprezentate prin punctul A, până la atingerea curbei de interacțiune în punctul B (fig. 6.5a); aceasta înseamnă $e_0 = \frac{M}{N} = \frac{M_{cap}}{N_{cap}}$; condiția de verificare este $N \leq N_{cap}$ pentru $e_0 = \text{const.}$;
- verificarea la încărcări orizontale, de genul acțiunii seismice, când pentru o forță axială constantă există o creștere a momentului încovoietor, din punctul A până la atingerea curbei de interacțiune în punctul B (fig. 6.5b); condiția de verificare este $M \leq M_{cap}$ pentru $N = \text{const.}$

La dimensionarea secțiunii din beton armat se urmărește stabilirea unei arii de armătură pentru care curba de interacțiune să se aștearnă peste punctul determinat de eforturile ce acționează în secțiune.

Pentru calculul la starea limită de rezistență există două metode și anume [31], [47]:

- *metoda generală de calcul*, care ia în considerare exprimarea explicită a condițiilor statice (ecuațiile de echilibru static), geometrice (utilizarea ipotezei secțiunilor plane) și fizice (curbele $\sigma - \varepsilon$ ale materialelor); suprafața sau curba de interacțiune nu prezintă discontinuități pe tot domeniul de forță axială cuprins între $+N$ și $-N$;
- *metoda simplificată de calcul*, care implică introducerea unor aproximări în vederea rezolvării numai cu ajutorul ecuațiilor de echilibru static; aceste simplificări se referă la o anumită configurație a distribuției eforturilor unitare normale, funcție de sensul și mărimea forței axiale; suprafața sau curba de interacțiune poate prezenta discontinuități de pantă în punctele ce delimitează două subdomenii adiacente de solicitare.

Este evident că, pentru o secțiune dată, suprafețele sau curbele de interacțiune date de cele două metode nu coincid, însă diferențele care apar nu sunt semnificative pentru calculul practic.

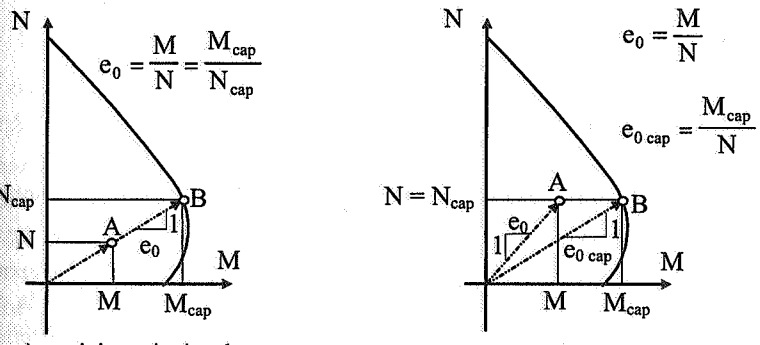


Fig. 6.5. Curbele de interacțiune - modul de atingere a capacității portante

6.3. INFLUENȚA ZVELTEȚEI ELEMENTELOR COMPRIMATE

Sensibilitatea la efectele de ordinul II este indicată de coeficientul de zveltețe teoretic $\lambda_0 = l_f / i$ (l_f - lungimea de flambaj; i - raza de inerție, denumită și rază de girație). Pentru stâlpii cu secțiune dreptunghiulară, această sensibilitate este exprimată prin coeficientul de zveltețe convențional $\lambda = l_f / h$, unde h este latura secțiunii după direcția de acțiune a momentului încovoietor, în ipoteza de încărcare considerată. Pentru stâlpii cu secțiune circulară sau inelară, coeficientul de zveltețe convențional este $\lambda = l_f / d$. Efectul zvelteții elementelor comprimate este creșterea momentelor încovoietoare de ordinul I cu valoarea ΔM, ajungându-se la valoarea $M_{II} = M_I + \Delta M$ (fig. 6.6). Între cele două valori ale momentelor încovoietoare se poate scrie relația:

$$M_{II} = \eta M_I$$

unde coeficientul supraunitar η arată măsura în care cresc momentele încovoietoare în urma deformațiilor de ordinul II.

La structurile formate din elemente liniare, se recomandă ca soluțiile constructive de ansamblu și dimensiunile secțiunilor barelor să fie astfel stabilite, încât majorarea momentelor încovoietoare datorită influenței zveltății elementelor comprimate (efectele de ordinul II) să nu depășească 50 %. Dacă această limitare este respectată, considerarea influenței zveltății constă numai în majorarea momentelor încovoietoare de calcul datorită efectelor de ordinul II, fără să fie necesară și o verificare la starea limită de pierdere a stabilității de formă (pct. 5.4.1.2).

La elementele de suprafață cu pereți subțiri (diafragme, plăci curbe subțiri, turnuri tubulare etc.), pentru care nu se dispune de procedee de calcul de ordinul II temeinic fundamentate teoretic și experimental, se admite ca efectele de ordinul II să fie luate în considerare în mod simplificat, prin coeficienți globali de reducere a rezistenței de calcul a betonului (conform abordării din rezistența materialelor).

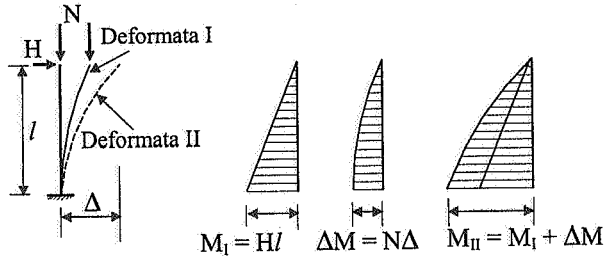


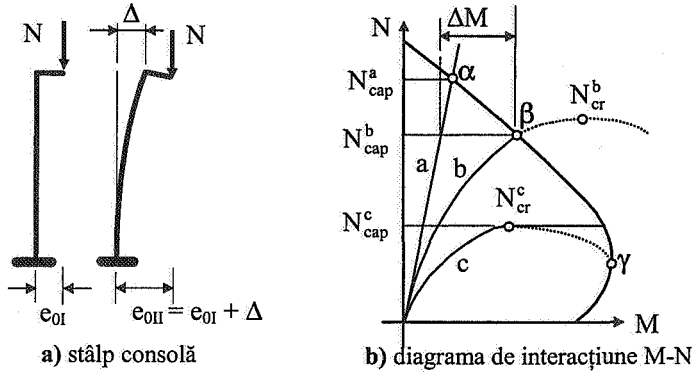
Fig. 6.6. Creșterea momentelor încovoietoare datorită zveltății elementelor comprimate

Modul de cedare al unui element depinde de caracteristicile secțiunii (b, h, R_c, R_a, A_a, A'_a), redate prin curba de interacțiune M - N, precum și de zveltețea elementului. Pentru stâlpul consolă din figura 6.7a, mărirea progresivă a forței excentrice N conduce la creșterea momentului încovoietor în secțiunea de încastrare până la cedarea după una din cele trei variante prezentate în figura 6.7b [45].

În cazul *stâlpilor scurți*, la care $\lambda \leq 10$, efectele de ordinul II sunt neglijabile. Momentele încovoietoare cresc proporțional cu forța axială, fenomen care este redat în figura 6.7b prin

dreapta a. Cedarea elementului se produce la eforturile din punctul α, de intersecție al *dreptei a* cu curba de interacțiune M - N, prin epuizarea capacității portante la o forță axială egală cu N^a_{cap}. Dimensionarea se face la starea limită de rezistență.

În cazul *stâlpilor zvelți*, la care $10 < \lambda \leq 30$, efectele de ordinul II nu pot fi neglijate. Momentul încovoietor crește mai repede decât forța axială, datorită efectelor de ordinul II, reprezentate prin ΔM. Cu cât zveltețea elementului este mai mare, cu atât *curba b*, care reprezintă corelația $M_{II} = f(N)$, se îndepărtează de *dreapta a*. Cedarea elementului se produce la eforturile din punctul β, de intersecție al *curbei b* cu curba de interacțiune M - N, prin epuizarea capacității portante la o forță axială N^b_{cap} și nu prin pierderea stabilității (flambaj). Forța critică N^b_{cr} are numai o semnificație teoretică, ea nu poate fi atinsă niciodată, deoarece $N^b_{cap} < N^b_{cr}$. Este de subliniat faptul că efectul zveltății trebuie luat în considerare prin mărirea momentului încovoietor cu cantitatea $\Delta M = N \cdot \Delta$ și nu printr-un coeficient de flambaj care să afecteze forța axială de compresiune, conform abordării din Rezistența materialelor. Dimensionarea se face la starea limită de rezistență, reunită cu starea limită de stabilitate, utilizând un moment încovoietor corectat în funcție de coeficientul η, conform metodelor prezentate în continuare.



a) stâlp consolă **b)** diagrama de interacțiune M-N

Fig. 6.7. Cedarea la compresiune excentrică în funcție de zveltețea elementului

În cazul *stâlpilor foarte zvelți*, la care $\lambda > 30$, cedarea se produce prin pierderea stabilității la o forță axială N^c_{cr}, înainte de a se atinge starea limită de rezistență. Această situație este reprezentată de *curba c*. După atingerea valorii N^c_{cr}, deformațiile cresc indefinit sub o forță axială constantă, ceea ce corespunde fenomenului de flambaj. Curba de interacțiune este atinsă în punctul γ, în urma deformațiilor excesive. Capacitatea portantă este dată de forța critică de pierdere a stabilității, adică $N^c_{cap} = N^c_{cr}$. Se recomandă evitarea acestei situații prin adoptarea unor dimensiuni corespunzătoare ale elementelor.

Forța critică de pierdere a stabilității se calculează cu relația lui Euler:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_f^2} \qquad (6.3)$$

GROUP BIROU DE STRUCTURI

Având în vedere faptul că efectele de ordinul II se accentuează pe măsură ce elementul se apropie de stadiul de cedare (*curba b*), modulul de rigiditate trebuie să reflecte caracteristicile de deformație din vecinătatea ruperii. Din acest motiv, modulul de rigiditate trebuie introdus în calcul cu mărimea corespunzătoare stadiului de cedare, pentru care se folosește relația empirică prevăzută în standardul românesc:

$$EI = (EI)_{conv} = \frac{0{,}15\left(1+\sqrt{p_t}\right)}{1+M_{ld}/M} E_b I_b \qquad (6.4)$$

unde: E_bI_b este modulul de rigiditate al secțiunii brute din beton;

p_t – procentul total de armare al secțiunii din beton;

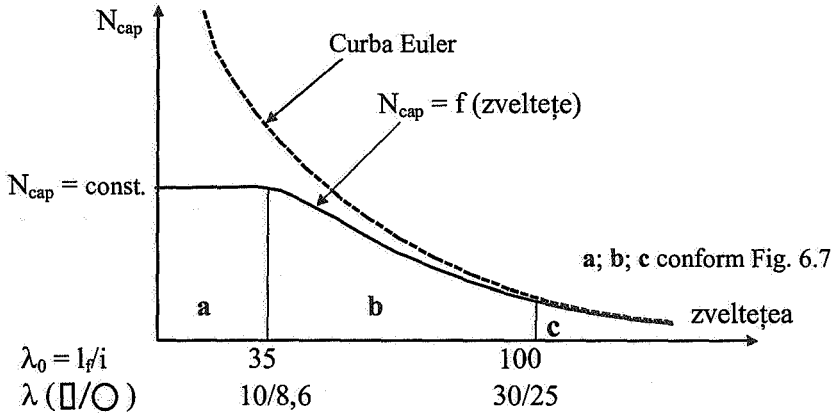
M_{ld} – momentul încovoietor din încărcările de lungă durată, care produc stâlpului deplasări laterale în același sens cu cele determinante pentru efectele de ordinul II;

M – momentul încovoietor total de ordinul I.

Raportul M_{ld}/M din relația (6.4) introduce influența deformațiilor de curgere lentă ale betonului asupra efectelor de ordinul II.

În cazurile curente, se poate lua valoarea inițială $(EI)_{conv} \cong 0{,}3E_bI_b$.

În cazul stâlpilor zvelți, la care fenomenul de flambaj nu intervine înainte de atingerea stării limită de rezistență, forța critică dată de relația lui Euler (6.3) reprezintă numai un parametru pentru trasarea *curbei b* în vederea determinării punctului β, respectiv pentru calculul lui η cu relația (6.5). Figura 6.8 redă corelația reală dintre N_{cap} și zvelțețea elementelor comprimate din beton armat, comparativ cu corelația teoretică dintre N_{cr} și zvelțețea dată de relația lui Euler [45].



STÂLPI:		
scurți	zvelți	foarte zvelți
CEDAREA STÂLPILOR:		
starea limită de rezistență		flambaj

Fig. 6.8. Corelația dintre capacitatea portantă și zvelțețea elementelor comprimate din beton armat

Coeficientul η poate fi determinat cu relația Perry - Timoshenko:

$$\eta = \frac{1}{1-N/N_{cr}} \qquad (6.5)$$

relație care este riguros valabilă numai dacă diagramele de momente M_I și ΔM sunt afine, ceea ce pentru un stâlp de tip consolă se întâmplă dacă încărcarea orizontală este distribuită sinusoidal pe înălțimea stâlpului (fig. 6.9a) [45].

Efectele de ordinul II în structurile de rezistență reale sunt afectate de sensibilitatea la deplasările laterale ale nodurilor structurii. Din acest punct de vedere, intervine problema realizării contravântuirii structurilor. Contravântuirea unei structuri din beton armat se poate realiza cu pereți structurali din beton armat (fig. 6.9c) și mai rar cu elemente metalice. Cadrele din beton armat cu noduri rigide sunt considerate, în general, ca structuri contravântuite (fig. 6.9b).

Având în vedere cele de mai sus, rezultă că pentru stâlpii care fac parte dintr-o structură, formula Perry - Timoshenko devine aproximativă, întrucât lungimea de flambaj își pierde semnificația fizică directă pe care o are în cazul unui stâlp izolat. În consecință, nu se mai poate vorbi decât de valori convenționale, stabilite prin apreciere sau prin comparație cu un calcul de ordinul II al structurii în ansamblu [45].

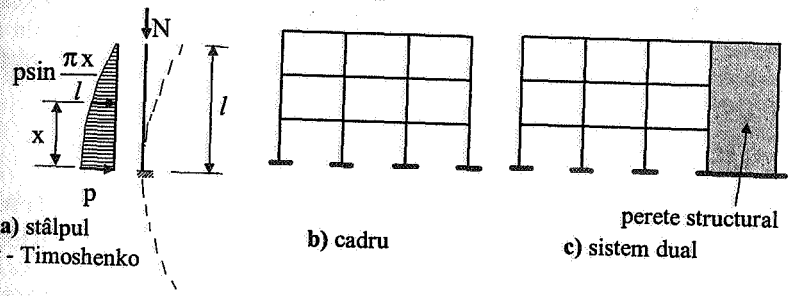


Fig. 6.9. Tipuri de elemente și structuri

În funcție de valoarea coeficientului η obținută din relația (6.5), există trei metode de abordare a efectelor de ordinul II [45].

Metoda A este folosită atunci când $\eta \le 1{,}2$, caz în care se admite să se efectueze un calcul static de ordinul I, din care rezultă M_I (notat în continuare M). Pentru luarea în considerare a efectelor zvelțeții se folosește relația:

$$M_* = \eta\,(M + e_a N) \qquad (6.6)$$

în care excentricitatea adițională e_a se calculează cu relația (6.1).

În cazul stâlpilor cadrelor care se calculează la acțiuni seismice, se ține seama și de relația (6.2), respectiv de corectarea valorii forței axiale (cap. 13, aplicația numerică 13).

Lungimea de flambaj, necesară în relația lui Euler (6.3), se apreciază în funcție de natura legăturilor stâlpului la capetele sale [45]. Pentru modulul de rigiditate se ia în considerare o valoare constantă în lungul elementului $(EI)_{conv}$, dată de relația (6.4).

Metoda B este folosită dacă $1{,}2 < \eta \le 1{,}5$. Se cere să se efectueze un calcul static de ordinul II, în care se admite să se considere, în mod simplificat, un modul de rigiditate constant în lungul elementelor $(EI)_{conv}$, în conformitate cu relația (6.4).

Metoda C este folosită dacă $\eta > 1{,}5$. Se cere să se efectueze un calcul static de ordinul II aprofundat, ținând seama și de variația modulului de rigiditate EI în lungul elementului.

Se ia în considerare atât neliniaritatea geometrică, adică efectele de ordinul II, cât şi neliniaritatea fizică, adică variabilitatea modulului de elasticitate E_b cu gradul de solicitare al betonului (pct. 2.3.4.1; fig. 2.29). Un astfel de calcul nu se poate efectua decât cu ajutorul unor programe de calcul adecvate.

În privinţa coeficientului η, practica proiectării a relevat următoarele constatări [45]:

- la clădiri în cadre etajate, contravântuite cu pereţi structurali din beton armat sau necontravântuite, $\eta = 1{,}05 \ldots 1{,}20$, nedepăşindu-se $\eta = 1{,}2$ decât în cazuri rare;
- la hale industriale parter prefabricate, cu riglele de acoperiş concepute ca articulate pe stâlpi, lungimile de flambaj rezultă mai mari, astfel încât se poate ajunge la $1{,}2 \le \eta \le 1{,}5$; datorită cerinţelor de ductilizare a stâlpilor participanţi la structurile cu protecţie la acţiunea seismică, la care este posibil să apară deformaţii postelastice semnificative, se poate ajunge la o mărire a secţiunilor stâlpilor, astfel că multe cazuri rămân în domeniul $\eta \le 1{,}2$;
- în cazul dimensionării cu $\eta > 1{,}5$ se obţin consumuri exagerate de armătură; în plus, în acest domeniu efectele de ordinul II depind în mod substanţial de ipotezele de calcul admise, astfel încât siguranţa este mai greu de controlat prin calcule obişnuite.

În concluzie, în cazurile curente, influenţa flexibilităţii elementelor comprimate se ia în considerare printr-un calcul static de ordinul II, conform metodei B, sau prin abordarea simplificată, conform metodei A, bazată pe estimarea coeficientului η cu ajutorul relaţiei (6.5).

6.4. METODA GENERALĂ DE CALCUL

Distribuţia şi mărimea eforturilor unitare în beton şi armătură, în calculul la starea limită de rezistenţă în secţiuni normale, se stabilesc pe baza acceptării următoarelor ipoteze [31]:

- secţiunile plane înainte de deformare rămân plane şi după deformare;
- compatibilitatea deformaţiilor specifice ale betonului şi armăturii (armătura nu lunecă în raport cu betonul);
- se neglijează contribuţia betonului la preluarea eforturilor de întindere;
- diagrama $\sigma_b - \varepsilon_b$ se ia conform figurii 5.4;
- deformaţia specifică maximă admisă în fibra extremă cea mai comprimată $\varepsilon_{b\,lim}$ se ia după cum urmează:
  - $\varepsilon_{b\,lim} = \varepsilon_{bu}$, în cazul solicitărilor cu axa neutră în secţiune, $x_r < h$, ceea ce reprezintă domeniul 2 din figura 6.2;
  - $\varepsilon_{b\,lim} = \varepsilon_{bc}$, în cazul convenţional al compresiunii centrice, corespunzător dreptei DD' din figura 6.2;
  - în cazurile intermediare, când axa neutră este în afara secţiunii ($x_r > h$ şi ε_{bi} - compresiune, ceea ce reprezintă domeniul 3 din figura 6.2), $\varepsilon_{b\,lim}$ se obţine prin interpolare liniară între valorile ε_{bc} şi ε_{bu}, în conformitate cu posibilităţile oferite de figura 6.3;
- diagrama $\sigma_a - \varepsilon_a$ se ia conform figurii 5.5;
- deformaţia specifică maximă a armăturii ε_{au} se limitează la:
  - 50 ‰ în cazul verificărilor în gruparea specială de încărcări;
  - 10 ‰ în celelalte cazuri.

Secţiunea transversală ajunge la starea limită de rezistenţă sub acea combinaţie a eforturilor produse de încărcările exterioare, pentru care se atinge deformaţia limită $\varepsilon_{b\,lim}$ în fibra cea mai comprimată a secţiunii şi/sau ε_{au} în armătura cea mai întinsă. Având ca bază de pornire diagrama deformaţiilor specifice din figura 6.2, sunt posibile cele patru diagrame de eforturi unitare din figurile 6.10...6.13.

- Secţiunea din figura 6.10 este întinsă în întregime, cu axa neutră în afara secţiunii, diagrama de eforturi unitare corespunzând solicitării centrice sau excentrice cu excentricitate mică. *Cedarea secţiunii se produce prin deformaţii excesive*, adică prin atingerea deformaţiei specifice ultime ε_{au} în armătura cea mai întinsă A_a, ceea ce înseamnă $\sigma_a = R_a$. Deformaţia specifică în armătura superioară A'_a poate avea orice valoare în intervalul $(0 \ldots \varepsilon_{au}]$, ceea ce înseamnă $0 < \sigma'_a \le R_a$.

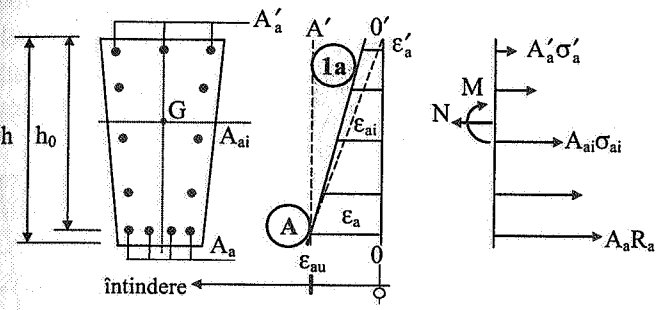


Fig. 6.10. Secţiunea întinsă centric sau excentric, cu axa neutră în afara secţiunii

- Secţiunea din figura 6.11 este întinsă excentric, cu axa neutră în secţiune, diagrama de eforturi unitare corespunzând întinderii excentrice cu excentricitate mare. *Cedarea secţiunii se produce prin deformaţii excesive*, adică prin atingerea deformaţiei specifice ultime ε_{au} în armătura inferioară A_a, ceea ce înseamnă $\sigma_a = R_a$. Deformaţia specifică în armătura A'_a poate fi de întindere sau compresiune. Efortul unitar în fibra cea mai comprimată de beton este $\sigma_b \le R_c$, în funcţie de mărimea deformaţiei specifice ε_b. Dacă $\varepsilon_b \le 2\,‰$, atunci $\sigma_b \le R_c$, cu o diagramă parabolică de distribuţie a eforturilor unitare; dacă $2\,‰ < \varepsilon_b \le \varepsilon_{bu}$, atunci $\sigma_b = R_c$, cu o diagramă parabolă-dreptunghi pentru distribuţia eforturilor unitare. Aceeaşi diagramă de eforturi unitare poate să apară şi în cazul elementelor încovoiate cu procente reduse de armare.
- Secţiunea din figura 6.12 este încovoiată sau întinsă/comprimată excentric cu axa neutră în secţiune. *Cedarea secţiunii se produce prin zdrobirea betonului comprimat* ($\varepsilon_b = \varepsilon_{bu} = 3{,}5\,‰$; $\sigma_b = R_c$), armătura A_a fiind întinsă (armătura A_a poate deveni comprimată cu $\sigma_a < R_a$, numai dacă $h_0 \le x_r \le h$).

În cazul încovoierii, întinderii excentrice cu excentricitate mare şi al cazului I de compresiune, deformaţia specifică a armăturii este $\varepsilon_{ap} \le \varepsilon_a \le \varepsilon_{au}$, ceea ce înseamnă $\sigma_a = R_a$. Acest mod de cedare reflectă stadiul III de rupere al elementelor din beton armat, simplu armate, supuse la încovoiere (pct. 4.2.1.1). Deformaţia specifică în armătura superioară A'_a este $\varepsilon'_a \le \varepsilon_{ap}$, ceea ce înseamnă $\sigma'_a \le R_a$.

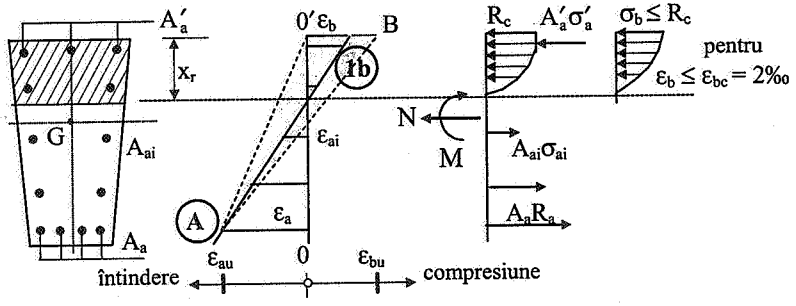


Fig. 6.11. Secțiunea întinsă excentric, cu axa neutră în secțiune

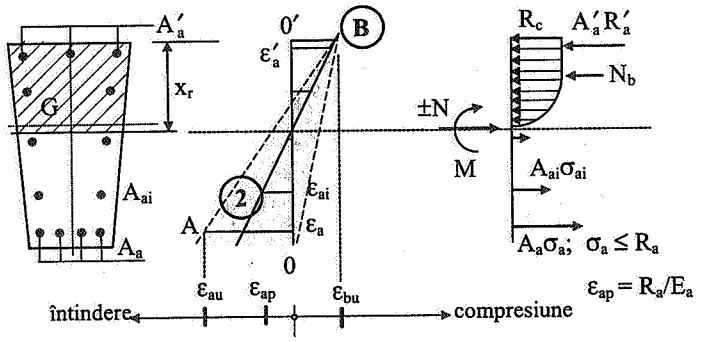


Fig. 6.12. Secțiunea încovoiată, întinsă / comprimată excentric, cu axa neutră în secțiune

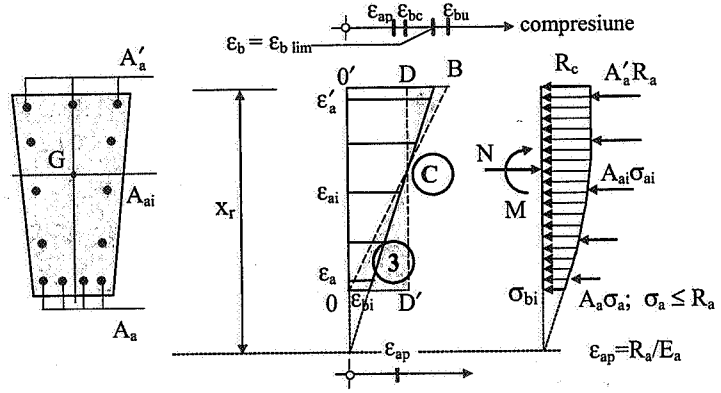


Fig. 6.13. Secțiunea comprimată, cu axa neutră în afara secțiunii

- Secțiunea din figura 6.13 este comprimată în întregime, axa neutră fiind plasată în afara secțiunii, corespunzând compresiunii centrice sau cazului II de compresiune. *Cedarea secțiunii se produce prin zdrobirea betonului comprimat* ($\varepsilon_b = \varepsilon_{b\,lim}$; $\varepsilon_{bc} \le \varepsilon_{b\,lim} < \varepsilon_{bu}$; $\sigma_b = R_c$). Deformația specifică de scurtare a armăturii A_a este $\varepsilon_a \le 2‰$. Dacă $\varepsilon_a \ge \varepsilon_a$, atunci armătura A_a, mai puțin comprimată, atinge limita de curgere ($\sigma_a = R_a$). Deformația

specifică în armătura superioară A'_a, cea mai comprimată, depășește valoarea ε_{ap}, ceea ce înseamnă atingerea limitei de curgere.

Metoda generală de calcul presupune cunoașterea dimensiunilor secțiunii din beton, calitatea celor două materiale, dispunerea armăturilor și implică parcurgerea următoarelor etape:

- pe baza eforturilor care acționează asupra secțiunii și presupunând un anumit mod de cedare, se alege una din cele patru diagrame de deformații specifice din figurile 6.10...6.13;
- se presupune o valoare pentru poziția x_r a axei neutre, în concordanță cu diagrama aleasă;
- în funcție de poziția axei neutre și deformația specifică care determină cedarea secțiunii, $\varepsilon_a = \varepsilon_{au}$ sau $\varepsilon_b = \varepsilon_{b\,lim}$, se calculează celelalte deformații specifice, respectând ipoteza secțiunilor plane (adică asemănarea triunghiurilor din diagrama deformațiilor specifice);
- se calculează eforturile unitare în toate armăturile $\sigma_a = \varepsilon_a E_a$, $\sigma'_a = \varepsilon'_a E_a$ și $\sigma_{ai} = \varepsilon_{ai} E_a$ și apoi forțele interioare $N_a = A_a \sigma_a$, $N'_a = A'_a \sigma'_a$, și $N_{ai} = A_{ai} \sigma_{ai}$;
- se stabilește tipul de diagramă a eforturilor unitare în betonul comprimat pe baza deformațiilor specifice ε_b și eventual ε_{bi}, alegându-se una din situațiile din figura 6.14;

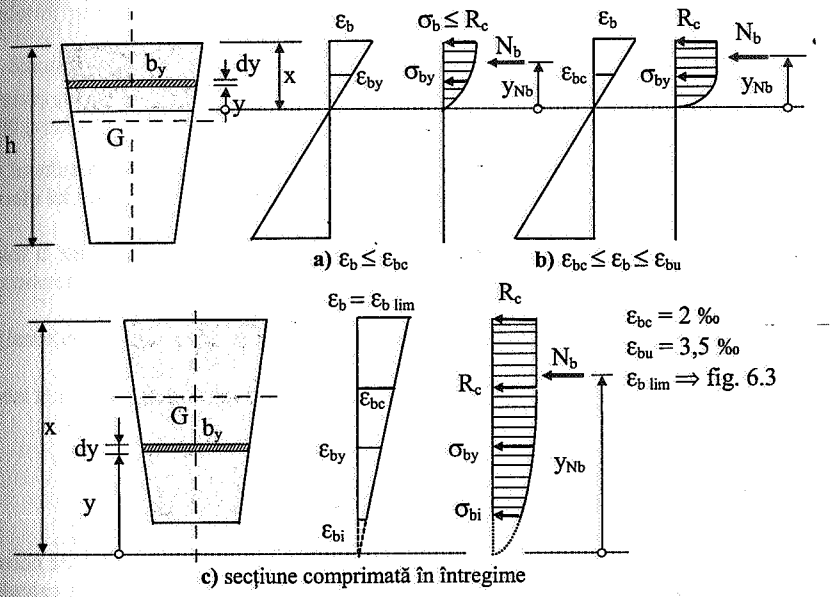


Fig. 6.14. Rezultanta compresiunilor în beton

- se calculează rezultanta compresiunilor în beton N_b, precum și poziția acesteia față de axa neutră y_{Nb}, după cum urmează:

– pentru axa neutră situată în secțiune:

$$N_b = \int_0^x \sigma_{by} b_y dy\,; \quad y_{Nb} = \frac{\int_0^x \sigma_{by} b_y y dy}{N_b} \qquad (6.7a);\ (6.8a)$$

– pentru axa neutră situată în afara secțiunii:

$$N_b = \int_{x-h}^{h} \sigma_{by} b_y dy\,; \quad y_{Nb} = \frac{\int_{x-h}^{h} \sigma_{by} b_y y dy}{N_b} \qquad (6.7b); (6.8b)$$

- se verifică condiția de echilibru în lungul axei elementului; dacă această condiție este satisfăcută, atunci tipul de diagramă de eforturi unitare (fig. 6.10...6.13) și poziția axei neutre sunt corect alese;
- momentul încovoietor capabil al secțiunii se obține din ecuația de momente scrisă în raport cu o axă oarecare; expresia momentului încovoietor capabil poate fi pusă sub forma generală:

$$M_{cap} = [N]\{z\}$$

unde: $[N]$ este matricea șir a forței axiale și a tuturor rezultantelor interioare, fiecare cu semnul corespunzător în funcție de un sens convențional, adoptat ca pozitiv;

$\{z\}$ – matricea vector a brațelor de pârghie corespunzătoare tuturor forțelor ce intervin în matricea $[N]$.

Secțiunea satisface starea limită de rezistență, dacă:

$$M \le M_{cap} \qquad (6.9)$$

În cazul elementelor supuse la compresiune excentrică, M reprezintă rezultatul unui calcul static de ordinul II sau al utilizării relației (6.6), inclusiv al corectării datorită efectului seismului prin relația (6.2), atunci când este cazul.

Deoarece metoda generală implică cunoașterea ariei de armătură, ea nu poate fi folosită ca metodă directă de dimensionare. Utilizarea metodei generale pentru dimensionarea armăturilor se poate face numai prin:

- încercări succesive de verificare, printr-un calcul manual (ceea ce nu este rațional) sau printr-un calcul automat;
- utilizarea unor tabele sau diagrame construite pe baza acestei metode, așa cum sunt tabelele din anexele 15, 17, 18, 19 și 20 [47].

6.5. METODA SIMPLIFICATĂ DE CALCUL

Metoda simplificată are în vedere adoptarea unor diagrame de eforturi unitare normale, astfel încât să fie suficiente numai condițiile de echilibru static pentru rezolvarea calculului. Aceste diagrame de eforturi unitare se bazează pe:

- înlocuirea diagramei reale de distribuție a eforturilor unitare de compresiune în beton (fig. 6.15c) cu o diagramă dreptunghiulară (fig. 6.15d), la care înălțimea zonei comprimate este $x = 0{,}8x_r$; această înlocuire reprezintă o bună aproximare atunci când zona comprimată are formă dreptunghiulară și când cedarea se produce prin zdrobirea betonului comprimat ($\varepsilon_{bc} = \varepsilon_{bu}$); erorile care se introduc în alte cazuri (cedarea prin armătura întinsă, adică $\varepsilon_a = \varepsilon_{au}$; secțiuni T etc.) oferă totuși o precizie satisfăcătoare pentru necesitățile proiectării curente;
- stabilirea eforturilor unitare în armături în funcție de poziția axei neutre, ignorând diagrama deformațiilor specifice.

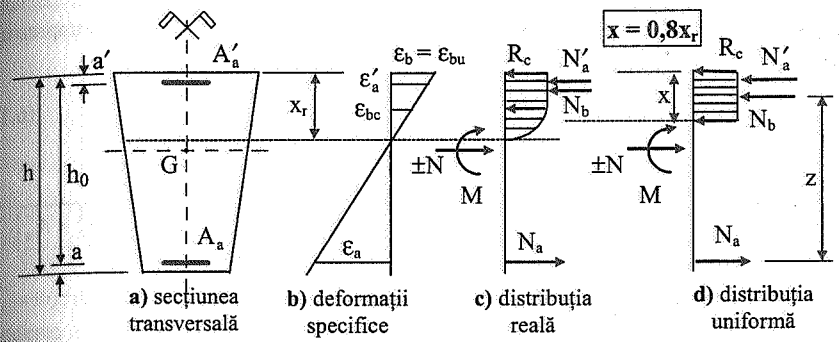


Fig. 6.15. Distribuția eforturilor unitare de compresiune

6.5.1. Situațiile limită de cedare a secțiunii

Având în vedere distribuția deformațiilor specifice pe înălțimea secțiunii, se pot defini trei situații limită pentru secțiunea dublu armată, fără armături intermediare (fig. 6.16) [47].

*Situația limită **a*** corespunde cedării simultane a celor două materiale: $\varepsilon_a = \varepsilon_{au}$ (deformații excesive) și $\varepsilon_b = \varepsilon_{bu}$ (zdrobirea betonului comprimat), când secțiunea deformată unește pivoții A și B (vezi și figura 6.2). Poziția reală a axei neutre rezultă din relația:

$$x_r^a = \frac{\varepsilon_{bu}}{\varepsilon_{bu} + \varepsilon_{au}} h_0 = 0{,}26 h_0 \qquad (6.10)$$

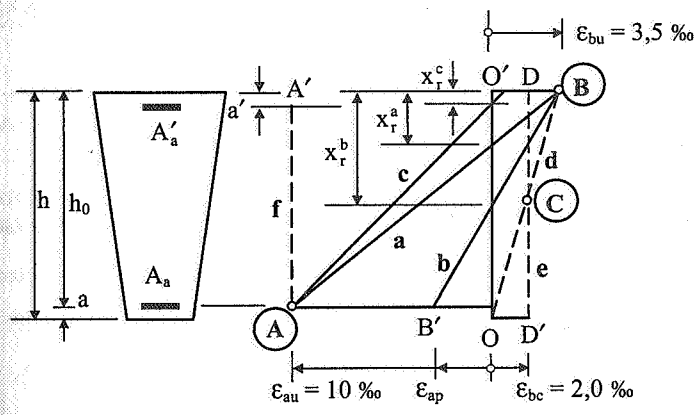


Fig. 6.16. Situațiile limită ale secțiunii normale

Acest caz este reprezentat de punctul A de pe curba limită de interacțiune, în zona întinderii excentrice cu mare excentricitate (fig. 6.17).

*Situația limită **b*** reprezintă cazul în care armătura A_a atinge limita de curgere ($\varepsilon_a = \varepsilon_{ap} = R_a / E_a$) simultan cu cedarea betonului comprimat ($\varepsilon_{bc} = \varepsilon_{bu}$), caz în care secțiunea deformată este așezată peste linia BB' (vezi și figura 6.2). Acest caz este reprezentat de punctul de balans B de pe curba limită de interacțiune și reprezintă soluția optimă de

armare pentru încovoiere. Punctul de balans delimitează cele două cazuri ale compresiunii excentrice. Poziția reală a axei neutre este dată de relația:

$$x_r^b = \frac{\varepsilon_{bu}}{\varepsilon_{bu}+\varepsilon_{ap}} h_0 = \frac{\varepsilon_{bu}}{\varepsilon_{bu}+R_a/E_a} h_0 \qquad (6.11)$$

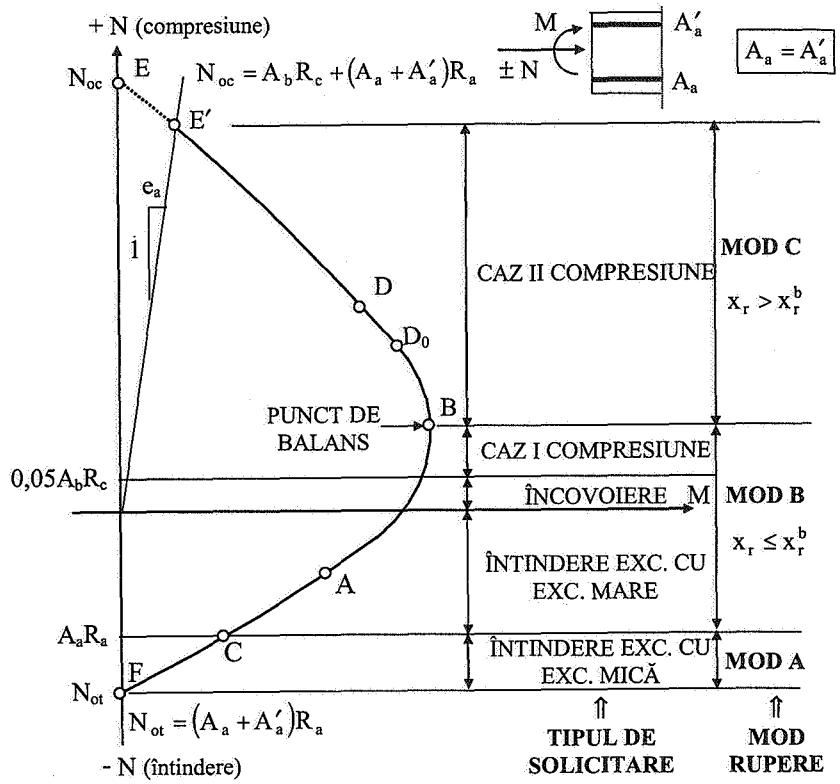


Fig. 6.17. Modurile de cedare ale secțiunii, reflectate în curba limită de interacțiune

În diagrama simplificată de eforturi unitare (fig. 6.15d), poziția axei neutre este dată de relația:

$$x_b = 0{,}8x_r^b = 0{,}8\frac{\varepsilon_{bu}}{\varepsilon_{bu}+R_a/E_a} h_0 \qquad (6.12)$$

iar valoarea relativă a poziției axei neutre este:

$$\xi_b = \frac{x_b}{h_0} = 0{,}8\frac{\varepsilon_{bu}}{\varepsilon_{bu}+R_a/E_a} \qquad (6.12a)$$

În tabelul 6.1 se dau valorile ξ_b, prevăzute în STAS 10107-90, bazate pe relația (6.12a). Valorile sunt rotunjite și iau în considerare faptul că, pentru betoane de calitate superioară (≥ C28/35) ε_{bu} scade la valoarea de 3,0‰ (fig.5.4).

Tabelul 6.1. Valorile ξ_b pentru betoane obișnuite

Tipul de armătură	Clasa de beton	
	< C28/35	≥ C28/35
	ξ_b	
OB37	0,60	0,55
PC52; PC60; STNB	0,55	0,50

Situația limită c este un caz particular când efortul unitar în armătura A'_a este nul ($\sigma'_a = 0$). Acest caz reprezintă punctul *C* de pe curba limită de interacțiune, delimitând întinderea excentrică cu mare excentricitate de cea cu mică excentricitate. Înălțimea reală a zonei comprimate este:

$$x_r^c = a' \qquad (6.13)$$

6.5.2. Cazurile de solicitare la încovoiere cu forță axială

În funcție de natura forței axiale (compresiune sau întindere) și poziția axei neutre în raport cu valorile limită x_r^a, x_r^b și x_r^c, tabelul 6.2 prezintă cazurile de solicitare ale secțiunii și modurile de rupere pe care se bazează stabilirea relațiilor de calcul în metoda simplificată.

Tabelul 6.2. Cazurile de solicitare ale secțiunii normale

Poziția axei neutre		Starea betonului	Starea armăturii A_a	Starea armăturii A'_a	Modul de solicitare al secțiunii
domeniul	sub-domeniul				
$x_r < x_r^a$	$x_r < x_r^c$	complet fisurat	întinsă, **cedează**[1]: $\varepsilon_a = \varepsilon_{au}$	întinsă: $\varepsilon'_a \le \varepsilon_{ap}$	***MOD A*** • INTIND. EXC. CU EXC. MICĂ
	$x_r = x_r^c$	complet fisurat	întinsă, **cedează**[1]: $\varepsilon_a = \varepsilon_{au}$	nesolicitată: $\varepsilon'_a = 0$	
	$x_r > x_r^c$	comprimat: $\varepsilon_b \le \varepsilon_{bu}$	întinsă, **cedează**[1]: $\varepsilon_a = \varepsilon_{au}$	comprimată: $\varepsilon'_a \le \varepsilon_{ap}$	***MOD B*** • INTIND. EXC. CU EXC. MARE • INCOV. (N ≅ 0) • COMPR. CAZUL I
$x_r \ge x_r^a$	$x_r \le x_r^b$	comprimat, **cedează**[2]: $\varepsilon_{b\,lim} = \varepsilon_{bu}$	întinsă, **curge**: $\varepsilon_{au} \ge \varepsilon_a \ge \varepsilon_{ap}$	comprimată: $\varepsilon'_a \le \varepsilon_{ap}$	
	$x_r^b < x_r < h_0$	comprimat, **cedează**[2]: $\varepsilon_{b\,lim} = \varepsilon_{bu}$	întinsă: $\varepsilon_a < \varepsilon_{ap}$	comprimată, **curge**: $\varepsilon_a \ge \varepsilon_{ap}$	***MOD C*** • COMPR. CAZUL II
	$x_r = h_0$	comprimat, **cedează**[2]: $\varepsilon_{b\,lim} = \varepsilon_{bu}$	nesolicitată: $\sigma_a = 0$	comprimată, **curge**: $\varepsilon_a \ge \varepsilon_{ap}$	
	$x_r > h_0$	comprimat, **cedează**[2]: $2‰ \le \varepsilon_{b\,lim} < \varepsilon_{bu}$	comprimată: $\varepsilon_a < \varepsilon_{ap}$	comprimată, **curge**: $\varepsilon_a \ge \varepsilon_{ap}$	

Notă: 1 - cedarea se produce prin deformații excesive ale armăturilor;
2 - cedarea se produce prin zdrobirea betonului comprimat.

Se constată că există trei moduri majore de cedare a secțiunii:

- cedarea armăturii A_a când secțiunea este complet fisurată - ***MOD-ul A***;
- curgerea armăturii A_a urmată de zdrobirea betonului comprimat - ***MOD-ul B***;
- zdrobirea betonului comprimat și curgerea armăturii A'_a, în timp ce armătura A_a poate fi întinsă ($\sigma_a < R_a$) sau comprimată ($\sigma_a \le R_a$) - ***MOD-ul C***.

Aceste moduri de cedare se regăsesc și în curba limită de interacțiune din figura 6.17.

Pe lângă punctele *A*, *B* și *C*, pe curba limită de interacțiune mai sunt reprezentate următoarele cazuri:

- efort unitar normal nul în fibra inferioară a secțiunii - punctul ***D*** (*linia întreruptă d* din figura 6.16); această situație se numește decompresiunea fibrei inferioare;
- efort unitar normal nul în armătura A_a - punctul $\boldsymbol{D_0}$ ($x_r = h_0$);
- compresiunea centrică - punctul ***E*** (*linia întreruptă e* din figura 6.16), care este un caz convențional datorită efectului excentricității adiționale e_a; din acest motiv punctul *E* este înlocuit cu ***E'***, care reprezintă situația reală;
- întinderea centrică - punctul ***F*** (*linia întreruptă f* din figura 6.16).

6.5.3. Eforturile unitare în armături

6.5.3.1. Efortul unitar în armătura A_a

Dacă armătura se află în *MOD-ul A* de cedare efortul unitar în armătură este $\sigma_a = R_a$ (întindere), deoarece $\varepsilon_a = \varepsilon_{au}$ (tabelul 6.2).

MOD-ul B de cedare este caracterizat prin condiția $x_r \le x_r^b$ (sau $1{,}25x \le 1{,}25x^b$) care prin împărțire la h_0 se pune sub forma:

$$\xi \le \xi_b \tag{6.14}$$

Deformația specifică în armătura A_a este (fig. 6.18a):

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{bu}\frac{h_0 - x_r}{x_r} = \varepsilon_{bu}\frac{h_0 - 1{,}25x}{1{,}25x} = \varepsilon_{bu}\frac{0{,}8-\xi}{\xi} \tag{6.15}$$

Din relația (6.12a) se obține:

$$\varepsilon_{bu} = \frac{\xi_b}{0{,}8-\xi_b}\cdot\frac{R_a}{E_a} = \frac{\xi_b}{0{,}8-\xi_b}\varepsilon_{ap} \tag{6.12b}$$

astfel încât relația (6.15) devine:

$$\varepsilon_a = \frac{\xi_b}{\xi}\cdot\frac{0{,}8-\xi}{0{,}8-\xi_b}\varepsilon_{ap} \tag{6.15a}$$

Deoarece $\xi \le \xi_b$, conform relației (6.14), este evident că rapoartele ξ_b/ξ și $(0{,}8-\xi)/(0{,}8-\xi_b)$ sunt supraunitare, rezultă că $\varepsilon_a \ge \varepsilon_{ap}$ și deci $\sigma_a = R_a$.

MOD-ul C de cedare este caracterizat prin condiția $x_r > x_r^b$ (adică $\xi > \xi_b$), armătura A_a putând să fie întinsă sau comprimată.

Armătura A_a este întinsă atunci când axa neutră se găsește în secțiune (fig. 6.18a) astfel încât și în acest caz deformația specifică în armătură se calculează cu relația (6.15a), iar efortul unitar de întindere este:

$$\sigma_a = \frac{\xi_b}{\xi}\cdot\frac{0{,}8-\xi}{0{,}8-\xi_b}R_a \tag{6.16}$$

Această relație este valabilă pentru $x_r^b \le x_r < h_0$ (sau $1{,}25\,x^b \le 1{,}25x < h_0$), care se pune sub forma:

$$\xi_b < \xi \le 0{,}8 \tag{6.17}$$

Armătura A_a este comprimată atunci când axa neutră se găsește pe grosimea stratului de acoperire sau în afara secțiunii. Deformația specifică de compresiune rezultă din relația (fig. 6.18):

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{bc}\frac{x_r - h_0}{x_r - w_s} \tag{6.18}$$

iar efortul unitar se obține prin înmulțirea relației (6.18) cu modulul de elasticitate al armăturii.

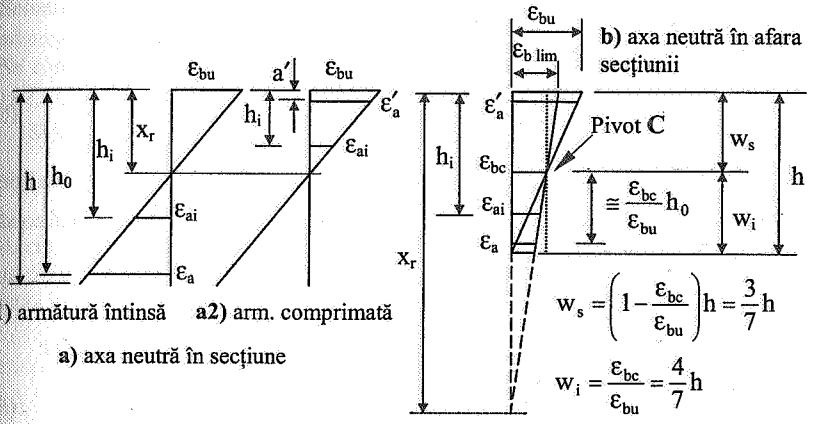


Fig. 6.18. Determinarea deformațiilor specifice în armături

În acest caz, STAS 10107/0-90 ia în considerare o variație liniară pentru efortul unitar de compresiune σ_a, în funcție de poziția axei neutre, conform relației:

$$\sigma_a = (a\xi + b)R_a \tag{6.19}$$

unde $\xi = \dfrac{x}{h_0} = \dfrac{0{,}8x_r}{h_0}$

Coeficienții *a* și *b* se determină din următoarele condiții:

- pentru $\xi = 0{,}8$, adică $x_r = h_0$, efortul unitar este $\sigma_a = 0$;
- pentru $\xi = 1$, adică $x_r = 1{,}25h_0$, se acceptă că $\varepsilon_a \ge \varepsilon_{ap}$, deci $\sigma_a = R_a$.

Sistemul de ecuații care permite determinarea coeficienților *a* și *b* este:

$$\begin{aligned}(a\cdot 0{,}8 + b)R_a &= 0\\ (a\cdot 1{,}0 + b)R_a &= R_a\end{aligned} \tag{6.20}$$

Rezolvarea sistemului de mai sus conduce la valorile $a = 5$, respectiv $b = -4$, astfel încât efortul unitar de compresiune în armătura A_a este dat de relația:

$$\sigma_a = (5\xi - 4)R_a \le R_a \tag{6.21}$$

Această relație este valabilă pentru $x_r > h_0$ (sau $1{,}25x > h_0$), ceea ce înseamnă:

$$\xi > 0{,}8 \tag{6.22}$$

6.5.3.2. Efortul unitar în armătura A'_a

Dacă secțiunea se află în *MOD-ul A* de cedare, efortul unitar de întindere în această armătură este $\sigma'_a \le R_a$.

În cazul *MOD-ului B* de cedare, armătura A'_a este comprimată în permanență deoarece $x_r > x_r^c$ (fig. 6.16), deformația specifică fiind:

$$\varepsilon'_a = \varepsilon_{bu}\frac{x_r - a'}{x_r} = \varepsilon_{bu}\frac{1{,}25x - a'}{1{,}25x} \tag{6.23}$$

Având în vedere expresia lui ε_{bu} dată de relația (6.12b), se obține:

$$\varepsilon'_a = \frac{1{,}25x - a'}{1{,}25x}\cdot\frac{\xi_b}{0{,}8 - \xi_b}\varepsilon_{ap} \tag{6.23a}$$

Armătura comprimată A'_a curge ($\sigma'_a = R_a$) dacă $\varepsilon'_a \ge \varepsilon_{ap}$. Relația (6.23a) permite determinarea corelației dintre valorile a' și x pentru care armătura A'_a curge, punând condiția:

$$\frac{1{,}25x - a'}{1{,}25x}\cdot\frac{\xi_b}{0{,}8 - \xi_b}\varepsilon_{ap} \ge \varepsilon_{ap} \tag{6.24}$$

Din relația (6.24) rezultă că armătura A'_a curge dacă este îndeplinită condiția:

$$x \ge \frac{0{,}8\xi_b}{2\xi_b - 0{,}8}a' \tag{6.24a}$$

care conduce la următoarele valori concrete: $x \ge 1{,}2\,a'$ pentru $\xi_b = 0{,}60$, $x \ge 1{,}47\,a'$ pentru $\xi_b = 0{,}55$, respectiv $x \ge 2\,a'$ pentru $\xi_b = 0{,}50$.

Standardul românesc [31] prevede, în mod acoperitor, că armătura comprimată curge atunci când $x \ge 2a'$.

Față de această prevedere, efortul unitar în armătura comprimată A'_a se ia în considerare după cum urmează:

- $\sigma'_a = R_a$ dacă $x \ge 2a'$;
- $\sigma'_a < R_a$ dacă $x < 2a'$; se admite simplificarea suplimentară că rezultantele compresiunilor din beton N_b și armătură N'_a sunt coliniare, acționând la nivelul centrului de greutate al armăturii A'_a.

În cazul *MOD-ului C* de cedare, armătura comprimată A'_a curge întotdeauna, deoarece $\varepsilon'_a \ge \varepsilon_{bc} = 2\,‰ > \varepsilon_{ap}$ (fig. 6.18b); $\varepsilon_{ap} = R_a/E_a$, având valorile: 1,00 ‰ – pentru OB37, 1,43 ‰ – pentru PC52, respectiv 1,67 ‰ – pentru PC60.

6.5.3.3. Efortul unitar în armătura intermediară A_{ai}

Dacă secțiunea este fisurată în întregime, se acceptă că efortul unitar în armătura A_{ai} este întotdeauna $\sigma_{ai} = R_a$ (întindere).

Axa neutră este plasată în secțiune dacă $x_r \le h_0$ ($1{,}25x \le h_0$ sau $\xi \le 0{,}8$), iar deformația specifică într-o armătură intermediară A_{ai} se obține din relația (fig. 6.18a):

$$\varepsilon_{ai} = \varepsilon_{bu}\frac{\pm(h_i - x_r)}{x_r} = \varepsilon_{bu}\frac{\pm(h_i - 1{,}25x)}{1{,}25x} = \varepsilon_{bu}\frac{\pm(0{,}8h_i/h_0 - \xi)}{\xi} \tag{6.25}$$

Având în vedere că $\sigma_{ai} = \varepsilon_{ai}E_a$, și expresia lui ε_{bu} din relația (6.12a), se obține:

$$\sigma_{ai} = \frac{\xi_b}{\xi}\cdot\frac{\pm(0{,}8h_i/h_0 - \xi)}{0{,}8 - \xi_b}R_a \le R_a \tag{6.26}$$

Semnul pozitiv (+) se ia în considerare pentru armăturile plasate sub axa neutră, iar semnul negativ (–) pentru cele plasate deasupra axei neutre.

Se consideră că secțiunea este comprimată în întregime dacă $x_r > h_0$ ($1{,}25x > h_0$ sau $\xi > 0{,}8$), iar deformația specifică și efortul unitar în armătura A_{ai} se determină cu relațiile (fig. 6.18b):

$$\varepsilon_{ai} = \varepsilon_{bc}\frac{x_r - h_i}{x_r - w_s}, \text{ respectiv } \sigma_{ai} = \varepsilon_{bc}\frac{x_r - h_i}{x_r - w_s}E_a$$

Acceptând ipoteza simplificatoare a liniarității dintre σ_{ai} și ξ (luată în considerare la punctul 6.5.3.1 pentru *MOD-ul C* de cedare) se ajunge în final la relația de mai jos, care este prevăzută în standard [31]:

$$\sigma_{ai} = \frac{\xi_b}{0{,}8 - \xi_b}\left[5\frac{h_i}{h_0}(1 - \xi) - 2{,}72 + 2{,}15\xi\right]R_a \quad \text{(compresiune)} \tag{6.27}$$

6.5.4. Relațiile generale de calcul pentru secțiunile monosimetrice

Calculul la starea limită de rezistență la încovoiere cu forță axială înseamnă verificarea secțiunii sau dimensionarea acesteia.

În cazul secțiunilor monosimetrice, la care planul de încovoiere este situat în axul de simetrie, se dispune de două ecuații de echilibru static:

- ecuația de proiecție după axa longitudinală a barei;
- ecuația de momente.

Verificarea secțiunii constă în determinarea capacității portante (M_{cap} sau N_{cap}) în funcție de efortul secțional cunoscut (N sau M). În mod curent, se urmărește determinarea momentului încovoietor capabil M_{cap} în funcție de forța axială N. Ecuația de proiecții este folosită pentru determinarea poziției axei neutre, iar ecuația de momente, pentru determinarea capacității portante M_{cap}.

Proiectarea secțiunii se poate face numai prin verificări succesive, dar pentru anumite forme particulare de secțiuni transversale (dreptunghiulară, T, circulară, inelară) este posibilă determinarea directă a ariei de armătură. În general, se poate aprecia că există două necunoscute: poziția axei neutre și aria de armătură. Sistemul de ecuații, format din $\Sigma N = 0$ și $\Sigma M = 0$, permite elaborarea unor tabele, diagrame sau relații specifice de proiectare.

6.5.4.1. Întinderea excentrică cu excentricitate mică (*MOD-ul A* de solicitare al secțiunii)

Secțiunea transversală este fisurată în întregime, eforturile unitare din armăturile secțiunii rezultă ca o însumare dintre efectul forței axiale și cel al momentului încovoietor (fig. 6.19). Cedarea secțiunii se produce prin curgerea armăturii A_a și eventual A'_a. Factorul hotărâtor în determinarea curgerii uneia dintre cele două armături îl constituie mărimea forțelor N_a și N'_a, care se obțin prin descompunerea solicitărilor exterioare N și M. Dacă centrul de greutate al armăturilor nu se suprapune peste centrul de greutate al secțiunii G, este necesar ca eforturile secționale să fie translatate din centrul de greutate al secțiunii în centrul de greutate al armăturilor, G_a. Poziția acestuia, în raport cu centrul de greutate al secțiunii, Δy, depinde de corelația dintre $A_a y_a$ și $A'_a y'_a$ (fig. 6.20).

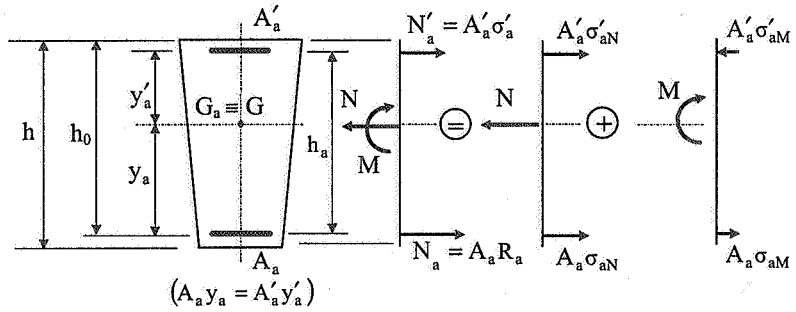


Fig. 6.19. Secțiunea conformată pentru întinderea excentrică cu excentricitate mică

Dacă centrul de greutate al armăturilor se suprapune peste centrul de greutate al secțiunii, atunci, pentru sensul de rotație al momentului încovoietor M din figura 6.19, se va produce curgerea armăturii A_a, în timp ce armătura A'_a nu ajunge la curgere.

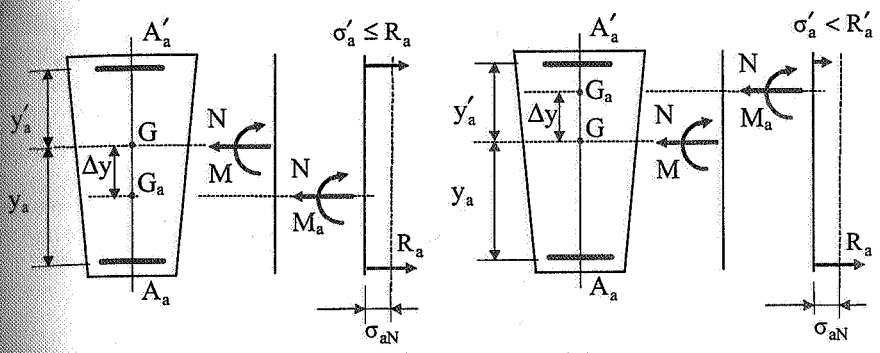
Dacă momentul încovoietor M produce întindere la nivelul centrului de greutate al armăturilor (fig. 6.20a), valoarea momentului încovoietor care acționează la nivelul centrului de greutate G_a este $M_a = M - N \cdot \Delta y$. Forța axială N produce alungiri egale în cele două armături, putându-se ajunge la curgerea acestora. Momentul încovoietor M_a produce o creștere a alungirii armăturii A_a și o scădere a alungirii armăturii A'_a. Deoarece $M_a < M$ este posibil ca alungirea armături A'_a să nu scadă întotdeauna sub valoarea corespunzătoare curgerii, astfel încât $\sigma'_a \le R_a$.

Dacă momentul încovoietor M produce scurtări la nivelul centrului de greutate al armăturilor (fig. 6.20b), valoarea momentului încovoietor care acționează la nivelul centrului de greutate G_a este $M_a = M + N \cdot \Delta y$. Deoarece $M_a > M$, efortul unitar σ'_{aM} va avea o valoare semnificativă, astfel încât în armătura A'_a nu se va atinge curgerea ($\sigma'_a < R_a$), chiar dacă forța axială N ar fi capabilă să producă singură curgerea acestei armături.

Ecuația de momente corespunzătoare curgerii armăturii A_a se scrie în raport cu armătura A'_a:

$$M + Ny'_a - N_a h_a = 0 \qquad (6.28)$$

și reprezintă ecuația segmentului CF a curbei de interacțiune (fig. 6.21).



a) centrul de greutate al armăturilor sub G $(A_a y_a > A'_a y'_a)$

b) centrul de greutate al armăturilor deasupra lui G $(A_a y_a < A'_a y'_a)$

Fig. 6.20. Secțiunea neconformată pentru întinderea excentrică cu excentricitate mică

Pentru o forță axială dată, momentul încovoietor capabil este:

$$M_{capl} = N_a h_a - Ny'_a = A_a R_a h_a - Ny'_a \qquad (6.28a)$$

Ecuația de momente corespunzătoare curgerii armăturii A'_a se scrie în raport cu armătura A_a:

$$M - Ny_a + N'_a h_a = 0 \qquad (6.29)$$

și reprezintă ecuația segmentului GF a curbei de interacțiune (fig. 6.21b).

Pentru o forță axială dată, momentul încovoietor capabil este:

$$M_{cap2} = Ny_a - N'_a h_a = Ny_a - A'_a R_a h_a \qquad (6.29a)$$

Corelația care există între momentul încovoietor M și forța axială N este redată prin curba de interacțiune $M - N$. În cazul întinderii excentrice cu excentricitate mică, forma curbei de interacțiune depinde și de poziția forței de întindere față de centrul de greutate al armăturilor, în figura 6.21 prezentându-se cele trei situații posibile.

Pentru cazul în care centrul de greutate al armăturilor coincide cu centrul de greutate al armăturii, curba de interacțiune este reprezentată de segmentul CF, corespunzător relației (6.28), constatându-se că momentul încovoietor capabil scade în același timp cu creșterea forței de întindere (fig. 6.21a).

Punctul C reprezintă limita dintre întinderea excentrică cu mare excentricitate și cea cu mică excentricitate. În acest caz, excentricitatea forței de întindere $e_0 = M/N$ este egală cu y_a și de aceea valoarea forței excentrice este $N_C = A_a R_a$, iar momentul încovoietor corespunzător, rezultat din relația (6.28), este $M_C = A_a R_a y_a$. În armătura A'_a efortul unitar este zero.

Dacă forța de întindere are valoarea $N_{0t} = (A_a + A'_a)R_a$ atunci din relația (6.28a) se obține $M_{capl} = A_a R_a h_a - Ny'_a = A_a R_a (y_a + y'_a) - (A_a + A'_a)R_a y'_a = A_a R_a y_a - A'_a R_a y'_a$, dar având în vedere că $A_a y_a = A'_a y'_a$ rezultă în final $M_{capl} = 0$, ceea ce corespunde întinderii centrice, reprezentată prin punctul F din figura 6.21a.

Dacă $A_a y_a > A'_a y'_a$, curba de interacțiune din figura 6.21b constă din segmentul CF și din segmentul GF, corespunzător relației (6.29).

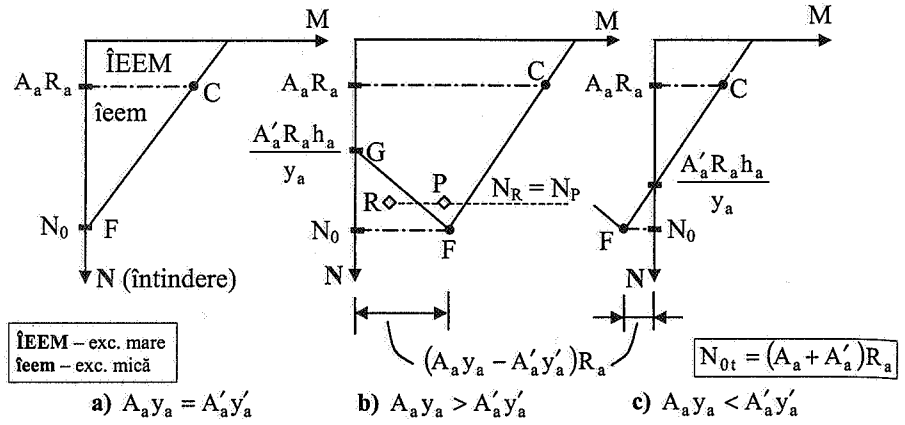


Fig. 6.21. Particularităţile curbei M – N pentru întinderea excentrică cu excentricitate mică

Segmentul GF relevă creşterea momentului încovoietor capabil după ce forţa de întindere depăşeşte valoarea $N_G = A'_aR_ah_a/y_a$, valoare ce se obţine din relaţia (6.29) dacă $M = 0$. Eforturile corespunzătoare punctului F se obţin din rezolvarea sistemului format din ecuaţiile (6.28) şi (6.29), rezultând forţa axială $N_F = N_{0t} = (A_a + A'_a)R_a$, respectiv momentul încovoietor $M_F = (A_ay_a - A'_ay'_a)R_a$.

Dacă $A_ay_a < A'_ay'_a$ curba de interacţiune este similară cu cea prezentată anterior, dar translatată în stânga axei N (fig. 6.21c).

Din punct de vedere grafic (fig. 6.21), secţiunea rezistă la acţiunea eforturilor N şi M, dacă acestea determină un punct în interiorul curbei de interacţiune (punctul P), în caz contrar secţiunea cedează (punctul R). Din punct de vedere analitic, secţiunea satisface starea limită de rezistenţă dacă:

$$M \le M_{cap1} \text{ pentru } A_ay_a \le A'_ay'_a$$

sau

$$M_{cap2} \le M \le M_{cap1} \text{ dacă } A_ay_a > A'_ay'_a$$

6.5.4.2. Încovoierea, cazul I de compresiune şi întinderea excentrică cu excentricitate mare (*MOD-ul B* de solicitare al secţiunii)

Pentru ca secţiunea să cedeze prin curgerea armăturii întinse, urmată de zdrobirea betonului comprimat, trebuie respectată condiţia:

$$\xi = \frac{x}{h_0} \le \xi_b \qquad (6.30)$$

Nesatisfacerea condiţiei (6.30) înseamnă:

- pentru elementele încovoiate: intrarea în domeniul betonului supraarmat, la care armătura întinsă nu curge ($\sigma_a < R_a$) în momentul zdrobirii betonului comprimat;
- pentru elementele comprimate: trecerea la cazul II de compresiune.

Elementele structurale care participă la preluarea acţiunilor seismice şi în care apar deformaţii post-elastice semnificative necesită asigurarea unei ductilităţi corespunzătoare. În acest scop, condiţia (6.30) se înlocuieşte cu condiţia mai restrictivă (6.31) şi anume:

$$\xi \le \xi_{lim} \qquad (6.31)$$

unde: $\xi_{lim} = 0{,}25$ – la extremităţile riglelor de cadru;

$\xi_{lim} = 0{,}40$ – la extremităţile stâlpilor; această valoare poate fi depăşită până la $\xi \le \xi_b$, cu condiţia majorării armăturii transversale conform tabelului 13.11 şi a majorării cu 25% a lungimii pe care pot apărea deformaţiile post-elastice.

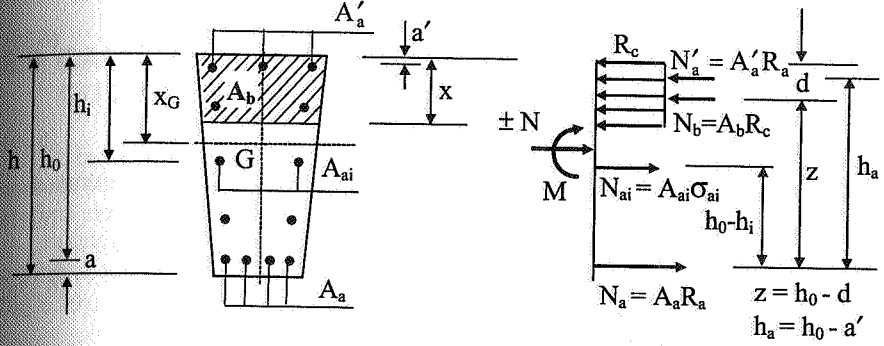


Fig. 6.22. Secţiunea supusă la încovoiere, cazul I de compresiune sau întindere excentrică cu excentricitate mare

Poziţia axei neutre rezultă din ecuaţia de proiecţii:

$$\pm N - N_b + N_a - N'_a + N_{ai} = \pm N - A_bR_c + (A_a - A'_a)R_a + \Sigma A_{ai}\sigma_{ai} = 0 \qquad (6.32)$$

Scrierea ecuaţiei de momente depinde de poziţia axei neutre. Astfel dacă:

① $x \ge 2a'$, atunci momentul încovoietor capabil rezultă din ecuaţia de momente în raport cu armătura A_a:

$$M \pm N(h_0 - x_G) - N_bz - N'_ah_a + \Sigma N_{ai}(h_0 - h_i) = 0 \qquad (6.33)$$

adică:

$$M_{cap} = A_bR_cz + A'_aR_ah_a - \Sigma A_{ai}\sigma_{ai}(h_0 - h_i) \mp N(h_0 - x_G) \qquad (6.33a)$$

② $x < 2a'$, atunci armătura comprimată nu curge şi se admite că rezultanta compresiunilor din beton şi din această armătură acţionează la nivelul armăturii A'_a; în această situaţie momentul încovoietor capabil rezultă din ecuaţia de momente în raport cu A'_a:

$$M \mp N(x_G - a') - N_ah_a - \Sigma N_{ai}(h_i - a') = 0 \qquad (6.34)$$

adică:

$$M_{cap} = A_aR_ah_a + \Sigma A_{ai}\sigma_{ai}(h_i - a') \pm N(x_G - a') \qquad (6.34a)$$

În relaţiile (6.32), (6.33) şi (6.34), efortul unitar σ_{ai} se determină conform relaţiei (6.26) şi se introduce ca valoare pozitivă pentru întindere. În cazul forţei axiale N, semnul superior se ia în cazul compresiunii.

Secțiunea satisface starea limită de rezistență, dacă este îndeplinită condiția:

$$M \le M_{cap}$$

În cazul elementelor supuse la compresiune excentrică, M reprezintă rezultatul unui calcul static de ordinul II sau al utilizării relației (6.6), inclusiv al corectării datorită efectului seismului, prin relația (6.2), atunci când este cazul.

6.5.4.3. Cazul II de compresiune (*MOD-ul C* de solicitare al secțiunii)

Cedarea secțiunii prin zdrobirea betonului comprimat, fără curgerea armăturii A_a, are loc atunci când:

$$\xi = \frac{x}{h_o} > \xi_b \qquad (6.35)$$

Poziția axei neutre rezultă din ecuația de proiecții:

$$N - N_b + N_a - N'_a + N_{ai} = N - A_b R_c + A_a \sigma_a - A'_a R_a + \Sigma A_{ai} \sigma_{ai} = 0 \qquad (6.36)$$

Momentul încovoietor capabil rezultă din ecuația de momente în raport cu armătura A_a:

$$M + N(h_0 - x_G) - N_b z - N'_a h_a + \Sigma N_{ai}(h_0 - h_i) = 0 \qquad (6.37)$$

adică:

$$M_{cap} = A_b R_c z + A'_a R_a h_a - \Sigma A_{ai} \sigma_{ai} (h_0 - h_i) - N(h_0 - x_G) \qquad (6.37a)$$

Eforturile unitare σ_a și σ_{ai} se determină după cum urmează:

σ_a – din relația (6.16) dacă $\xi_b < \xi \le 0{,}8$, respectiv din relația (6.22) dacă $\xi > 0{,}8$;

σ_{ai} – din relația (6.26) dacă $\xi \le 0{,}8$, respectiv din relația (6.27b) dacă $\xi > 0{,}8$.

Eforturile unitare σ_a și σ_{ai} se introduc cu valoare pozitivă pentru întindere.

Momentul încovoietor capabil al unei secțiuni armate numai cu armăturile A_a și A'_a, pentru cazul II de compresiune, poate fi obținut pe baza acceptării curbei limită de interacțiune sub forma unei drepte (fig. 6.23), ipoteză suficient de exactă pentru calculele practice.

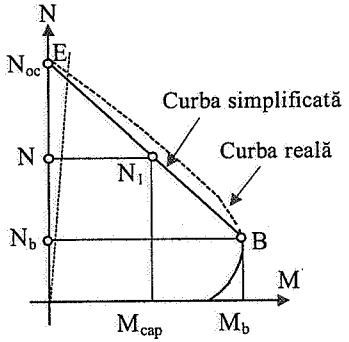


Fig. 6.23. Cazul II de compresiune - curba de interacțiune simplificată

Relația de calcul, stabilită pe baza asemănării triunghiurilor ENN_1 și EN_bB este:

$$M_{cap} = M_b \frac{N_{0c} - N}{N_{0c} - N_b} \qquad (6.38)$$

unde: $N_{0c} = A_b R_c + (A_a + A'_a) R_a$ este efortul capabil pentru cazul convențional al compresiunii centrice;

M_b și N_b sunt valorile corespunzătoare punctului de balans, obținute din relațiile (6.32) și (6.33a), pentru $x = x_b = \xi_b h_0$ și $\sigma_{ai} = 0$.

Important este faptul că acest procedeu este acoperitor, deoarece punctul N_1, determinat de eforturile N și M_{cap} se află în interiorul curbei de interacțiune reale (fig. 6.23).

Secțiunea satisface starea limită de rezistență, dacă:

$$M \le M_{cap}$$

în care M reprezintă rezultatul unui calcul static de ordinul II sau cel al utilizării relației (6.6).

6.6. CALCULUL ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE CU SECȚIUNE DE FORMĂ UZUALĂ

Se consideră cazul general al încovoierii drepte, calculul conducându-se în secțiuni normale pe axa elementului, la acțiunea momentului încovoietor de calcul din secțiune, conform metodei simplificate, prezentată la punctul 6.5.

În categoria elementelor încovoiate sunt cuprinse și cele la care momentul încovoietor este însoțit de o forță axială de compresiune cu valoare redusă, satisfăcând relația $N \le 0{,}05 A_b R_c$ (fig. 6.19).

6.6.1. Elemente cu secțiune dreptunghiulară simplu armată

În condițiile utilizării simplei armări, secțiunea activă în stadiul III de lucru se compune din secțiunea de beton comprimată A_b și armătura întinsă A_a (fig. 6.24).

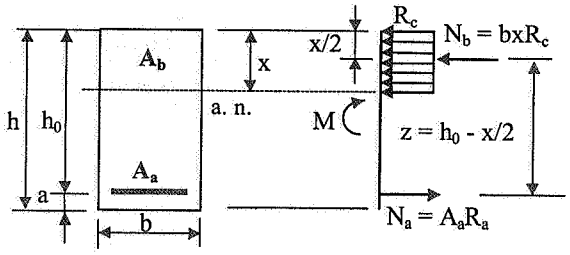


Fig. 6.24. Secțiunea dreptunghiulară simplu armată

Ruperea elementului din beton armat supus la încovoiere începe prin intrarea în curgere a armăturii A_a din zona întinsă și se termină prin zdrobirea betonului comprimat (în stadiul III). O astfel de rupere reprezintă *MOD-ul B* de cedare, conform punctului 6.5.3.1 și este condiționată de respectarea relației (6.14) referitoare la înălțimea zonei comprimate x, reprezentată prin valoarea ei relativă ξ:

$$\xi = \frac{x}{h_0} \le \xi_b$$

unde ξ_b are valorile date în tabelul 6.1 și corespunde punctului de balans B din curba de interacțiune M - N (fig. 6.19).

Valoarea maximă a înălțimii zonei comprimate rezultă:

$$x_b = \xi_b h_0 \tag{6.39}$$

Relațiile de calcul se bazează pe **ecuațiile de echilibru static**, și anume:

- ecuația de proiecții, obținută din relația (6.32):

$$(\Sigma N) = N_b - N_a = 0 \tag{6.40}$$

- ecuația de momente, scrisă în raport cu punctul de aplicație al rezultantei N_b:

$$(\Sigma M)_{Nb} = M - N_a z = 0 \tag{6.41a}$$

sau, conform relației (6.33), în raport cu rezultanta N_a:

$$(\Sigma M)_{Na} = M - N_b z = 0 \tag{6.41b}$$

unde M reprezintă solicitarea de calcul exterioară, iar $N_a z$, respectiv $N_b z$, forme de scriere a capacității portante a secțiunii simplu armate.

Eforturile interioare sunt $N_a = A_a R_a$ și $N_b = bxR_c$, care înlocuite în relația (6.40), conduc la forma:

$$bxR_c = A_a R_a \tag{6.42}$$

de unde se determină poziția axei neutre:

$$x = \frac{A_a}{bh_0}\frac{R_a}{R_c}h_0 = \mu\frac{R_a}{R_c}h_0 = \xi h_0 \tag{6.43}$$

unde s-a notat:

$$\xi = \mu\frac{R_a}{R_c} \tag{6.44}$$

În relațiile de mai sus μ este coeficientul de armare, raportat la secțiunea utilă bh_0.

Ecuația (6.41b) se poate pune sub forma:

$$M = N_b z = bxR_c(h_0 - 0{,}5x) \tag{6.45a}$$

în timp ce ecuația (6.41a) devine:

$$M = N_a z = A_a R_a(h_0 - 0{,}5x) \tag{6.45b}$$

În cele două relații (6.45a,b), $z = h_0 - 0{,}5x$ reprezintă brațul de pârghie al eforturilor interioare N_a și N_b (fig. 6.24).

Înlocuind în relația (6.45a) poziția axei neutre dată de (6.43), rezultă:

$$M = b\xi h_0 R_c\left(h_0 - 0{,}5\xi h_0\right) = \xi\left(1 - 0{,}5\xi\right)bh_0^2 R_c = mbh_0^2 R_c \tag{6.46}$$

în care s-a notat:

$$m = \xi\left(1 - 0{,}5\xi\right) \tag{6.47}$$

Având în vedere relația (6.44), se poate obține o altă formă de exprimare a coeficientului m:

$$m = \mu\frac{R_a}{R_c}\left(1 - 0{,}5\mu\frac{R_a}{R_c}\right) \tag{6.47a}$$

Înlocuind în relația (6.45b) poziția axei neutre dată de (6.43), rezultă:

$$M = A_a R_a\left(h_0 - 0{,}5\xi h_0\right) = A_a R_a\left(1 - 0{,}5\xi\right)h_0 = A_a R_a \zeta h_0 \tag{6.48}$$

unde valoarea relativă a brațului de pârghie z/h_0 este:

$$\zeta = 1 - 0{,}5\xi \tag{6.49}$$

În conformitate cu relația generală de calcul la starea limită de rezistență, relațiile (6.46) și (6.48) primesc formele:

$$M \le M_{cap} = mbh_0^2 R_c \tag{6.46a}$$

$$M \le M_{cap} = A_a R_a \zeta h_0 \tag{6.48a}$$

Capacitatea portantă, dată de relația (6.46a) sau (6.48a), depinde de o serie întreagă de parametri, fiecare având o pondere diferită. Tabelul 6.3 redă modul în care modificarea principalilor parametri influențează capacitatea portantă la încovoiere. Din analiza valorilor din tabelul 6.3 rezultă că variantele optime de modificare a caracteristicilor secțiunii transversale constau în creșterea înălțimii secțiunii transversale, a calității armăturii și a cantității de armătură. Ridicarea calității betonului și mărirea lățimii secțiunii reprezintă soluții neeconomice pentru mărirea capacității portante.

Tabelul 6.3. Variația capacității portante a secțiunii dreptunghiulare supuse la încovoiere

Parametrul	Modificarea parametrului		Variația parametrului	Variația capacității portante
	de la:	la:		
Înălțimea secțiunii ***h***	h	$2h$	100% ($\Delta z \cong 110\ldots120\%$)	110…120%
Calitatea armăturii $\boldsymbol{R_a}$	OB37	PC52	43%	39%
Procentul de armare ***p***	1%	2%	100%	80%
Calitatea betonului $\boldsymbol{R_c}$	C12/15	C16/20	32%	8,9%
Lățimea secțiunii ***b***	b	$2b$	100%	8,3%

Condiția generală de rupere (6.14) și expresia (6.44) permit determinarea procentului maxim de armare:

$$p_{max} = 100\mu_{max} = 100\xi_b\frac{R_c}{R_a} \tag{6.50}$$

În acest context, pe baza relației (6.46), capacitatea portantă maximă a secțiunii simplu armate este:

$$M_{cap\ max} = \xi_b\left(1 - 0{,}5\xi_b\right)bh_0^2 R_c = m_{max}bh_0^2 R_c \tag{6.51}$$

În tabelul 6.4 se dau valorile maxime ale înălțimii zonei comprimate, procentului de armare și capacității portante, în funcție de valorile lui ξ_b cuprinse în tabelul 6.1.

Pe de altă parte, se definește și noțiunea de procent minim de armare, care derivă din însăși noțiunea de beton armat și se deduce din condiția ca elementul de beton armat, realizat cu procentul minim de armare, să poată suporta un moment încovoietor cel puțin egal cu momentul încovoietor capabil al elementului de beton simplu cu aceleași caracteristici geometrice ale secțiunii transversale [54].

Tabelul 6.4. Limite pentru secţiunea dreptunghiulară simplu armată, în baza condiţiei (6.14)

ξ_b	0,60	0,55	0,50
x_b	$0{,}60h_0$	$0{,}55h_0$	$0{,}50h_0$
p_{max}	$60(R_c/R_a)$	$55(R_c/R_a)$	$50(R_c/R_a)$
m_{max}	0,420	0,399	0,375

Pe baza celor de mai sus este întocmit tabelul de calcul din anexa 13, cuprinzând valoarea relativă a poziţiei axei neutre ξ, valoarea relativă a braţului de pârghie ζ şi valoarea relativă a momentului încovoietor m, conform relaţiei (6.55), în funcţie de calitatea oţelului, clasa betonului şi procentul de armare [47]. Utilizarea acestui tabel asigură respectarea condiţiei de rupere $\xi \le \xi_b$ prin procentul maxim de armare, definit conform tabelului 6.4.

Proiectarea elementelor încovoiate cu secţiune dreptunghiulară, simplu armată

Sunt posibile două etape:

I - determinarea dimensiunilor secţiunii de beton;

II - determinarea ariei de armătură.

În *etapa I* sunt implicate patru necunoscute b, h, A_a şi x şi sunt disponibile două ecuaţii de echilibru static ($\Sigma N = 0$ şi $\Sigma M = 0$). În mod obişnuit, din cele patru necunoscute se alege lăţimea b a secţiunii şi procentul de armare p pe următoarele considerente:

- lăţimea b influenţează foarte puţin capacitatea portantă (tabelul 14.2);
- procentul de armare reprezintă valoarea relativă a ariei de armătură, cuprinzând în expresia lui ($p = 100\dfrac{A_a}{bh_0}$) corelaţia dintre caracteristicile secţiunii; procentul de armare se alege între p_{min} şi p_{max}, recomandându-se alegerea conform punctului 13.7.1.

Din relaţia (6.46a), în care se egalează capacitatea portantă cu momentul încovoietor, rezultă înălţimea utilă necesară:

$$h_0 = \sqrt{\frac{M}{mbR_c}} \tag{6.52}$$

în care coeficientul m se determină din anexa 13, în funcţie de calitatea materialelor (prin R_c şi R_a) şi procentul de armare ales.

Înălţimea necesară a secţiunii transversale este:

$$h = h_0 + a \tag{6.53}$$

unde a este distanţa de la axa ce trece prin centrul de greutate al ariei armăturilor A_a până la latura inferioară a secţiunii, ea conţinând şi acoperirea cu beton a armăturilor, stabilită conform punctului 13.2.

Valoarea efectivă a lui h se stabileşte la valoarea modulată cea mai apropiată de valoarea înălţimii necesare, având în vedere recomandările punctului 13.5.2 pentru grinzi şi ale punctului 13.5.3 pentru plăci:

- pentru grinzi, multiplu de 50 mm, dacă $h \le 800$ mm, respectiv de 100 mm, dacă $h > 800$ mm;
- pentru plăci, multiplu de 10 mm.

De asemenea, în cazul grinzilor, se recomandă satisfacerea raportului:

$$\frac{h}{b} = 1{,}5...3{,}0 \tag{6.54}$$

În *etapa II* se determină aria de armătură A_a. Plecând de la înălţimea efectivă, obţinută din etapa I sau impusă de necesităţi arhitecturale, rezultă înălţimea utilă efectivă:

$$h_0 = h - a$$

Se calculează valoarea relativă a momentului încovoietor pe baza relaţiei (6.46):

$$m = \frac{M}{bh_0^2 R_c} \tag{6.55}$$

iar din anexa 13 se determină procentul corespunzător de armare p sau, opţional, valorile lui ξ sau ζ, de unde rezultă aria de armătură sub una din următoarele forme[1]:

$$A_a = p\frac{bh_0}{100};\ A_a = \xi\frac{R_c}{R_a}bh_0 \text{ sau } A_a = \frac{M}{\zeta h_0 R_a} \tag{6.56a, b, c}$$

Dacă dimensiunile secţiunii nu au fost determinate pe baza calculului din etapa I, se poate întâmpla ca:

- $m < 0{,}01$, valoarea minimă din anexa 13; în acest caz, A_a se stabileşte pe baza procentelor minime de armare (tabelul 13.12);
- $m > m_{max}$, secţiunea de beton este insuficientă pentru a prelua momentul încovoietor M; pentru mărirea capacităţii portante se poate adopta dubla armare, dacă nu este posibilă modificarea dimensiunilor secţiunii de beton.

Verificarea elementelor încovoiate cu secţiune dreptunghiulară, simplu armată

Cunoscând caracteristicile secţiunii b, h (h_0), A_a (p), calităţile materialelor R_c şi R_a şi solicitarea de calcul M, se pune problema determinării capacităţii portante. Necunoscutele sunt M_{cap} şi x, care se determină din ecuaţiile de echilibru static ($\Sigma N = 0$ şi $\Sigma M = 0$).

Calculul se poate conduce direct, prin rezolvarea sistemului de ecuaţii, sau cu ajutorul anexei 13.

a. Calculul direct

Se determină poziţia axei neutre din relaţia (6.42), $x = A_a R_a / bR_c$, care se compară cu $x_b = \xi_b h_0$. Dacă $x \le x_b$, capacitatea portantă rezultă din relaţia (6.45a) sau (6.45b); dacă $x > x_b$, capacitatea portantă a secţiunii se limitează la valoarea dată de relaţia $M_{cap} = bx_b R_c (h_0 - 0{,}5x_b)$, care este echivalentul relaţiei (6.51).

b. Calculul cu anexa 13

Se calculează valoarea procentului de armare:

$$p = \frac{100A_a}{bh_0}$$

În funcţie de R_c, R_a şi p, din anexa 13 se determină coeficientul m şi din relaţia (6.46) rezultă:

---

[1] Pentru cazurile care nu pot fi încadrate în anexa 13 ($m_{bc} < 1$, alte calităţi de materiale etc.), cu m se calculează, din relaţia (6.47), $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2m}$. Dacă $\xi \le \xi_b$, atunci aria armăturii întinse se calculează cu relaţia (6.56b); dacă $\xi > \xi_b$, secţiunea simplu armată este insuficientă pentru preluarea momentului încovoietor respectiv.

$$M_{cap} = mbh_0^2 R_c$$

Dacă $p > p_{max}$, capacitatea portantă este $M_{cap\,max}$, conform relației (6.51).

Secțiunea satisface starea limită de rezistență dacă este îndeplinită condiția (6.46a) $M \le M_{cap}$.

Nesatisfacerea condiției de mai sus poate implica:

- *reproiectarea elementului*, modificând dimensiunile secțiuni de beton și/sau aria de armătură, sau trecerea la dubla armare, când construcția este încă în etapa de proiectare.
- *consolidarea elementului*, în cazul verificării unei construcții existente;

Aplicația numerică 6.1. *Secțiunea dreptunghiulară simplu armată - determinarea secțiunii de beton și de armătură*

Se cere dimensionarea grinzii din beton armat monolit, de 9 m lungime, cunoscând: $M = 350\,\text{kNm}$; materialele folosite: beton C16/20 și oțel PC52; elementul se încadrează în categoria I de expunere conform tabelului 13.2.

$R_c^* = 12{,}5\,\text{N/mm}^2$; $m_{bc} = 1{,}0$ (anexele 2 și 3) rezultă $R_c = 12{,}5\,\text{N/mm}^2$

$R_a = 300\,\text{N/mm}^2$ (anexa 8)

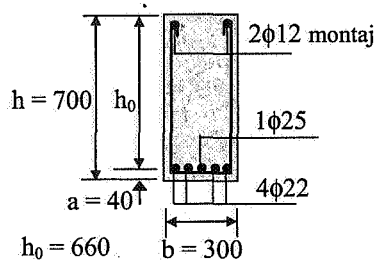


Fig. Apl.6.1.

- Predimensionarea secțiunii de beton se face cu ajutorul tabelului 13.7. Se aleg: $h = 750\,\text{mm}$ și $b = 300\,\text{mm}$.
- Definitivarea dimensiunilor secțiunii de beton.

Procentul de armare se alege $p = 1{,}12\%$; din anexa 13 rezultă $m = 0{,}234$.

Se calculează cu relația (6.52) înălțimea utilă necesară, cu $b = 300\,\text{mm}$:

$$h_{0nec} = \sqrt{\frac{M}{mbR_c}} = \sqrt{\frac{350 \cdot 10^6}{0{,}234 \cdot 300 \cdot 12{,}5}} = 631\,\text{mm}$$

Acoperirea cu beton, $c = 25\,\text{mm}$, rezultă din tabelul 13.3; se presupune că se vor utiliza armături ϕ25, deci $a = 25 + \frac{25}{2} \cong 40\,\text{mm}$. Din relația (6.53) rezultă:

$h = h_0 + a = 631 + 40 = 671\,\text{mm}$; prin rotunjire se alege $\boldsymbol{h = 700\ mm}$

Se verifică raportul dimensiunilor, conform relației (6.54):

$h/b = 700/300 = 2{,}33\ h/b$;

deoarece $1{,}5 \le h/b \le 3$, dimensiunile sunt corect alese.

Se calculează înălțimea utilă efectivă:

$h_0 = h - a = 700 - 40 = 660\,\text{mm}$

- Pentru determinarea ariei de armătură se calculează coeficientul m cu relația (6.55):

$$m = \frac{M}{bh_0^2 R_c} = \frac{350 \cdot 10^6}{300 \cdot 660^2 \cdot 12{,}5} = 0{,}214$$

Din anexa 13 rezultă prin interpolare $p = 1{,}015\%$; se calculează aria de armătură cu relația (6.56a):

$$A_a = p\frac{bh_0}{100} = 1{,}015\frac{300 \cdot 660}{100} = 2010\,\text{mm}^2$$

Din anexa 26 se aleg barele: $1\phi25 + 4\phi22$, cu $A_a = 2011\,\text{mm}^2$. Având în vedere distanța minimă necesară dintre bare, de 25 mm (pct. 13.7.1, fig. 13.20), barele se pot dispune pe un rând, conform figurii Apl.6.1, deoarece $b_{nec} = 6 \cdot 25 + 25 + 4 \cdot 22 = 263\,\text{mm} < b = 300\,\text{mm}$.

Variantă de calcul direct

După determinarea coeficientului m cu relația (6.55), se calculează ξ din relația (6.47), apoi aria de armătură din (6.56b):

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0{,}214} = 0{,}244 < \xi_b = 0{,}55$$

$$A_a = \xi\frac{R_c}{R_a}bh_0 = 0{,}244 \cdot 300 \cdot 660\frac{12{,}5}{300} = 2013\,\text{mm}^2$$

Aplicația numerică 6.2. *Secțiunea dreptunghiulară simplu armată - determinarea capacității portante*

Se cere verificarea grinzii monolite cu caracteristicile $b/h/A_a$, adică 250/600/6ϕ16, (fig. Apl.6.2) supusă momentului încovoietor $M = 150\,\text{kNm}$, cunoscând: clasa de beton C12/15 pentru care $R_c = 9{,}5\,\text{N/mm}^2$ (cu $m_{bc} = 1{,}0$), oțel PC52; acoperirea cu beton $c = 25\,\text{mm}$.

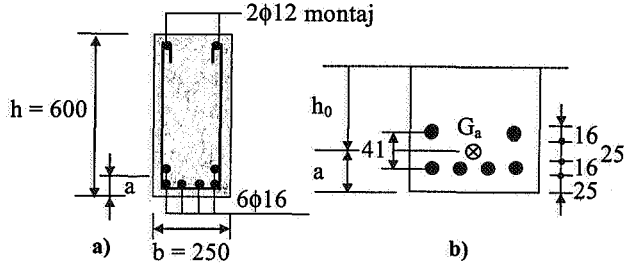


Fig. Apl. 6.2.

- Conform figurii Apl.6.2, distanța de la fibra inferioară până la centrul de greutate al armăturilor așezate pe două rânduri este:

$$a = 25 + \frac{16}{2} + \frac{2 \cdot 201 \cdot 41}{1206} = 46{,}7\,\text{mm},$$

cu care rezultă $h_0 = 600 - 46{,}7 = 553{,}3\,\text{mm}$

Se calculează procentul de armare, apoi din anexa 13 se determină m:

$$p = \frac{A_a 100}{bh_0} = \frac{1206 \cdot 100}{250 \cdot 553{,}3} = 0{,}872\%$$

$$m = 0{,}237$$

- Momentul capabil se determină cu relația (6.46a):

$$M_{cap} = mbh_0^2 R_c = 0{,}237 \cdot 250 \cdot 553{,}3^2 \cdot 9{,}5 = 173 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 173 \text{ kNm}$$

Deoarece $M = 150 \text{ kNm} < M_{cap} = 173 \text{ kNm}$, grinda rezistă la solicitarea dată.

Variantă de calcul direct

Se calculează poziția axei neutre și momentul capabil cu ecuațiile (6.42) și (6.45b):

$$x = \frac{A_a R_a}{bR_c} = \frac{1206 \cdot 300}{250 \cdot 9{,}5} = 152 \text{ mm} < x_b = \xi_b h_0 = 0{,}55 \cdot 553{,}3 = 304 \text{ mm (rel. 6.39)}$$

$$M_{cap} = A_a R_a \left(h_0 - 0{,}5x\right) = 1206 \cdot 300 \left(553{,}3 - 0{,}5 \cdot 152\right) = 173 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 173 \text{ kNm}.$$

6.6.2. Elemente încovoiate cu secțiune dreptunghiulară dublu armată

Dubla armare, la care există armătură de rezistență și în zona comprimată (A_a') a secțiunii transversale (fig. 6.25), se utilizează în următoarele cazuri:

- grinzi supuse la solicitări alternante de încovoiere;
- în secțiunile de reazem ale grinzilor cadrelor cu protecție seismică, chiar dacă nu există alternanța momentelor încovoietoare, deoarece, conform prevederilor specifice pentru riglele cadrelor antisesismice se dispun armături la partea superioară cât și la partea inferioară a secțiunii (pct.13.7.1);
- în secțiunile de reazem ale grinzilor continue, dacă armătura din zona comprimată este ancorată suficient;
- secțiunea este insuficientă și nu poate fi mărită, din considerente constructive sau arhitecturale.

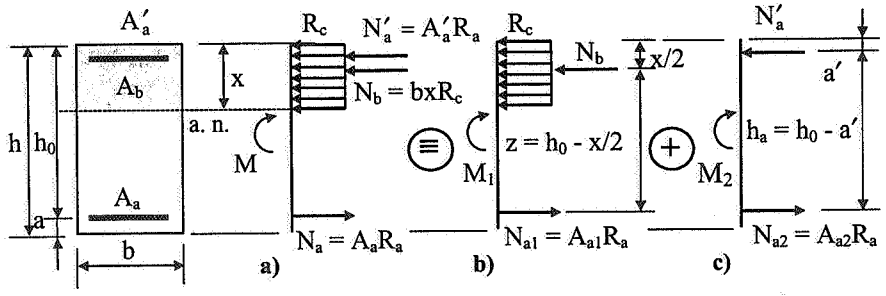


Fig. 6.25. Secțiune dreptunghiulară dublu armată

Se observă din figura 6.25a că armătura din zona întinsă echilibrează atât rezultanta compresiunilor din beton, cât și rezultanta din armătura A_a'. O parte din armătura întinsă, A_{a1}, echilibrează compresiunile din beton, în timp ce restul de armătură întinsă, A_{a2}, echilibrează armătura comprimată, deci $A_{a2} = A_a'$ (fig. 6.25c).

Ca și în cazul armării simple, ruperea începe prin curgerea armăturii întinse A_a și se termină prin zdrobirea betonului comprimat. O astfel de rupere reprezintă *MOD-ul B* de cedare, conform punctului 6.5.3.1, și este condiționată de respectarea relației (6.14), adică:

$$\xi = \frac{x}{h_0} \le \xi_b$$

În vederea asigurării unei ductilități corespunzătoare ale *extremităților riglelor făcând parte din cadre cu protecție seismică* (zone potențial plastice), condiția de mai sus se înlocuiește cu una mai restrictivă și anume:

$$\xi \le \xi_{lim} = 0{,}25$$

Valoarea efortului unitar în armătura comprimată A_a' depinde de poziția acesteia în raport cu axa neutră (pct. 6.5.3.2) și se ia în considerare după cum urmează:

- $\sigma_a' = R_a$ dacă $x \ge 2a'$, condiție care se poate pune și sub forma:

$$\xi \ge 2a'/h_0 \qquad (6.57)$$

- $\sigma_a' < R_a$ dacă $x < 2a'$; se admite simplificarea că rezultanta globală a compresiunilor din beton și armătură ($N_b + N_a'$) se află la nivelul centrului de greutate al armăturii A_a' (N_b este coliniar cu N_a').

Ecuațiile de echilibru static

Pentru simplitate, starea de eforturi s-a descompus corespunzător cuplurilor M_1 și M_2 (fig. 6.25).

- ecuația de proiecții se obține din relația (6.32):

$$(\Sigma N) = N_b + N_a' - N_a = 0 \qquad (6.58)$$

- ecuația de momente depinde de poziția axei neutre:
  - dacă $x \ge 2a'$, pornind de la relația (6.33), se obține:

$$(\Sigma M)_{Na} = M - N_b z - N_a' h_a = 0 \qquad (6.59)$$

  - dacă $x < 2a'$, pornind de la relația (6.34), se obține:

$$(\Sigma M)_{N_a' + N_b} = M - N_a h_a = 0 \qquad (6.60)$$

unde $h_a = h_0 - a'$ reprezintă distanța dintre centrele de greutate ale armăturilor A_a și A_a', respectiv între N_a și N_a'.

În ipoteza satisfacerii condiției (6.57), în relațiile (6.58) și (6.59) se introduc:

$$N_b = bxR_c,\ N_a = A_a R_a \text{ și } N_a' = A_a' R_a$$

Poziția axei neutre x, respectiv valoarea relativă a acesteia ξ, rezultă:

$$x = \frac{(A_a - A_a')R_a}{bR_c} = \frac{A_a - A_a'}{bh_0} \cdot \frac{R_a}{R_c} h_0 = (\mu - \mu')\frac{R_a}{R_c} h_0 = \xi h_0 \qquad (6.61)$$

în care s-a notat:

$$\xi = (\mu - \mu')\frac{R_a}{R_c} \qquad (6.62)$$

Ecuația de momente (6.59) devine:

$$M = bxR_c(h_0 - 0{,}5x) + A'_aR_ah_a \tag{6.63}$$

Înlocuind în relația (6.63) poziția axei neutre dată de relația (6.61), rezultă:

$$M = M_1 + M_2 = \xi(1-0{,}5\xi)bh_0^2R_c + A'_aR_ah_a = mbh_0^2R_c + A'_aR_ah_a \tag{6.64}$$

Se observă că în relația (6.64) primul termen M_1 reprezintă momentul preluat de secțiunea simplu armată, în timp ce al doilea termen M_2 reprezintă aportul armăturii comprimate (fig. 6.25).

În conformitate cu relația generală de calcul la starea limită de rezistență, relația (6.64) se pune sub forma:

$$M \le M_{cap} = M_1 + M_2 = mbh_0^2R_c + A'_aR_ah_a \tag{6.65}$$

Pentru a nu se produce o sporire exagerată a armăturii comprimate se recomandă respectarea condiției:

$$M \le S_0R_c = 0{,}5bh_0^2R_c \tag{6.66}$$

În situația nesatisfacerii condiției (6.57), ceea ce înseamnă $x < 2a'$, relația (6.60) se pune sub forma:

$$M \le M_{cap} = A_aR_ah_a \tag{6.67}$$

Proiectarea elementelor încovoiate cu secțiune dreptunghiulară, dublu armată

Calculul implică cunoașterea dimensiunilor secțiunii transversale b și h (h_0) și a calității materialelor, putându-se întâlni două cazuri, legate de cunoașterea sau necunoașterea armăturii din zona comprimată.

Cazul I se referă la situația când, pentru o secțiune dată, a rezultat $m > m_{max}$, cu m obținut din relația (6.55). Soluția economică este dată de utilizarea la maxim a capacității de rezistență a zonei comprimate de beton, ceea ce se obține pentru $\xi = \xi_b$, situație în care capacitatea portantă a secțiunii dreptunghiulare simplu armate este maximă conform relației (6.51). Aceasta conduce la o cantitate necesară minimă de armătură comprimată, respectiv la relația $M = M_{1\,max} + M_{2\,min}$.

În acest context, ecuațiile (6.65) și (6.58) devin:

$$M = m_{max}bh_0^2R_c + A'_aR_ah_a$$

$$\xi_bbh_0R_c + A'_aR_a - A_aR_a = 0$$

Din relațiile de mai sus rezultă:

$$A'_a = \frac{M - M_{1max}}{R_ah_a} = \frac{(m - m_{max})bh_0^2R_c}{R_ah_a} \tag{6.68}$$

$$A_a = \xi_b\frac{R_c}{R_a}bh_0 + A'_a = \frac{p_{max}}{100}bh_0 + A'_a \tag{6.69}$$

Aria de armătură comprimată A'_a trebuie să respecte condiția:

$$A'_a \ge A'_{a\,min} \tag{6.70}$$

în care $A'_{a\,min}$ rezultă din condiții de procent minim de armare, număr minim de bare și diametru minim.

Cazul II se referă la situația în care armătura din zona comprimată A'_a este cunoscută. În acest context, din ecuația de momente (6.65) se calculează:

$$m = \frac{M - A'_aR_ah_a}{bh_0^2R_c} \tag{6.71}$$

În cazul în care $m > m_{max}$, armătura A'_a este insuficientă, ea trebuie deci majorată astfel încât coeficientul m, obținut din relația (6.71), să se înscrie în valorile tabelului anexei 13.

Pentru valori $m > 0$, din anexa 13 se determină ξ și p - procentul de armare corespunzător armăturii A_{a1}; în corelație cu condiția (6.57), pot interveni două situații:

- $x = \xi h_0 \ge 2a'$, caz în care $A_a = A_{a1} + A_{a2} = \xi\frac{R_c}{R_a}bh_0 + A'_a = \frac{p}{100}bh_0 + A'_a$ (6.72)
- $x = \xi h_0 < 2a'$, caz în care din relația (6.67) rezultă: $A_a = \frac{M}{R_ah_a}$ (6.73)

Valoarea $m \le 0$ înseamnă $x < 2a'$; în consecință, pentru determinarea ariei armăturii întinse A_a se folosește relația (6.73).

Verificarea elementelor încovoiate cu secțiune dreptunghiulară, dublu armată

Cunoscând caracteristicile secțiunii b, h, A_a, A'_a, calitățile materialelor și solicitarea de calcul M, se pune problema determinării capacității portante. Necunoscutele sunt M_{cap} și x, care se determină din ecuațiile de echilibru static ($\Sigma N = 0$ și $\Sigma M = 0$).

Calculul se poate conduce direct prin rezolvarea sistemului de ecuații sau cu ajutorul anexei 13.

a. Calculul direct

Se determină poziția axei neutre din relația (6.61): $x = (A_a - A'_a)R_a/bR_c$.

Dacă $x \ge 2a'$, capacitatea portantă rezultă din relația (6.63):

$$M_{cap} = bxR_c(h_0 - 0{,}5x) + A'_aR_ah_a,$$

dar, dacă $x < 2a'$, se aplică relația (6.67):

$$M_{cap} = A_aR_ah_a$$

În cazul în care $x > x_b = \xi_bh_0$, capacitatea portantă se limitează la valoarea dată de relația $M_{cap} = M_{1max} + M_2 = bx_bR_c(h_0 - 0{,}5x_b) + A'_aR_ah_a$.

b. Calculul cu anexa 13

Din relația (6.72) se calculează:

$$p = 100\frac{A_a - A'_a}{bh_0} \tag{6.74}$$

Acest procent de armare corespunde armăturii A_{a1} a secțiunii dreptunghiulare simplu armate (fig. 6.25b), ceea ce face posibilă utilizarea anexei 13.

Din anexa 13 se determină valoarea relativă a poziției axei neutre ξ și coeficientul m:

- dacă $x = \xi h_0 \ge 2a'$, capacitatea portantă se determină din relația (6.64):

$$M_{cap} = \xi(1-0{,}5\xi)bh_0^2R_c + A'_aR_ah_a = mbh_0^2R_c + A'_aR_ah_a \tag{6.75}$$

- dacă $x = \xi h_0 < 2a'$, capacitatea portantă se determină din relația (6.67):

$$M_{cap} = A_a R_a h_a$$

Dacă $p > p_{max}$, capacitatea portantă se limitează la valoarea:

$$M_{cap\ max} = M_{1max} + M_2 = m_{max} b h_0^2 R_c + A'_a R_a h_a$$

Secțiunea satisface starea limită de rezistență dacă este îndeplinită condiția $M \le M_{cap}$.

Aplicația numerică 6.3. *Secțiunea dreptunghiulară dublu armată - calculul ariei de armătură întinsă*

Se cere determinarea ariei de armătură întinsă de pe reazemul unei grinzi continue din beton armat monolit, cunoscând: b/h = 250/550 mm; M = 210 kNm; beton C12/15 pentru care R_c = 9,5 N/mm^2 (cu m_{bc} = 1,0,) și oțel PC52 (R_a = 300 N/mm^2); armătura inferioară, comprimată, înnădită prin suprapunerea, este 2ϕ20 (fig. Apl.6.3).

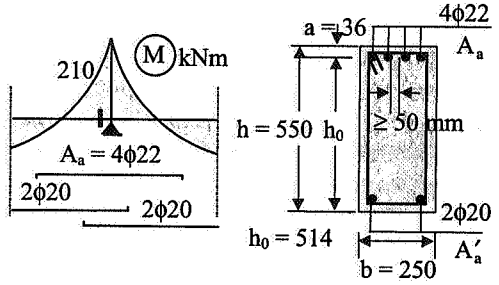


Fig. Apl.6.3.

Pe reazem secțiunea de calcul este dublu armată, deoarece armăturile din zona comprimată (2ϕ20) pot fi considerate continue, fiind suprapuse pe o lungime $l_s = 30d = 30 \cdot 20 = 600$ mm (pct. 13.4.1.1).

- Se calculează coeficientul m cu relația (6.71), în care $a' = 35$ mm; $a = 25 + \frac{22}{2} = 36$ mm pentru (ϕ22);

$$h_0 = h - a = 550 - 36 = 514 \text{ mm}; \; h_a = h_0 - a' = 514 - 35 = 479 \text{ mm}$$

$$m = \frac{M - A'_a R_a h_a}{b h_0^2 R_c} = \frac{210 \cdot 10^6 - 628 \cdot 300 \cdot 479}{250 \cdot 514^2 \cdot 9{,}5} = 0{,}191$$

Din anexa 13 rezultă $\xi = 0{,}215$ și $p = 0{,}68\%$; $x = \xi h_0 = 0{,}215 \cdot 514 = 110$ mm. Deoarece $x > 2a' = 70$ mm, A_a se determină cu relația (6.72):

$$A_a = A_a = p\frac{b h_0}{100} + A'_a = 0{,}68 \cdot \frac{250 \cdot 514}{100} + 628 = 1502 \text{ mm}^2$$

- Se aleg barele **4ϕ22**, cu aria $A_a = 1520$ mm^2; dispunerea barelor se face pe un rând, ținând seama de recomandările de la punctul 13.7.1.

Variantă de calcul direct

După calculul valorii m, din relația (6.47) rezultă:

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0{,}191} = 0{,}214;$$

$$x = \xi h_0 = 0{,}215 \cdot 514 = 110 \text{ mm} > 2a' = 70 \text{ mm}$$

Aria de armătură întinsă se calculează cu relația (6.72):

$$A_a = \xi b h_0 \frac{R_c}{R_a} + A'_a = 0{,}214 \cdot 250 \cdot 514 \cdot \frac{9{,}5}{300} + 628 = 1498 \text{ mm}^2$$

Aplicația numerică 6.4. *Secțiunea dreptunghiulară dublu armată - determinarea capacității portante*

Se cere determinarea capacității portante pentru secțiunea de reazem a unei grinzi monolite continue (fig. Apl.6.4), executată dintr-un beton C16/20 pentru care $R_c = 12{,}5$ N/mm^2, cunoscând: $b/h = 250/600$ mm; $c = 25$ mm; armăturile 4ϕ22 cu $A_a = 1520$ mm^2, respectiv 3ϕ18 cu $A'_a = 762$ mm^2, executate din oțel PC52 ($R_a = 300$ N/mm^2).

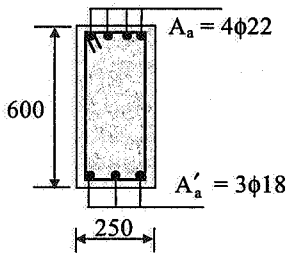


Fig. Apl.6.4.

$$a = 25 + \frac{22}{2} = 36 \text{ mm}; \; a' = 25 + \frac{18}{2} = 34 \text{ mm}$$

$$h_0 = h - a = 600 - 36 = 564 \text{ mm}; \; h_a = h_0 - a' = 564 - 34 = 530 \text{ mm}$$

Calculul direct cu ecuațiile de echilibru static

- Se calculează poziția axei neutre cu relația (6.61):

$$x = \frac{(A_a - A'_a)R_a}{bR_c} = \frac{(1520 - 762)300}{250 \cdot 12{,}5} = 72{,}7 \text{ mm} < x_b = \xi_b h_0 = 0{,}55 \cdot 564 = 310 \text{ mm}$$

$$x > 2a' = 2 \cdot 34 = 68 \text{ mm}$$

- Momentul capabil rezultă din relația (6.63):

$$M_{cap} = bxR_c(h_0 - 0{,}5x) + A'_a R_a h_a =$$

$$= 250 \cdot 72{,}7 \cdot 12{,}5(564 - 0{,}5 \cdot 72{,}7) + 762 \cdot 300 \cdot 530 = 241 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 241 \text{ KNm}$$

Variantă de calcul cu anexa 13

Se calculează $p = \frac{(A_a - A'_a)100}{b h_0} = \frac{(1520 - 762)100}{250 \cdot 564} = 0{,}537\%$ (relația 6.74)

Din anexa 13 rezultă: $\xi = 0{,}129 < \xi_b = 0{,}55$ şi $m = 0{,}121$.

Deoarece $x = \xi_b h_0 = 0{,}129 \cdot 564 = 72{,}7\ \text{mm} > 2a' = 68\ \text{mm}$, momentul capabil se calculează cu relaţia (6.75):

$$M_{cap} = mbh_0^2 R_c + A'_a R_a h_a = 0{,}121 \cdot 250 \cdot 564^2 \cdot 12{,}5 + 762 \cdot 300 \cdot 530 = 241 \cdot 10^6\ \text{Nmm}$$

6.6.3. Elemente încovoiate cu secţiune în formă de T având placa în zona comprimată

Secţiunile în formă de T se întâlnesc frecvent la grinzi prefabricate, la grinzile planşeelor monolite şi la alte elemente de rezistenţă cu secţiuni în formă de I, sau chesonate, care sunt asimilabile cu secţiunile în formă de T.

Secţiunea se consideră în formă de T dacă inima grinzii şi placa, dispusă în zona comprimată, sunt legate monolit, fiind capabile să conlucreze solidar până la rupere. Grosimea plăcii trebuie să fie cel puţin 5% din înălţimea inimii, adică:

$$h_p \geq 0{,}05h \tag{6.76}$$

În situaţiile în care condiţia (6.76) nu este îndeplinită, aportul plăcii se poate neglija şi secţiunile se vor calcula ca secţiuni dreptunghiulare obişnuite, cu dimensiunile b şi h.

6.6.3.1. Lăţimea activă a plăcii

Datorită conlucrării ce există între inima grinzii şi placă, aceasta urmăreşte deformaţiile inimii. Deformaţia plăcii se atenuează pe măsura îndepărtării de inimă, deoarece rigiditatea plăcii este mult mai mică decât a inimii (fig. 6.26a). De aceea distribuţia eforturilor unitare de compresiune pe lăţimea plăcii este neuniformă, având intensitatea maximă în dreptul inimii (fig. 6.26b).

Lăţimea teoretică activă a plăcii rezultă din condiţia ca suprafaţa distribuţiei teoretice a eforturilor unitare să fie egală cu suprafaţa curbei reale de distribuţie, acceptând acelaşi efort unitar maxim în dreptul inimii $\sigma_b = R_c$ [138].

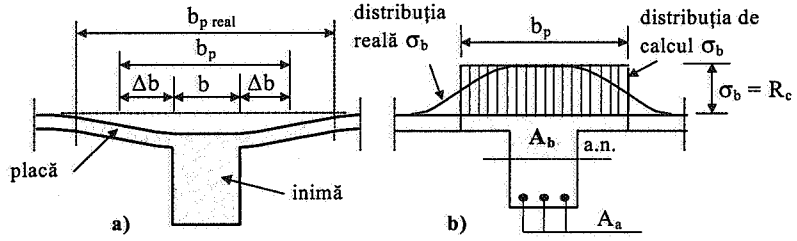


Fig. 6.26. Conlucrarea plăcii cu inima

Determinarea lăţimii de calcul b_p, conform celor de mai sus, este dificilă pentru calculele uzuale, de aceea pentru elementele construcţiilor civile şi industriale se foloseşte procedura simplificată din anexa 11.

6.6.3.2. Secţiunea în formă de T, simplu armată

Calculul se face în funcţie de poziţia axei neutre pe înălţimea secţiunii transversale, deosebindu-se două situaţii: axa neutră în placă sau în inima grinzii.

Pentru estimarea poziţiei axei neutre, se pleacă de la situaţia ipotetică a axei neutre plasate la marginea inferioară a plăcii, deci $x = h_p$ (fig. 6.27a) şi se scriu cele două ecuaţii de echilibru static.

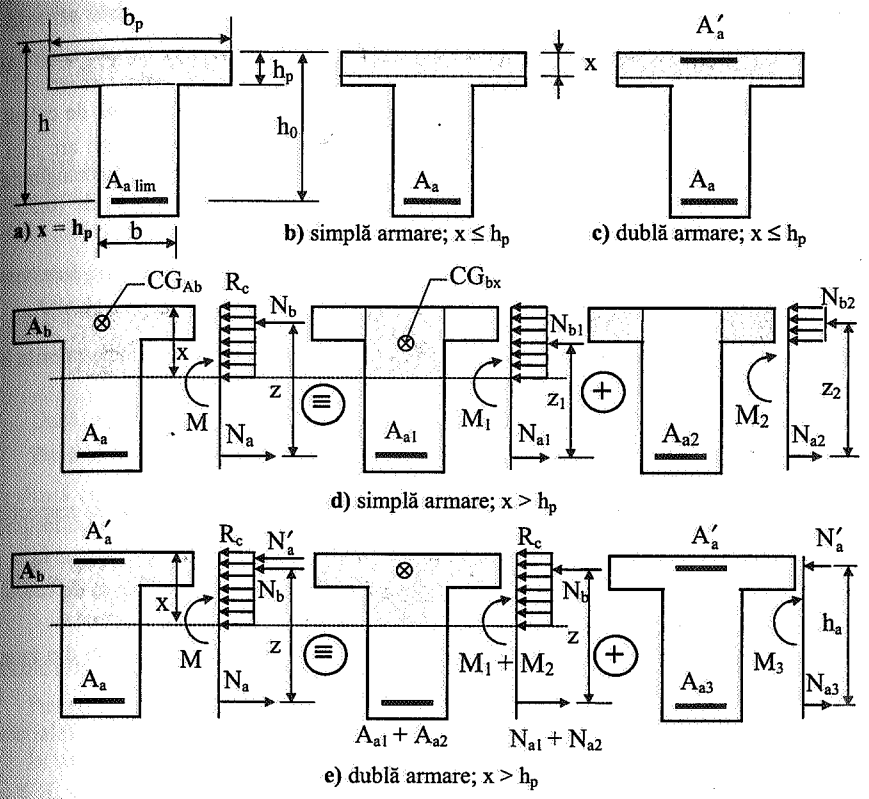


Fig. 6.27. Secţiune în formă de T cu placa în zona comprimată

Din ecuaţia de proiecţii $N_a - N_b = b_p h_p R_c - A_{a\ lim} R_a = 0$, se determină aria armăturii care echilibrează compresiunile din placă în această situaţie limită:

$$A_{a\ lim} = b_p h_p \frac{R_c}{R_a} \tag{6.77}$$

Din ecuaţia de momente scrisă în raport cu armătura întinsă rezultă:

$$M_{lim} = b_p h_p R_c \left(h_0 - 0{,}5h_p\right) \tag{6.78}$$

Cele două relaţii se folosesc în funcţie de scopul calculului; astfel, dacă la proiectare:

$$M \leq M_{lim} \tag{6.79}$$

respectiv la verificare:

$$A_a \leq A_{a\ lim} \tag{6.80}$$

atunci axa neutră este plasată în placă ($x \leq h_p$). Evident, în caz contrar, axa neutră este plasată în inimă.

Proiectarea elementelor încovoiate cu secțiune în formă de T, simplu armată

Cunoscându-se dimensiunile secțiunii transversale b, h, b_p, h_p, calitatea materialelor și solicitarea de calcul M, se calculează M_{lim} cu relația (6.78).

Dacă $M \le M_{lim}$, *axa neutră se află în placă* (fig. 6.27b). Deoarece forma de calcul a secțiunii depinde de forma zonei comprimate (zona întinsă, fiind fisurată, nu are nici o influență), din punctul de vedere al calculului secțiunea se consideră de formă dreptunghiulară de înălțime h și lățime b_p. Pentru calculul ariei de armătură se folosesc relațiile (6.55) și (6.56), în care b se înlocuiește cu b_p. În succesiunea operațiilor se calculează:

$$m = \frac{M}{b_p h_0^2 R_c}$$

iar din anexa 13 se determină procentul corespunzător de armare p sau, opțional, valorile lui ξ sau ζ, de unde rezultă aria de armătură sub una din următoarele forme:

$$A_a = p\frac{b_p h_0}{100};\ A_a = \xi\frac{R_c}{R_a}b_p h_0 \text{ sau } A_a = \frac{M}{\zeta h_0 R_a}$$

Procentul de armare are valori mici, fiind raportat la $b_p h_0$. Pentru aprecierea respectării limitelor impuse procentului de armare, aria de armătură se raportează la bh_0.

Dacă $M > M_{lim}$, *axa neutră se află în inimă*. Pentru simplitate, solicitarea de calcul a secțiunii se descompune în două cupluri, M_1 și M_2, ca în figura 6.27d.

Se constată că o parte din armătura întinsă A_{a1} echilibrează compresiunile din inimă, în timp ce armătura A_{a2} echilibrează compresiunile din aripile secțiunii.

Ecuațiile de echilibru static sunt:

- ecuația de proiecții, obținută din relația (6.32):

$$(\Sigma N) = N_b - N_a = N_{b1} + N_{b2} - N_a = 0$$

- ecuația de momente, scrisă în raport cu punctul de aplicație al rezultantei N_a:

$$(\Sigma M)_{Na} = M - N_b z = M - N_{b1} z_1 - N_{b2} z_2 = 0$$

Determinarea poziției axei neutre se face pe baza ecuației de proiecții, scrisă sub forma:

$$\left[bx + (b_p - b)h_p\right]R_c - A_a R_a = 0 \qquad (6.81)$$

De asemenea, din figura 6.27d se observă că $N_{a2} = N_{b2}$, rezultând:

$$A_{a2} = (b_p - b)h_p\frac{R_c}{R_a} \qquad (6.82)$$

Ecuația de momente se scrie sub forma:

$$M \le M_{cap} = M_1 + M_2 = bxR_c(h_0 - 0{,}5x) + (b_p - b)h_p R_c(h_0 - 0{,}5h_p) = \\ = mbh_0^2 R_c + (b_p - b)h_p R_c(h_0 - 0{,}5h_p) \qquad (6.83a, b)$$

Se observă că primul termen, $M_1 = bxR_c(h_0 - 0{,}5x) = mbh_0^2 R_c$, reprezintă momentul încovoietor preluat de secțiunea dreptunghiulară simplu armată, în timp ce al doilea termen,

$M_2 = (b_p - b)h_p R_c(h_0 - 0{,}5h_p)$, reprezintă aportul aripilor secțiunii. Având în vedere că $N_{a2} = N_{b2}$, momentul încovoietor M_2 se poate determina și cu relația:

$$M_2 = A_{a2} R_a (h_0 - 0{,}5h_p) \qquad (6.84)$$

Aria de armătură A_{a1} corespunzătoare momentului încovoietor M_1 se obține conform procedeului de la punctul 6.6.1, cu următoarea succesiune de operații: se calculează M_2 din relația (6.84), apoi $M_1 = M - M_2$; în funcție de coeficientul $m = M_1/bh_0^2 R_c$, din anexa 13 se determină procentul de armare p și se calculează aria de armătura $A_{a1} = pbh_0^2/100$.

Aria de armătură întinsă necesară este:

$$A_a = A_{a1} + A_{a2} = \frac{p}{100}bh_0 + (b_p - b)h_p\frac{R_c}{R_a}$$

Dacă $m > m_{max}$, secțiunea T este insuficientă în varianta armării simple.

Dacă este satisfăcută condiția $b_p/b \ge 5$, se acceptă determinarea simplificată a ariei de armătură cu relația de mai jos, obținută din ecuația de momente în raport cu rezultanta compresiunilor din beton, admițând că $x = h_p$ [8], [138]:

$$A_a = \frac{M}{R_a(h_0 - 0{,}5h_p)} \qquad (6.85)$$

Verificarea elementelor încovoiate cu secțiune în formă de T, simplu armată

Pentru o secțiune cu caracteristicile b, h, b_p, h_p, A_a, solicitarea de calcul M și calitățile materialelor R_c și R_a cunoscute, se pune problema determinării capacității portante.

În vederea estimării poziției axei neutre, se calculează $A_{a\,lim}$ cu relația (6.77). Dacă $A_a \le A_{a\,lim}$, *axa neutră se află în placă* (fig. 6.27b) și capacitatea portantă se determină ca pentru o secțiune dreptunghiulară de înălțime h și lățime b_p. Succesiunea operațiilor este următoarea: se calculează procentul de armare $p = 100A_a/b_p h_0$, se determină m din anexa 13 și se determină capacitatea portantă:

$$M_{cap} = mb_p h_0^2 R_c$$

Dacă $A_a > A_{a\,lim}$, *axa neutră se află în inimă* (fig. 6.27c). Din relațiile (6.82) și (6.84) se obține $A_{a2} = (b_p - b)h_p R_c/R_a$, respectiv $M_2 = A_{a2}R_a(h_0 - 0{,}5h_p)$. Pe baza valorii $A_{a1} = A_a - A_{a2}$ se calculează procentul de armare $p = 100A_{a1}/bh_0$, din anexa 13 se obține coeficientul m și apoi se determină momentul încovoietor $M_1 = mbh_0^2 R_c$. Capacitatea portantă a secțiunii este:

$$M_{cap} = M_1 + M_2 = mbh_0^2 R_c + A_{a2}R_a(h_0 - 0{,}5h_p)$$

Dacă $p \ge p_{max}$, capacitatea portantă se limitează la valoarea:

$$M_{cap\,max} = M_{1\,max} + M_2 = m_{max}bh_0^2 R_c + (b_p - b)h_p R_c(h_0 - 0{,}5h_p)$$

Secțiunea în formă de T, indiferent de poziția axei neutre, satisface starea limită de rezistență dacă este îndeplinită condiția $M \le M_{cap}$.

Pentru cazurile în care $b_p / b \ge 5$ se acceptă pentru verificarea secțiunii utilizarea relației (6.85) [8], [138]:

$$M \le M_{cap} = A_a R_a \left(h_0 - 0{,}5 h_p\right)$$

Aplicația numerică 6.5. *Secțiunea în formă de T simplu armată - calculul ariei de armătură*

Se cere determinarea ariei de armătură pentru câmpul al doilea al grinzii secundare continue a unui planșeu monolit (fig. Apl.6.5), cunoscând: $b/h/h_p = 250/500/80\,\text{mm}$; $M = 150\,\text{kNm}$; beton C12/15 cu $R_c = 9{,}5\,\text{N/mm}^2$; oțel PC52 ($R_a = 300\,\text{N/mm}^2$); $c = 25\,\text{mm}$. Deschiderea de calcul a grinzii secundare este $l_c = 5{,}0\,\text{m}$, iar distanța dintre axele a două grinzi secundare este 2,0 m.

- Deoarece placa se află în zona comprimată a grinzii și satisface condiția (6.76), adică $h_p = 80\,\text{mm} > 0{,}05h = 0{,}05 \cdot 500 = 25\,\text{mm}$, calculul se face ca pentru o secțiune T, ținându-se seama de aportul plăcii.

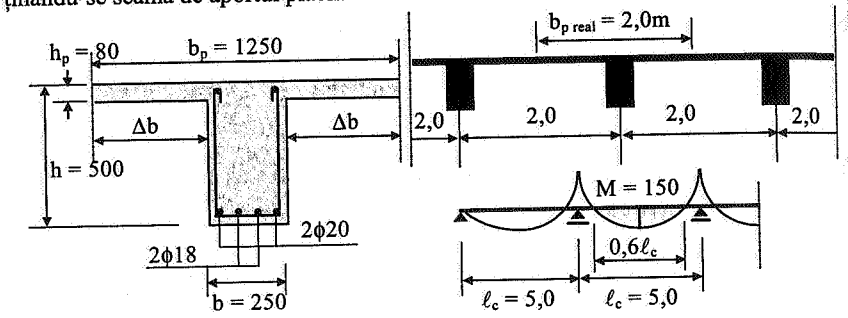


Fig. Apl. 6.5.

Se calculează lățimea activă de placă, conform prevederilor din anexa 11:

- $b_p = b + 2\Delta b = 250 + 2 \cdot 500 = 1250$ mm

  în care $\Delta b = \frac{1}{6} 0{,}6 l_c = \frac{1}{6} 0{,}6 \cdot 5000 = 500\,\text{mm}$ (pct.1);

- grinda nu este rigidizată transversal; $\frac{h_p}{h} = \frac{80}{500} = 0{,}16 > 0{,}10$, deci nu se limitează b_p față de condiția de mai sus (pct. 2 din anexa 11).

- $b_p \le b_{p\,real} = 2000\,\text{mm}$, conform punctului 3 (fig. Apl.6.5);

  Se adoptă valoarea care respectă toate condițiile, adică $b_p = 1250\,\text{mm}$.

- Pentru $a = 35\,\text{mm}$, rezultă $h_0 = 500 - 35 = 465\,\text{mm}$.

  Se verifică poziția axei neutre în raport cu înălțimea plăcii, conform relației (6.78):

  $M_{lim} = b_p h_p R_c \left(h_0 - 0{,}5 h_p\right) = 1250 \cdot 80 \cdot 9{,}5 \left(465 - 0{,}5 \cdot 80\right) = 403{,}7 \cdot 10^6\,\text{Nmm}$;

  $M_{lim} = 403{,}7 \cdot 10^6\,\text{Nmm} > M = 150 \cdot 10^6\,\text{Nmm}$, deci $x < h_p$, conform condiției (6.79).

În continuare, calculul se conduce ca pentru grinzile cu secțiune dreptunghiulară de lățime b_p: se aplică relațiile (6.55) și (6.56a), în care se înlocuiește b cu b_p:

$$m = \frac{M}{b_p h_0^2 R_c} = \frac{150 \cdot 10^6}{1250 \cdot 465^2 \cdot 9{,}5} = 0{,}058$$, pentru care din anexa 13 rezultă $p = 0{,}19\%$.

$$A_a = p \frac{b_p h_0}{100} = 0{,}19 \cdot \frac{1250 \cdot 465}{100} = 1104\,\text{mm}^2$$

Se aleg din anexa 26 barele **2φ20 + 2φ18** (1136 mm^2), care se dispun pe un rând, deoarece $b_{nec} = 5 \cdot 25 + 2 \cdot 20 + 2 \cdot 18 = 201\,\text{mm} < 250\,\text{mm}$ (fig. Apl.6.5).

Procentul de armare raportat la secțiunea utilă este $p = \frac{100 A_a}{b h_0} = \frac{100 \cdot 1136}{250 \cdot 465} = 0{,}98\,\%$, valoare care se înscrie în domeniul obișnuit.

Aplicația numerică 6.6. *Secțiunea în formă de T simplu armată - calculul ariei de armătură*

Se cere armarea grinzii prefabricate din beton armat, cunoscând: $b/h/h_p/b_p = 300/650/80/550\,\text{mm}$; $M = 400\,\text{kNm}$; beton C16/20 cu $R_c = 12{,}5\,\text{N/mm}^2$; oțel PC52 ($R_a = 300\,\text{N/mm}^2$); $c = 40\,\text{mm}$.

- Deoarece placa se află în zona comprimată a grinzii și satisface condiția (6.76), adică $h_p = 80\,\text{mm} > 0{,}05h = 0{,}05 \cdot 650 = 32{,}5\,\text{mm}$, calculul se face ținând seama de aportul plăcii (secțiune T). Pentru $c = 40\,\text{mm}$, rezultă $h_0 = 650 - 40 = 610\,\text{mm}$.

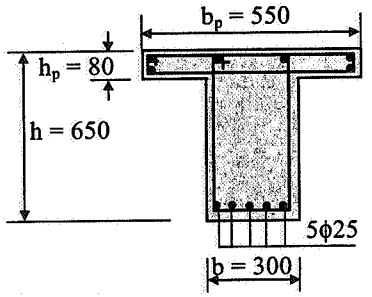


Fig. Apl.6.6.

- Se verifică poziția axei neutre, calculând M_{lim} cu relația (6.78):

  $M_{lim} = b_p h_p R_c \left(h_0 - 0{,}5 h_p\right) = 550 \cdot 80 \cdot 12{,}5 \left(610 - 0{,}5 \cdot 80\right) = 313{,}5 \cdot 10^6\,\text{Nmm}$

  Deoarece $M_{lim} = 313{,}5 \cdot 10^6\,\text{Nmm} < M = 400 \cdot 10^6\,\text{Nmm}$, rezultă $x < h_p$.

  Se aplică relațiile (6.82) și (6.84):

  $A_{a2} = \left(b_p - b\right) h_p \frac{R_c}{R_a} = \left(550 - 300\right) 80 \frac{12{,}5}{300} = 833\,\text{mm}^2$

  $M_2 = A_{a2} R_a \left(h_0 - 0{,}5 h_p\right) = 833 \cdot 300 \left(610 - 0{,}5 \cdot 80\right) = 142{,}5 \cdot 10^6\,\text{Nmm}$

  $M_1 = 400 \cdot 10^6 - 142{,}5 \cdot 10^6 = 257{,}5 \cdot 10^6\,\text{Nmm}$

GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL BUCUREȘTI

Se calculează coeficientul m corespunzător momentului M_1:

$$m = \frac{M_1}{bh_0^2 R_c} = \frac{257{,}5 \cdot 10^6}{300 \cdot 610^2 \cdot 12{,}5} = 0{,}185$$

Din anexa 13 rezultă $p = 0{,}855\%$; aria armăturii întinse se calculează cu relația:

$$A_a = A_{a1} + A_{a2} = p\frac{bh_0}{100} + A_{a2} = 0{,}855 \cdot \frac{300 \cdot 610}{100} + 833 = 2398\,\text{mm}^2$$

- Se aleg barele **5ϕ25** (2455 mm^2), care se dispun pe un rând, conform figurii Apl.6.6.

Aplicația numerică 6.7. *Secțiunea în formă de T simplu armată - calculul capacității portante*

Se cere verificarea unei grinzi realizată din beton C12/15 cu $R_c = 9{,}5\,\text{N/mm}^2$ și oțel OB37 ($R_a = 210\,\text{N/mm}^2$), cu caracteristicile geometrice ale secțiunii de beton și armarea din figura Apl.6.7, cunoscând momentul încovoietor $M = 150$ kNm.

- $h_0 = 550 - 40 = 510\,\text{mm}$

Se verifică poziția axei neutre, calculând $A_{a\,lim}$ cu relația (6.77):

$$A_{a\,lim} = b_p h_p \frac{R_c}{R_a} = 500 \cdot 80 \cdot \frac{9{,}5}{210} = 1809\,\text{mm}$$

Deoarece $A_a = 1964\,\text{mm}^2 > A_{a\,lim} = 1809\,\text{mm}^2$, rezultă $x > h_p$.

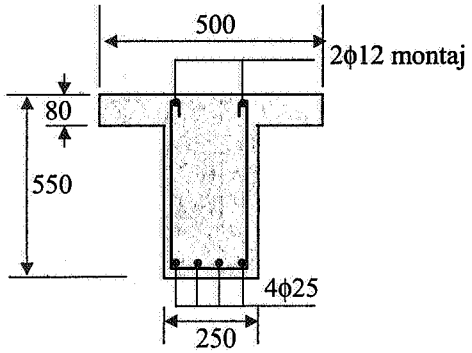


Fig. Apl.6.7.

- Cu relația (6.82) se calculează:

$$A_{a2} = (b_p - b)h_p \frac{R_c}{R_a} = (500 - 250)80\frac{9{,}5}{210} = 905\,\text{mm}^2$$

$$A_{a1} = A_a - A_{a2} = 1964 - 905 = 1059\,\text{mm}^2$$

Pentru $p = \frac{100A_{a1}}{bh_0} = \frac{100 \cdot 1059}{250 \cdot 510} = 0{,}83\%$, din anexa 13 rezultă $m = 0{,}167$

Momentul capabil al secțiunii rezultă din relația (6.83b):

$$M_{cap} = mbh_0^2 R_c + A_{a2}R_a\,(h_0 - 0{,}5h_p) =$$

$$= 0{,}167 \cdot 250 \cdot 510^2 \cdot 9{,}5 + 905 \cdot 210 \cdot\,(510 - 0{,}5 \cdot 80) = 192 \cdot 10^6\,\text{Nmm}$$

Grinda poate prelua momentul încovoietor produs de încărcări, deoarece

$M = 150\,\text{kNm} < M_{cap} = 192\,\text{kNm}$

6.6.3.3. Secțiunea în formă de T, dublu armată

Secțiunile în formă de T dublu armate, la care în afară de armătura întinsă A_a există dispusă și armătură de rezistență A'_a în zona comprimată a secțiunii transversale (fig. 6.27c,e), pot să apară în cazul grinzilor supuse la solicitări alternante de încovoiere produse de acțiuni gravitaționale (de exemplu, convoaie de forțe mobile) sau seismice. Cazul curent întâlnit în practică este acela când armătura comprimată A'_a este cunoscută, situație care este tratată în continuare.

Ca și în cazul secțiunii dreptunghiulare dublu armate, armătura întinsă echilibrează atât rezultanta compresiunilor din beton, cât și forța de compresiune din armătura A'_a.

Pentru estimarea poziției axei neutre este necesar să se cunoască valorile M_{lim} și $A_{a\,lim}$. Acestea se obțin prin suplimentarea valorilor date de relațiile (6.77, 6.78) cu aportul armăturii comprimate, rezultând:

$$A_{a\,lim} = \frac{b_p h_p R_c}{R_a} + A'_a \tag{6.86}$$

$$M_{lim} = b_p h_p R_c (h_0 - 0{,}5x) + A'_a R_a h_a \tag{6.87}$$

Poziția axei neutre se apreciază prin relația (6.79) la proiectare, respectiv prin relația (6.80) la verificarea secțiunii.

Proiectarea elementelor încovoiate cu secțiune în formă de T, dublu armată

Cunoscând caracteristicile secțiunii transversale b, h, b_p, h_p, A'_a, calitatea materialelor și solicitarea de calcul M, se calculează M_{lim} cu relația (6.87).

Dacă $M \le M_{lim}$, *axa neutră se află în placă* (fig. 6.27c) și din punctul de vedere al calculului, secțiunea se consideră de formă dreptunghiulară, de înălțime h și lățime b_p.

În succesiunea operațiilor, se calculează coeficientul m, din relația (6.71), înlocuind b cu b_p:

$$m = \frac{M - A'_a R_a h_a}{b_p h_0^2 R_c},$$

coeficient care corespunde secțiunii T simplu armate cu axa neutră în placă.

- dacă $m > 0$, din anexa 13 se determină procentul de armare p și poziția relativă a axei neutre ξ; raportat la condiția (6.57), pot interveni două situații:

$$x = \xi h_0 \ge 2a',\ \text{caz în care}\ A_a = \frac{p}{100} b_p h_0 + A'_a \tag{6.88}$$

$$x = \xi h_0 < 2a',\ \text{caz în care din relația (6.67) rezultă:}\ A_a = \frac{M}{R_a h_a} \tag{6.89}$$

- dacă $m \le 0$, rezultă că armătura comprimată este prea puternică, ceea ce este echivalent cu $x < 2a'$; în consecință se folosește relația (6.89) pentru determinarea ariei de armătură A_a.

Dacă $M > M_{lim}$, *axa neutră se află în inimă* (fig. 6.27e). În acest caz este evident că $x \ge 2a'$, deoarece $x > h_p$ și în mod curent $2a' < h_p$.

Ecuațiile de echilibru static sunt:

- ecuația de proiecții, obținută din relația (6.32):

$$(\Sigma N) = N_b + N'_a - N_a = 0$$

- ecuația de momente în raport cu punctul de aplicație al rezultantei N_a:

$$(\Sigma M)_{Na} = M - N_b z - N'_a h_a = 0$$

Ecuația de proiecții, cu $A_b = bx + (b_p - b)h_p$, devine:

$$\left[bx + (b_p - b)h_p\right]R_c - (A_a - A'_a)R_a = 0 \qquad (6.90)$$

și permite determinarea poziției axei neutre.

Pentru simplitate, solicitarea de calcul a secțiunii se descompune în trei cupluri, M_1, M_2 și M_3, ca în figura 6.27e. Suma $M_1 + M_2$ corespunde secțiunii T simplu armate cu axa neutră în inimă, caz în care armăturile A_{a1} și A_{a2} echilibrează compresiunea rezultantă $N_b = N_{b1} + N_{b2}$. Momentul încovoietor M_3 reprezintă aportul armăturii comprimate A'_a.

Din figura 6.27d se observă că există egalitatea $N_{a2} = N_{b2}$ și deci relația (6.82) permite calculul armăturii A_{a2}. De asemenea, din figura 6.27e rezultă că echilibrul $N_{a3} = N'_a$ conduce la $A_{a3} = A'_a$.

Ecuația de momente în raport cu punctul de aplicație al rezultantei N_a se scrie sub forma:

$$M \le M_{cap} = M_1 + M_2 + M_3 \qquad (6.91)$$

în care:

$$M_1 = bxR_c(h_0 - 0{,}5x) = mbh_0^2 R_c \qquad (6.91a)$$

$$M_2 = (b_p - b)h_p R_c(h_0 - 0{,}5h_p) \qquad (6.91b)$$

$$M_3 = A'_a R_a h_a \qquad (6.91c)$$

Se calculează $m = (M - M_2 - M_3)/bh_0^2 R_c$, corespunzător secțiunii dreptunghiulare simplu armate, apoi din anexa 13 se determină procentul de armare p.

Aria necesară de armătură rezultă din relația:

$$A_a = A_{a1} + A_{a2} + A_{a3} = \frac{p}{100}bh_0^2 + (b_p - b)h_p\frac{R_c}{R_a} + A'_a$$

Dacă $m > m_{max}$, secțiunea este insuficientă.

Verificarea elementelor încovoiate cu secțiune în formă de T, dublu armată

Pentru o secțiune cu caracteristicile b, h, b_p, h_p, A_a, A'_a, rezistențele materialelor R_c și R_a, și solicitarea de calcul M cunoscute, se pune problema determinării capacității portante M_{cap}.

În vederea estimării poziției axei neutre, se calculează $A_{a\,lim}$ cu relația (6.86).

Dacă $A_a \le A_{a\,lim}$, *axa neutră se află în placă* (fig. 6.27c) și capacitatea portantă se determină ca pentru o secțiune dreptunghiulară de înălțime h și lățime b_p.

Succesiunea operațiilor este următoarea: se calculează procentul de armare $p = 100(A_a - A'_a)/b_p h_0$ în funcție de care, din anexa 13, se determină coeficienții m și ξ.

Momentul încovoietor capabil se obține după cum urmează:

- dacă $x = \xi h_0 \ge 2a'$: $M_{cap} = mb_p h_0^2 R_c + A'_a R_a h_a$ (6.92)
- dacă $x = \xi h_0 < 2a'$: $M_{cap} = A_a R_a h_a$

Dacă $A_a > A_{a\,lim}$, *axa neutră se află în inimă* (fig. 6.27e). Din relația (6.82) se obține $A_{a2} = (b_p - b)h_p R_c/R_a$, iar din relația (6.84) se obține momentul încovoietor $M_2 = A_{a2}R_a(h_0 - 0{,}5h_p)$. Pe baza valorii $A_{a1} = A_a - A_{a2} - A'_a$ se calculează procentul de armare $p = 100\,A_{a1}/bh_0$, iar din anexa 13 se determină coeficientul m și apoi se calculează momentul încovoietor M_1 cu relația (6.91a). Momentele încovoietoarea M_2 și M_3 se calculează cu relațiile (6.91b, c). Capacitatea portantă a secțiunii este:

$$M_{cap} = M_1 + M_2 + M_3$$

Dacă $p \ge p_{max}$ capacitatea portantă se limitează la valoarea:

$$M_{cap\,max} = m_{max}bh_0^2 R_c + (b_p - b)h_p R_c(h_0 - 0{,}5h_p) + A'_a h_a R_a$$

Secțiunea în formă de T, indiferent de poziția axei neutre, satisface starea limită de rezistență dacă este îndeplinită condiția $M \le M_{cap}$.

6.7. CALCULUL ELEMENTELOR COMPRIMATE CU SECȚIUNE DE FORMĂ UZUALĂ

Comportarea elementelor supuse la compresiune cu încovoiere depinde de corelația care există între momentul încovoietor M și forța axială N, reprezentată prin curba de interacțiune (fig. 6.19). Se disting două tipuri de solicitare ale secțiunii (tabelul 6.2): cazul I și cazul II de compresiune[2]. Cele două cazuri se diferențiază, ca mod de rupere, după cum urmează:

- $\xi = \dfrac{x}{h_0} \le \xi_b$ reprezintă cazul I de compresiune, la care ruperea se produce prin curgerea armăturii întinse, urmată de zdrobirea betonului comprimat (*MOD-ul B* de cedare); efortul unitar în armătura comprimată depinde de poziția acesteia în raport cu axa neutră (corelația dintre x și $2a'$); în vederea asigurării unei ductilități corespunzătoare ale extremităților stâlpilor cadrelor cu protecție seismică (zone potențial plastice, conform punctului 13.13), condiția de mai sus se înlocuiește cu una mai restrictivă $\xi \le \xi_{lim} = 0{,}4$, valoarea ξ putând

[2] Separarea tradițională în compresiune cu mare excentricitate, respectiv mică excentricitate, nu corespunde definirii cazului I, respectiv cazului II și de aceea nu este folosită în lucrarea de față.

fi majorată până la $\xi \le \xi_b$, cu condiția majorării armăturii transversale în zona plastică potențială (conform tabelului 13.11).

- $\xi > \xi_b$ reprezintă cazul II de compresiune, la care ruperea se produce prin zdrobirea betonului comprimat și curgerea armăturii comprimate (*MOD-ul C* de cedare); efortul unitar în armătura A_a poate fi, în funcție de extensia zonei comprimate, $\sigma_a \le \pm R_a$ (coloana referitoare la starea armăturii din tabelul 6.2); acest mod de cedare este unul cu caracter casant.

Valorile ξ_b, corespunzătoare punctului de balans din curba de interacțiune, sunt date în tabelul 6.1.

În principiu, elementele comprimate excentric se realizează în mod curent cu armare simetrică ($A_a = A'_a$), deoarece, pe de o parte, din anumite combinații de încărcări rezultă momente încovoietoare alternante apropiate ca mărime, pe de altă parte, cu acest mod de armare se evită montarea greșită a carcasei de armătură. Totuși, din diferite considerente, pot exista și elemente armate nesimetric ($A_a \ne A'_a$).

În cele ce urmează, influența flexibilității elementelor comprimate se ia în considerare conform relației (6.6) prin momentul încovoietor M_*; desigur, calculul rămâne același dacă momentele încovoietoare au rezultat dintr-un calcul static de ordinul II.

În cazul stâlpilor cadrelor care se calculează la acțiuni seimice se ține seama și de relația (6.2), respectiv de corectarea valorii forței axiale. De asemenea, trebuie subliniat că se acceptă numai solicitarea în cazul I de compresiune, pentru evitarea ruperii neductile.

6.7.1. Secțiunea dreptunghiulară supusă la compresiune excentrică dreaptă

6.7.1.1. Cazul I de compresiune - $\xi \le \xi_b$

Armarea nesimetrică

Pentru starea de eforturi prezentată în figura 6.28, **ecuațiile de echilibru static** sunt:

- ecuația de proiecții, obținută din relația (6.32):

$$(\Sigma N) = N + N_a - N_b - N'_a = 0 \tag{6.93}$$

- ecuația de momente depinde de poziția axei neutre, după cum urmează:
  - dacă $x \ge 2a'$, pornind de la relația (6.33) se obține:

$$(\Sigma M)_{Na} = M_* + N(0{,}5h - a) - N_b z - N'_a h_a = 0 \tag{6.94}$$

  - dacă $x < 2a'$, pornind de la relația (6.34) se obține:

$$(\Sigma M)_{N'_a + N_b} = M_* - N(0{,}5h - a') - N_a h_a = 0 \tag{6.95}$$

În ipoteza satisfacerii condiției (6.57), adică $x \ge 2a'$, în relația (6.93) se introduc $N_b = bxR_c$, $N_a = A_a R_a$ și $N'_a = A'_a R_a$, poziția axei neutre rezultând din relația:

$$x = \frac{(A_a - A'_a)R_a + N}{bR_c} = (\mu - \mu')\frac{R_a}{R_c}h_0 + \frac{N}{bR_c} = \xi h_0 \tag{6.96}$$

în care $\xi = (\mu - \mu')\frac{R_a}{R_c} + \frac{N}{bh_0 R_c}$

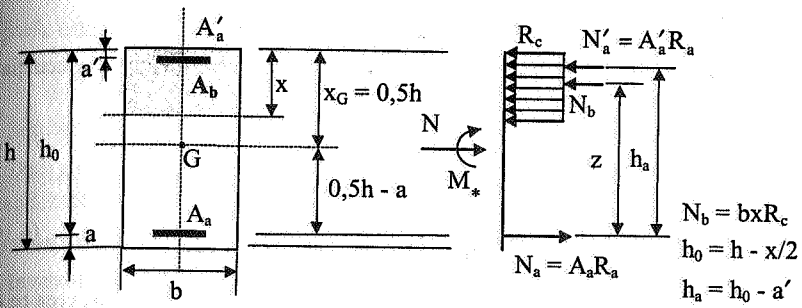


Fig. 6.28. Cazul I de compresiune al secțiunii dreptunghiulare

Ecuația de momente (6.94) devine:

$$M_* = bxR_c(h_0 - 0{,}5x) + A'_a R_a h_a - N(0{,}5h - a) \tag{6.97}$$

Înlocuind în relația (6.97) poziția axei neutre din ultima formă a relației (6.96), rezultă:

$$\begin{aligned} M_* &= \xi(1 - 0{,}5\xi)bh_0^2 R_c + A'_a R_a h_a - N(0{,}5h - a) = \\ &= mbh_0^2 R_c + A'_a R_a h_a - N(0{,}5h - a) \end{aligned} \tag{6.98}$$

În conformitate cu relațiile generale de calcul la starea limită de rezistență, relația (6.98) se pune sub forma:

$$M_* \le M_{cap} = mbh_0^2 R_c + A'_a R_a h_a - N(0{,}5h - a) \tag{6.99}$$

În situația în care poziția axei neutre, determinată conform relației (6.96), rezultă cu valoarea $x < 2a'$, relația (6.95) se pune sub forma:

$$M_* \le M_{cap} = A_a R_a h_a + N(0{,}5h - a') \tag{6.100}$$

Capacitatea portantă, în cazul compresiunii excentrice, depinde și de forța axială, după cum se constată din relațiile (6.99) și (6.100).

Proiectarea în cazul I de solicitare a elementelor comprimate excentric, cu secțiune dreptunghiulară armată nesimetric

Calculul implică cunoașterea eforturilor M și N (adică M_* și N), a dimensiunilor secțiunii b și h, a armăturii A'_a și a rezistențelor de calcul ale materialelor R_a și R_c. Armătura A'_a trebuie să respecte condiția de armare minimă $A'_a \ge A'_{a\,min}$, în care armătura minimă $A'_{a\,min}$ rezultă din condiții de procent minim, număr minim de bare și diametru minim.

Procedura de proiectare prezentată în continuare se bazează pe utilizarea anexei 13, întocmită pentru cazul când $\xi \le \xi_b$.

Presupunând $x \ge 2a'$, din ecuația de momente (6.99) se calculează:

$$m = \frac{M_* + N(0{,}5h - a) - A'_a h_a R_a}{bh_0^2 R_c} \tag{6.101}$$

În cazul în care $m > m_{max}$, armătura A'_a este insuficientă; ea trebuie majorată astfel, încât coeficientul m obținut din relația (6.101) să se înscrie în valorile tabelului anexei 13.

Dacă $m > 0$, din anexa 13 se determină ξ şi p şi se calculează poziţia axei neutre $x = \xi h_0$. Dacă $x \geq 2a'$, aşa cum s-a presupus mai sus, aria armăturii întinse rezultă din ecuaţia de proiecţii (6.93), pusă sub forma:

$$N - b\xi h_0 R_c + A_a R_a - A'_a R_a = 0$$

de unde se obţine:

$$A_a = \xi \frac{R_c}{R_a} b h_0 + A'_a - \frac{N}{R_a} = \frac{p}{100} b h_0 + A'_a - \frac{N}{R_a} \qquad (6.102)$$

În situaţia în care $x = \xi h_0 < 2a'$ sau dacă din relaţia (6.101) rezultă $m \leq 0$, ceea ce este echivalent cu $x < 2a'$, aria armăturii întinse rezultă din relaţia (6.100):

$$A_a = \frac{M_* - N(0{,}5h - a')}{R_a h_a} \qquad (6.103)$$

Verificarea în cazul I de solicitare a elementelor comprimate excentric, cu secţiune dreptunghiulară armată nesimetric

Cunoscând caracteristicile secţiunii b, h, A_a, A'_a calităţile materialelor şi eforturile de calcul M şi N, se pune problema determinării capacităţii portante. Necunoscutele sunt M_{cap} şi x, care se determină din ecuaţiile de echilibru static ($\Sigma N = 0$; $\Sigma M = 0$).

Calculul se poate conduce direct prin rezolvarea sistemului de ecuaţii sau cu ajutorul anexei 13.

a. Calculul direct

Se presupune că secţiunea este solicitată în cazul I de compresiune; se determină poziţia axei neutre din relaţia (6.96) $x = \left[(A_a - A'_a)R_a + N\right]/bR_c$.

Dacă $x \leq x_b = \xi_b h_0$, secţiunea se află în cazul I de solicitare.

Dacă $x \geq 2a'$, capacitatea portantă rezultă din relaţia (6.97):

$$M_{cap} = bxR_c(h_0 - 0{,}5x) + A'_a R_a h_a - N(0{,}5h - a)$$

dar, dacă $x < 2a'$ se aplică relaţia (6.100):

$$M_{cap} = A_a R_a h_a + N(0{,}5h - a')$$

În cazul în care $x > x_b = \xi_b h_0$, elementul comprimat se află în cazul II de solicitare.

b. Calculul cu anexa 13

Se calculează procentul de armare:

$$p = \frac{(A_a - A'_a)R_a}{bR_c}$$

Din anexa 13 se determină ξ şi m:

- dacă $x = \xi h_0 \geq 2a'$, capacitatea portantă se determină cu relaţia (6.99):

$$M_{cap} = m b h_0^2 R_c + A'_a R_a h_a - N(0{,}5h - a)$$

- dacă $x = \xi h_0 < 2a'$, capacitatea portantă se determină cu relaţia (6.100):

$$M_{cap} = A_a R_a h_a + N(0{,}5h - a')$$

Secţiunea satisface starea limită de rezistenţă dacă este îndeplinită condiţia $M_* \leq M_{cap}$.

Dacă p depăşeşte valorile din anexa 13, condiţia $\xi \leq \xi_b$ nu este îndeplinită, deci secţiunea este solicitată în cazul II de compresiune.

Armarea simetrică

În situaţia egalităţii celor două armături ($A_a = A'_a$), ecuaţia de proiecţii (6.93) devine:

$$(\Sigma N) = N - N_b = 0 \qquad (6.104)$$

din care se obţine poziţia axei neutre:

$$x = \frac{N}{bR_c} \qquad (6.105)$$

Secţiunea este solicitată în cazul I, dacă este îndeplinită condiţia $x \leq x_b = \xi_b h_0$, care poate fi pusă sub forma $\xi = N/bh_0 R_c \leq \xi_b$.

Pentru cazul când $x \geq 2a'$, în baza relaţiei (6.105), termenul bxR_c din ecuaţia de momente (6.97) se înlocuieşte cu N, rezultând:

$$M_{cap} = N(h_0 - 0{,}5x) + A'_a R_a h_a - N(0{,}5h - a) = N(h - x)/2 + A'_a R_a h_a \qquad (6.106)$$

Restul relaţiilor deduse pentru armarea nesimetrică rămân nemodificate.

Dacă plecând de la relaţia (6.105) rezultă $x > x_b = \xi_b h_0$, secţiunea comprimată se află în cazul II de solicitare.

Proiectarea în cazul I de solicitare a elementelor comprimate excentric, cu secţiune dreptunghiulară armată simetric

Pentru dimensionarea secţiunii este necesară cunoaşterea eforturilor M şi N (adică M_* şi N), a dimensiunilor secţiunii b şi h, precum şi rezistenţele de calcul ale celor două materiale R_c şi R_a.

Dacă poziţia axei neutre din relaţia (6.105) satisface condiţia $x \leq x_b = \xi_b h_0$, secţiunea este solicitată conform cazului I de compresiune.

Pentru cazul când $x \geq 2a'$, relaţia (6.106) permite determinarea directă a ariei armăturilor simetrice:

$$A_a = A'_a = \frac{M_* - N(h - x)/2}{R_a h_a} \qquad (6.107)$$

Dacă $M_* \leq N(h - x)/2$, armăturile se dispun constructiv, conform prevederilor punctului 13.6.

În cazul când $x < 2a'$, ariile celor două armături se determină cu relaţia (6.103):

$$A_a = \frac{M_* - N(0{,}5h - a')}{R_a h_a}$$

În mod frecvent, pentru proiectarea curentă, se utilizează procedeele prezentate la punctul 6.7.1.3.

Verificarea în cazul I de solicitare a elementelor comprimate excentric, cu secțiune dreptunghiulară, armată simetric

Cunoscând caracteristicile secțiunii b, h, $A_a = A'_a$, calitățile materialelor și eforturile de calcul M și N, se pune problema determinării capacității portante. Necunoscutele sunt M_{cap} și x, care se determină din ecuațiile de echilibru static ($\Sigma N = 0$; $\Sigma M = 0$).

Calculul se conduce direct, prin rezolvarea sistemului de ecuații. Poziția axei neutre rezultă din ecuația (6.105) $x = N/bR_c$; dacă $x \le x_b = \xi_b h_0$ secțiunea este solicitată conform cazului I de compresiune.

Dacă $x \ge 2a'$ capacitatea portantă rezultă din ecuația (6.106):

$$M_{cap} = N(h-x)/2 + A'_a R_a h_a$$

dar, dacă $x < 2a'$, se aplică relația (6.100):

$$M_{cap} = A_a R_a h_a + N(0{,}5h - a')$$

Secțiunea satisface starea limită de rezistență dacă este îndeplinită condiția $M_* \le M_{cap}$.

În cazul în care $x > x_b = \xi_b h_0$ secțiunea comprimată se află în cazul II de solicitare.

Ca și în cazul proiectării, calculul capacității portante este condus, în mod curent, conform procedeelor prezentate la punctul 6.7.1.3.

6.7.1.2. Cazul II de compresiune - $\xi > \xi_b$

După cum s-a arătat la punctul 6.5.3, în *MOD-ul C* de cedare efortul unitar în armătura A_a depinde de poziția axei neutre, putând fi de întindere sau de compresiune. Mărimea acestuia se determină cu relația (6.16) atunci când $\xi_b < \xi \le 0{,}8$ (fig. 6.29b), respectiv cu relația (6.21) atunci când $\xi > 0{,}8$ (fig. 6.29c), definindu-se funcția:

$$\sigma_a = f(\xi) \cdot R_a$$

unde:

$$f(\xi) = \begin{cases} \xi_b(1-1{,}25\xi)/\xi(1-1{,}25\xi_b) & \text{pentru } \xi_b < \xi \le 0{,}8 \\ -(5\xi - 4) & \text{pentru } 0{,}8 < \xi \le 1{,}0 \\ -1{,}0 & \text{pentru } \xi > 1{,}0 \end{cases} \qquad (6.108a, b, c)$$

Ecuațiile de echilibru static sunt:

- ecuația de proiecții, obținută din relația (6.36):

$$(\Sigma N) = N - N_b - N'_a + N_a = 0 \qquad (6.109)$$

- ecuația de momente, pornind de la relația (6.37):

$$(\Sigma M)_{Na} = M_* + N(0{,}5h - a) - N_b z - N'_a h_a = 0 \qquad (6.110)$$

Se constată că există patru necunoscute A_a, A'_a, σ_a și x (deci ξ) și numai trei ecuații: ecuația de proiecții (6.109), ecuația de momente (6.110) și ecuația (6.108), care definește legătura dintre σ_a și ξ. Pentru rezolvare se stabilește o legătură între ariile de armătură A_a și A'_a ($A'_a = \beta A_a$).

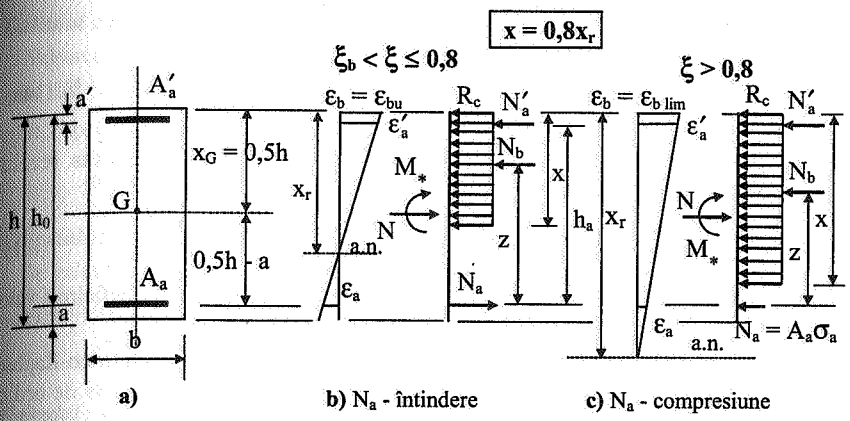


Fig. 6.29. Diagrame de eforturi unitare pentru cazul II de compresiune

În mod curent se alege $A_a = A'_a$; introducând în relația (6.109) $N_b = bxR_c$, $N_a = A_a\sigma_a$ (cu σ_a considerat pozitiv pentru întindere) și $N'_a = A'_a R_a$, rezultă:

$$N - bxR_c - A'_a R_a + A_a\sigma_a = N - bxR_c - A'_a(R_a - \sigma_a) = 0$$

relație din care nu se poate obține direct poziția axei neutre, deoarece σ_a este funcție de x.

Ecuația de momente devine:

$$M_* + N(0{,}5h - a) - bxR_c(h_0 - 0{,}5x) - A'_a R_a h_a = 0 \qquad (6.111)$$

În conformitate cu relația generală de calcul la starea limită de rezistență, relația (6.111) se pune sub forma:

$$M_* \le M_{cap} = \xi(1-0{,}5\xi)bh_0^2 R_c + A'_a R_a h_a - N(0{,}5h - a) \qquad (6.112)$$

Proiectarea în cazul II de solicitare a elementelor comprimate excentric, cu secțiune dreptunghiulară armată simetric

Calculul implică cunoașterea eforturilor M și N (adică M_* și N), a dimensiunilor secțiunii b și h, precum și a rezistențelor de calcul ale materialelor, R_a și R_c.

Se recomandă ca pentru început să se calculeze poziția axei neutre cu relația (6.105), corespunzătoare cazului I de compresiune: $x = N/bR_c$. Dacă $\xi = x/h_0 \le \xi_b$ secțiunea se află în cazul I de solicitare și se rezolvă conform punctului 6.7.1.1, în caz contrar secțiunea se află în cazul II de solicitare și rezolvarea se conduce după cum urmează.

Calculul armăturilor se face prin rezolvarea sistemului neliniar de ecuații de mai jos:

$$N - \xi bh_0 R_c - A'_a(R_a - \sigma_a) = 0$$

$$M_* - \xi(1-0{,}5\xi)\,bh_0^2 R_c - A'_a R_a h_a + N(0{,}5h - a) = 0 \qquad (6.113a, b, c)$$

$$\sigma_a = f(\xi) \cdot R_a$$

care se poate pune sub forma:

$$N - \xi b h_0 R_c - A'_a R_a [1 - f(\xi)] = 0$$
$$M_* - \xi(1 - 0{,}5\xi) b h_0^2 R_c - A'_a R_a h_a + N(0{,}5h - a) = 0 \qquad (6.114a, b)$$

Prin eliminarea mărimii A'_a între cele două ecuații ale sistemului de mai sus, rezultă o ecuație de gradul trei în ξ [69]:

$$f(\xi) = A\xi^3 + B\xi^2 + C\xi + D = 0 \qquad (6.115)$$

în care coeficienții $A...D$ depind de varianta a, b sau c din relația (6.108) de definire a valorii lui σ_a.

Rezolvarea ecuației se poate face prin iterații succesive, utilizând metoda Newton-Raphson, rădăcina din ciclul i fiind: $\xi_i = \xi_{i-1} - f(\xi_{i-1}) / f'(\xi_{i-1})$, unde f' este derivata de ordinul întâi a funcției f.

După rezolvarea ecuației (6.115), se verifică dacă valoarea obținută a lui ξ este cuprinsă în intervalul presupus.

Aria de armătură se obține din relația (6.114b):

$$A'_a = A_a = \frac{M_* + N(0{,}5h - a) - \xi(1 - 0{,}5\xi) b h_0^2 R_c}{R_a h_a} \qquad (6.116)$$

Pentru calculul practic, pe baza celor de mai sus s-au întocmit tabelele din anexa 14 [69]. În prealabil se verifică dacă solicitările secțiunii conduc la cazul II de compresiune ($\xi = N/bh_0R_c > \xi_b$).

Pentru utilizarea anexei 14, se calculează coeficientul $n = N/bh_0R_c$, care reprezintă valoarea relativă a forței de compresiune, excentricitatea relativă $\varepsilon_0 = M_*/Nh_0$, precum și raportul $a/h_0 = a'/h_0$. În funcție de tipul de oțel și raportul a/h_0, se alege varianta corespunzătoare de tabel din anexa 14, apoi în funcție de n și ε_0 se determină coeficientul α, care reprezintă coeficientul mecanic de armare.

Aria armăturilor se determină cu relația:

$$A_a = A'_a = \alpha b h_0 \frac{R_c}{R_a} \qquad (6.117)$$

În mod frecvent, pentru proiectarea curentă, se utilizează procedeele prezentate la punctul 6.7.1.3.

Verificarea în cazul II de solicitare a elementelor comprimate excentric, cu secțiune dreptunghiulară armată simetric

Cunoscând caracteristicile secțiunii b, h, $A_a = A'_a$, calitățile materialelor și eforturile de calcul M și N, se pune problema determinării capacității portante. Necunoscutele sunt M_{cap}, σ_a și x, care se obțin prin rezolvarea sistemului de ecuații format din relațiile (6.113).

Dacă $x = N/bR_c > x_b = \xi_b h_0$ secțiunea este solicitată în cazul II de compresiune și rezolvarea se face cu relații de calcul, tabele sau printr-un calcul simplificat.

a. Calculul cu relații

Valoarea relativă a poziției axei neutre ξ rezultă din ecuația (6.114a), acceptând în prealabil pentru $f(\xi)$ definirea conform relației (6.108). Dacă valoarea lui ξ corespunde intervalului propus, capacitatea portantă se obține din relația (6.112):

$$M_{cap} = \xi(1 - 0{,}5\xi) b h_0^2 R_c + A'_a R_a h_a - N(0{,}5h - a)$$

b. Calculul cu anexa 14

Se calculează valorile a/h_0 și $n = N/bh_0R_c$, iar din tabelele anexei 14 se determină ε_0, capacitatea portantă fiind:

$$M_{cap} = \varepsilon_0 N h_0$$

c. Calculul simplificat

Această variantă de calcul se bazează pe procedura prezentată la punctul 6.5.4.2 (fig. 6.23), particularizând unii termeni din relația (6.38):

$$M_{cap} = M_b \frac{N_{0c} - N}{N_{0c} - N_b}$$

unde: $N_{0c} = bhR_c + (A_a + A'_a)R_a$ este capacitatea portantă a secțiunii pentru cazul convențional al compresiunii centrice;

M_b - momentul încovoietor capabil corespunzător punctului de balans al curbei de interacțiune $M - N$; pentru armarea nesimetrică se folosește relația (6.99), înlocuind m cu m_{max}; pentru armarea simetrică se folosește relația (6.106), înlocuind x cu $x_{max} = \xi_b h_0$:

$M_b = M_{cap\,max} = m_{max} b h_0^2 R_c + A'_a R_a h_a - N(0{,}5h - a)$ - pentru armarea nesimetrică,

$M_b = M_{cap\,max} = N(h - \xi_b h_0)/2 + A'_a R_a h_a$ - pentru armarea simetrică;

$N_b = N_{max} = \xi_b b h_0 R_c$ - forța axială capabilă, corespunzătoare punctului de balans al curbei de interacțiune $M - N$;

Pentru toate variantele de calcul de mai sus, secțiunea satisface starea limită de rezistență dacă este îndeplinită condiția $M_* \le M_{cap}$.

Ca și în cazul proiectării, calculul capacității portante este condus, în mod curent, conform procedeelor prezentate la punctul 6.7.1.3.

6.7.1.3. Calculul practic al secțiunilor dreptunghiulare, armate simetric, supuse la compresiune (cazul I sau II)

Pentru calculul practic al secțiunilor dreptunghiulare, armate simetric, au fost întocmite tabele și nomograme specifice, fără a se face o diferențiere între cele două cazuri de compresiune.

Anexa 15 a fost întocmită pe baza metodei generale de calcul (pct. 6.4) și conține reprezentări tabelare [47] ale curbelor de interacțiune $M - N$.

Nomogramele din anexa 16 redau curbele de interacțiune $M - N$ pentru diferite cantități de armătură, exprimate prin coeficientul mecanic de armare α. Aceste nomograme au fost trasate utilizând metoda simplificată de calcul [83].

Proiectarea elementelor comprimate excentric (cazul I sau II) cu secțiune dreptunghiulară, armată simetric

Calculul implică cunoașterea eforturilor M și N (adică M_* și N), a dimensiunilor secțiunii b și h, precum și a rezistențelor de calcul ale materialelor R_a și R_c.

Se calculează valorile relative ale eforturilor secționale cu relațiile:

$$n = N/bhR_c \tag{6.118}$$

$$m = M_*/bh^2R_c \tag{6.119}$$

precum și raportul $a/h = a'/h$.

În funcție de aceste valori și de tipul de oțel (în cazul nomogramelor), se determină coeficientul mecanic de armare α din tabelele anexelor 15A...D sau din diagramele de interacțiune din anexa 16.

Aria armăturilor rezultă din relația:

$$A_a = A'_a = \alpha bh\frac{R_c}{R_a} \tag{6.120}$$

Verificarea elementelor comprimate excentric (cazul I sau II) cu secțiune dreptunghiulară, armată simetric

Cunoscând caracteristicile secțiunii b, h, $A_a = A'_a$, calitățile materialelor și eforturile de calcul M și N se pune problema determinării capacității portante.

Se calculează valoarea relativă a forței axiale $n = N/bhR_c$, coeficientul mecanic de armare $\alpha = A_aR_a/bhR_c$, precum și raportul $a/h = a'/h$.

În funcție de aceste valori și de tipul de oțel (în cazul nomogramelor), se determină coeficientul m din tabelele anexelor 15A...D sau din diagramele de interacțiune din anexa 16.

Capacitatea portantă rezultă din relația:

$$M_{cap} = mbh^2R_c \tag{6.121}$$

Secțiunea satisface starea limită de rezistență dacă este îndeplinită condiția $M_* \le M_{cap}$.

Aplicația numerică 6.8. *Dimensionarea ariei de armătură pentru secțiunile dreptunghiulare armate simetric, supuse la compresiune excentrică dreaptă*

Se cere armarea stâlpului din beton armat monolit (turnat pe verticală). Stâlpul nu face parte dintr-o structură calculată la seism și este încadrat în grupa C, conform punctului 13.1.2. Se cunosc: $b/h = 400/500\,\text{mm}$; $N = 600\,\text{kN}$; $M = 200\,\text{kNm}$; $M_{ld} = 50\,\text{kNm}$; lungimea de flambaj $l_f = 7{,}5\,\text{m}$; materialele: beton C12/15 ($R_c = 0{,}85 \cdot 9{,}5 = 8{,}075\,\text{N/mm}^2$ pentru $b > 300\,\text{mm}$, conform anexelor 2 și 3) și PC52 ($R_a = 300\,\text{N/mm}^2$, anexa 8).

Influența flexibilității

Se calculează coeficientul de zvelțețe: $\lambda = \dfrac{7500}{500} = 15 > 10$, deci intervine influența flexibilității. Se presupune $\eta \le 1{,}2$; în acest caz η poate fi calculat cu metoda aproximativă. Se consideră un procent de armare total $p_t = 1{,}3\%$, cuprins în limitele date la punctul 13.6.1: $p_{min} = 0{,}4\% \le p_t \le 2{,}5\%$.

Se determină modulul de rigiditate convențional cu relația (6.4):

$$(EI)_{conv} = 0{,}15\frac{1+\sqrt{p}}{1+M_{ld}/M}E_bI_b =$$

$$= 0{,}15 \cdot \frac{1+\sqrt{1{,}3}}{1+50/200} \cdot 24000 \cdot 4{,}166 \cdot 10^9 = 25{,}6 \cdot 10^{12}\,\text{Nmm}^2$$

unde $E_b = 24000\,\text{N/mm}^2$ rezultă din anexa 4, iar $I_b = \dfrac{400 \cdot 500^3}{12} = 4{,}166 \cdot 10^9\,\text{mm}^4$.

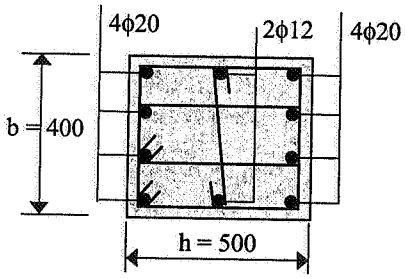


Fig. Apl.6.8.

Forța axială critică rezultă din relația (6.3):

$$N_{cr} = \frac{\pi^2(EI)_{conv}}{l_f^2} = \frac{\pi^2 25{,}6 \cdot 10^{12}}{7500^2} = 4490 \cdot 10^3\,\text{N}$$

Coeficientul η se determină cu relația (6.5):

$$\eta = \frac{1}{1-N/N_{cr}} = \frac{1}{1-600/4490} = 1{,}154 < 1{,}2$$

deci se poate aplica calculul aproximativ.

Se calculează momentul încovoietor corectat cu relația (6.6):

$$M_* = \eta(M + e_aN) = 1{,}154\left(200 \cdot 10^6 + 20 \cdot 600 \cdot 10^3\right) = 245 \cdot 10^6\,\text{Nmm}$$

unde excentricitatea adițională rezultă din dubla condiție (6.1): $e_a = \dfrac{h}{30} = \dfrac{500}{30} = 16{,}7\,\text{mm}$, dar cel puțin 20 mm.

Calculul ariilor de armătură cu tabele sau cu nomograme

Se presupune armarea cu bare ϕ20, deci $a = 25 + 20/2 = 35\,\text{mm}$ și $\dfrac{a}{h} = \dfrac{35}{500} = 0{,}07$.

Cu relațiile (6.118) și (6.119), punctul 6.7.1.3, se calculează valorile relative ale solicitărilor:

$$n = \frac{N}{bhR_c} = \frac{600 \cdot 10^3}{400 \cdot 500 \cdot 8{,}075} = 0{,}372\,;\quad m = \frac{M_*}{bh^2R_c} = \frac{245 \cdot 10^6}{400 \cdot 500^2 \cdot 8{,}075} = 0{,}303$$

Din anexa 15B ($a/h = 0{,}075$) rezultă $\alpha = 0{,}22$; aria de armătură se determină cu relația (6.120):

$$A_a = A'_a = \alpha bh\frac{R_c}{R_a} = 0{,}22 \cdot 400 \cdot 500 \cdot \frac{8{,}075}{300} = 1184\,\text{mm}^2$$

Se aleg barele **4ϕ20** (1256 mm^2); se compară procentul de armare obținut cu cel presupus:

$$p_t = \frac{(A_a + A'_a)100}{bh} = \frac{2 \cdot 1256 \cdot 100}{400 \cdot 500} = 1{,}256\% \cong 1{,}3\%,$$

deci calculul coeficientului η este corect.

Se ajunge la același rezultat, dacă se utilizează nomogramele din anexa 16.

Pentru $a/h = 0{,}04$ rezultă $\alpha = 0{,}20$, iar pentru $a/h = 0{,}08$, $\alpha = 0{,}23$; prin interpolare rezultă $\alpha = 0{,}22$ (pentru $a/h = 0{,}07$).

Alcătuirea secțiunii este prezentată în figura Apl.6.8; se prevăd și etrieri neperimetrali, conform punctului 13.6.2, deoarece numărul de bare longitudinale pe o latură este mai mare decât 3 și dimensiunea laturii mari este mai mare decât 400 mm.

Se verifică procentele de armare:

- procentul total: $p_t = 1{,}256\% > p_{min} = 0{,}4\%$, conform tabelului 13.10 și $p_t < p_{max} = 2{,}5\%$
- procentul de armare pe o latură: $p = \frac{741 \cdot 100}{400 \cdot 500} = 0{,}375 > 0{,}2\%$ (pentru direcția laturii lungi, 2ϕ20 + 2ϕ12).

Calculul direct al ariilor de armătură

Se calculează poziția axei neutre cu relația (6.105), presupunând că este cazul I de compresiune excentrică:

$$x = \frac{N}{bR_c} = \frac{600 \cdot 10^3}{400 \cdot 8{,}075} = 186\,\text{mm};$$

Deoarece $\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{186}{465} = 0{,}399 < \xi_b = 0{,}55$, este cazul I de compresiune excentrică.

Se aplică relația (6.107), valabilă pentru $x > 2a' = 2 \cdot 35 = 70\,\text{mm}$:

$$A_a = A'_a = \frac{M_* - N(h-x)/2}{R_a h_a} = \frac{245 \cdot 10^6 - 600 \cdot 10^3 (500 - 186)/2}{300 \cdot 430} = 1169\,\text{mm}^2$$

unde: $h_a = h_0 - a' = 500 - 35 - 35 = 430\,\text{mm}$ se determină cu relația (6.106), pentru $a = a' = 35\,\text{mm}$.

Aplicația numerică 6.9. *Calculul momentului capabil pentru secțiunile dreptunghiulare armate simetric, supuse la compresiune excentrică dreaptă*

Se cere determinarea momentului capabil pentru un stâlp prefabricat, turnat pe orizontală, cunoscând: $b/h/h_0$ = 450/600/564 mm; beton C20/25 cu R_c = 15N/mm^2; oțel PC52 cu R_a = 300 N/mm^2; N = 800 kN; M = 450 kNm; $M_{ld} = 0$; l_f = 12 m; $A_a = A'_a$ = 6ϕ22; $a = a'$ = 36 mm. Alcătuirea secțiunii transversale este dată în figura Apl.6.9.

Conform relației (6.105), $x = \frac{800 \cdot 10^3}{450 \cdot 15} = 118$ mm; $\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{118}{564} = 0{,}209 < \xi_b = 0{,}55$

deci este cazul I de compresiune excentrică.

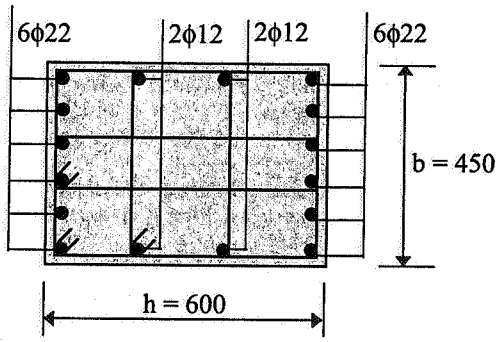


Fig. Apl.6.9.

Deoarece $x > 2a' = 2 \cdot 36 = 72$ mm, se aplică relația (6.106), în care termenul din dreapta reprezintă momentul capabil, M_{cap}:

$$M_{cap} = N\frac{h-x}{2} + A'_a R_a (h_0 - a') =$$

$$= 800 \cdot 10^3 \frac{600 - 118}{2} + 2281 \cdot 300(564 - 36) = 554 \cdot 10^6\,\text{Nmm}.$$

Deoarece $\lambda = \frac{12000}{600} = 20 > 10$, intervine influența deformațiilor de ordinul II; se calculează în continuare coeficientul η.

Procentul total de armare este: $p_t = \frac{2A_a 100}{bh} = \frac{2 \cdot 2281 \cdot 100}{450 \cdot 600} = 1{,}69\% < p_{t\,max} = 2{,}5\%$

$$(EI)_{conv} = (EI)_{conv} = 0{,}15\frac{1+\sqrt{p}}{1+M_{ld}/M} E_b I_b =$$

$$= 0{,}15\left(1+\sqrt{1{,}69}\right)30000\frac{450 \cdot 600^3}{12} = 83{,}8 \cdot 10^{12}\,\text{Nmm}^2, \text{ conform relației (6.4);}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{conv}}{l_f^2} = \frac{\pi^2 83{,}8 \cdot 10^{12}}{12000^2} = 5740 \cdot 10^3\,\text{N, din relația (6.3);}$$

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = \frac{1}{1 - 600/5740} = 1{,}117 < 1{,}2 \text{ conform relației (6.5).}$$

Se verifică relația:

$$M_* = \eta(M + e_a N) \le M_{cap}$$

$$M_* = 1{,}117\left(450 \cdot 10^6 + 20 \cdot 800 \cdot 10^3\right) = 520 \cdot 10^6 < M_{cap} = 554 \cdot 10^6\,\text{Nmm}$$

Secțiunea rezistă în condițiile date de solicitare.

Aplicația numerică 6.10. *Dimensionarea ariei de armătură pentru secțiunile dreptunghiulare armate simetric, supuse la compresiune excentrică dreaptă*

Se cere armarea stâlpului din beton armat monolit (turnat pe verticală), cunoscând: b/h = 300/500 mm; l_f = 4,6 m; M = 100 kNm; N = 1000 kN; beton C16/20; PC52 (R_a = 300 N/mm^2, anexa 8).

$R_c = 0{,}85 \cdot 12{,}5 = 10{,}625$ N/mm^2 pentru $b > 300$ mm, conform anexelor 2 și 3.

Deoarece $\lambda = \dfrac{4600}{500} = 9{,}2 < 10$, nu intervin deformațiile de ordinul II, adică $\eta = 1$.

Se apreciază $a = a' = 40$ mm, deci $h_0 = 500 - 40 = 460$ mm.

Se verifică în prealabil cazul de solicitare la compresiune excentrică:

$$\xi = \frac{N}{bh_0R_c} = \frac{1000 \cdot 10^3}{300 \cdot 460 \cdot 10{,}625} = 0{,}682 > \xi_b = 0{,}55,$$ deci este cazul II de compresiune excentrică.

Se optează pentru calculul cu tabelele din anexa 14, deci se determină

$$M_* = \eta(M + e_aN) = 100 \cdot 10^6 + 20 \cdot 1000 \cdot 10^3 = 120 \cdot 10^6 \text{ Nmm, respectiv:}$$

$$n = \frac{N}{bh_0R_c} = \frac{1000 \cdot 10^3}{300 \cdot 460 \cdot 10{,}625} = 0{,}682;\ \varepsilon_0 = \frac{M_*}{Nh_0} = \frac{120 \cdot 10^6}{1000 \cdot 10^3 \cdot 460} = 0{,}261;$$

$$\frac{a}{h_0} = \frac{40}{460} = 0{,}087$$

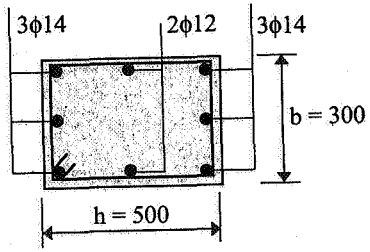


Fig. Apl.6.10.

În funcție de n și ε_0, din anexa 14, corespunzător raportului a/h_0 și oțelului PC52, rezultă $\alpha = 0{,}057$. Aria de armătură se determină cu relația (6.117):

$$A_a = A'_a = \alpha bh_0 \frac{R_c}{R_a} = 0{,}057 \cdot 300 \cdot 460 \frac{10{,}625}{300} = 278 \text{ mm}^2$$

Din anexa 26, de aleg barele **3ϕ14**. Alcătuirea secțiunii este prezentată în figura Apl.6.10.

6.7.2. Secțiunea dreptunghiulară supusă la compresiune excentrică oblică

Așa cum s-a arătat la punctul 6.2, solicitarea de compresiune însoțită de momente încovoietore pe ambele direcții ale secțiunii este denumită și compresiune excentrică oblică, deoarece planul de acțiune al forței excentrice nu este cuprins în nici unul din planurile care

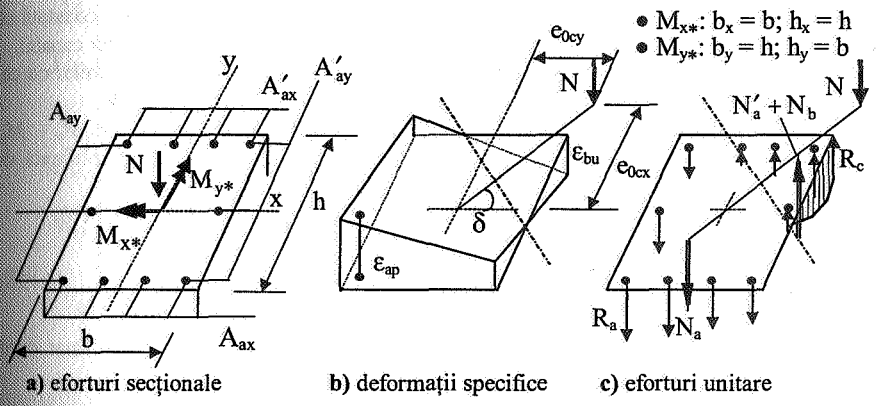
conțin axele principale ale secțiunii transversale. Planul forței face un unghi δ cu planul ce conține axa x a secțiunii transversale (fig. 6.30).

6.7.2.1. Bazele calculului la compresiune excentrică oblică

Calculul secțiunilor dreptunghiulare la compresiune excentrică oblică se bazează pe:

- respectarea principiilor metodei generale de calcul (pct. 6.4), dintre care cele mai importante sunt admiterea ipotezei secțiunilor plane a lui Bernoulli (fig. 6.30b) și utilizarea diagramei reale de distribuție a eforturilor unitare normale (fig. 6.30c);
- definirea unghiului δ prin $\text{tg}\delta = M_{y*} / M_{x*}$;
- stabilirea poziției axei neutre oblice în așa fel încât rezultanta eforturilor unitare din zona comprimată $N'_a + N_b$ și cea a eforturilor unitare din zona întinsă să se găsească pe dreapta ce unește centrul geometric al secțiunii cu punctul de aplicație al forței N (fig. 6.30c).

Secțiunea ajunge la starea limită de rezistență când deformația specifică a celei mai întinse armături și/sau deformația specifică maximă a betonului comprimat ating limitele lor. Acest lucru înseamnă $\varepsilon_a = \varepsilon_{ap}$, respectiv $\varepsilon_b = \varepsilon_{b\,lim}$, adică $\sigma_{a\,max} = R_a$, respectiv $\sigma_{b\,max} = R_c$.



a) eforturi secționale **b)** deformații specifice **c)** eforturi unitare

Fig. 6.30. Secțiune dreptunghiulară supusă la compresiune excentrică oblică

Comportarea secțiunii dreptunghiulare supusă la compresiune excentrică oblică este redată de suprafața de interacțiune $N - M_x - M_y$ reprezentată în figura 6.4.

Eforturile secționale N, M_{x*} și M_{y*} pot fi însumate vectorial, rezultând vectorul:

$$R = \sqrt{N^2 + M_{x*}^2 + M_{y*}^2} = \sqrt{N^2 + M_*^2} \qquad (6.122)$$

în vârful căruia se consideră plasat punctul A. Corespunzător eforturilor secționale, se regăsesc cele trei capacități portante N_{cap}, $M_{x\,cap}$ și $M_{y\,cap}$, a căror rezultantă este vectorul:

$$R_{cap} = \sqrt{N_{cap}^2 + M_{x\,cap}^2 + M_{y\,cap}^2} = \sqrt{N_{cap}^2 + M_{cap}^2} \qquad (6.123)$$

și căruia îi corespunde punctul B plasat pe suprafața de interacțiune. Cele două puncte A și B se găsesc în același plan meridian P_δ, determinat de unghiul δ (fig. 6.31a).

Aşa cum s-a arătat la punctul 6.2, secţiunea satisface starea limită de rezistenţă, dacă punctul A se află în interiorul domeniului delimitat de suprafaţa de interacţiune sau, la limită, chiar pe suprafaţă (în acest caz, punctul A coincide cu punctul B). Din punct de vedere matematic cele de mai sus înseamnă:

$$R \le R_{cap} \qquad (6.124)$$

Calculul exact este bazat pe metoda generală şi se poate efectua cu ajutorul suprafeţelor de interacţiune, reprezentate printr-o succesiune de curbe $M_x - M_y$ pentru diferite valori ale forţei axiale N [8], [121], [122], [136] sau prin utilizarea programului de calcul JUMBO [74].

6.7.2.2. Procedeul practic simplificat de calcul

În figura 6.5 sunt prezentate cele două variante de atingere a capacităţii portante pentru compresiunea excentrică dreaptă, variante ce rămân valabile şi în cazul compresiunii excentrice oblice.

Varianta creşterii proporţionale a eforturilor a fost folosită pe larg până în anii '80, deşi nu era adecvată cerinţelor de calcul pentru structurile plasate în zone seismice. În prezent, această abordare a fost înlocuită cu cea de a doua variantă, când pentru o forţă axială constantă se consideră o creştere a celor două momente încovoietoare. În figura 6.31a şi b se prezintă curba **paralelă** a suprafeţei de interacţiune pentru o forţă axială constantă N. Se constată că forma acesteia depinde de unghiul δ al planului P_δ, care conţine momentul încovoietor capabil.

Procedeul simplificat de calcul prevăzut în standardul românesc [31] este similar cu cel din normele britanice CP 110 Code of Practice for the Structural Use of Concrete.

Procedeul simplificat se bazează pe înlocuirea curbei reale de interacţiune $M_x - M_y$, deci a legii de variaţie a momentului încovoietor capabil M_{cap}, cu o curbă simplificată de formă eliptică de gradul β (fig. 6.31b).

Legea simplificată de variaţie a momentului încovoietor capabil este (fig. 6.31b):

$$\left(\frac{M_{x\,cap}}{M_{x0}}\right)^{\beta} + \left(\frac{M_{y\,cap}}{M_{y0}}\right)^{\beta} = 1 \qquad (6.125)$$

unde: $M_{x\,cap}$, $M_{y\,cap}$ sunt componentele momentului încovoietor capabil înclinat după direcţiile Ox şi Oy ale axelor principale ale secţiunii transversale;

M_{x0} – momentul încovoietor capabil pentru N dat, când $M_{y*} = 0$ (fig. 6.31a);

M_{y0} – momentul încovoietor capabil pentru N dat, când $M_{x*} = 0$ (fig. 6.31a);

β – coeficient care depinde de valoarea relativă a forţei de compresiune şi de modul de dispunere al armăturii în secţiunea transversală; valorile acestui coeficient sunt date în anexa 17 pentru armarea simetrică; sunt date trei variante de dispunere a armăturilor: câte o bară în colţurile secţiunii (tipul A) şi mai mult de două bare pe latură, cu $A_{ax} = A_{ay}$ (tipul B), respectiv cu $A_{ax} = (1{,}5...2)A_{ay}$ (tipul C).

În raport cu normele britanice, coeficientul β a fost evaluat pe baza unor analize numerice efectuate pe calculator, utilizând metoda generală de calcul [46], [47]. Coeficientul s-a determinat în aşa fel, încât, pentru oblicitatea maximă a planului de acţiune (diagonala secţiunii - fig. 6.31b), metoda simplificată să conducă la acelaşi rezultat ca şi metoda generală.

În evaluarea capacităţilor portante $M_{x\,cap}$ şi M_{x0}, respectiv $M_{y\,cap}$ şi M_{y0} nu s-au luat în considerare armăturile intermediare de pe cealaltă direcţie, ceea ce este acoperitor.

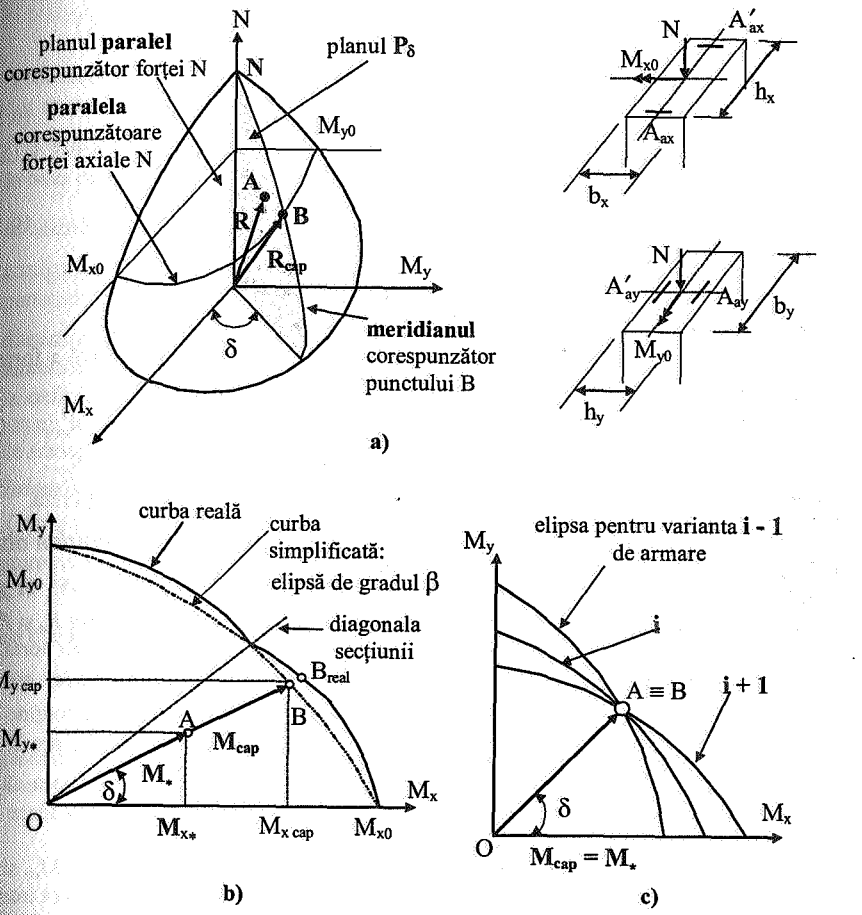


Fig. 6.31. Variaţia momentului încovoietor capabil

Calculul conform acestui procedeu este acoperitor, deoarece curba simplificată se află întotdeauna în interiorul curbei reale.

Avantajul procedeului constă în descompunerea compresiunii excentrice oblice în două compresiuni excentrice după cele două direcţii principale ale secţiunii, dar cu momente încovoietore de dimensionare majorate, deoarece compresiunea excentrică oblică este mai defavorabilă decât compresiunea excentrică dreaptă.

Verificarea secţiunii dreptunghiulare supusă la compresiune excentrică oblică

Cunoscând caracteristicile secţiunii b, h, ariile de armătură pe cele două direcţii $A_{ax} = A'_{ax}$ şi $A_{ay} = A'_{ay}$, calităţile materialelor şi eforturile de calcul N, M_x şi M_y se pune problema verificării capacităţii portante.

Starea limită de rezistenţă este satisfăcută atunci când relaţia (6.124) este îndeplinită, adică atunci când:

$$\sqrt{N^2 + M_*^2} \le \sqrt{N_{cap}^2 + M_{cap}^2}$$

dar, cum $N = N_{cap}$, relația de mai sus devine (fig. 6.31b):

$$M_* \le M_{cap} \tag{6.126}$$

Corelația dintre formulele (6.125) și (6.126) conduce la următoarea relație practică de calcul:

$$\left(\frac{M_{x*}}{M_{x0}}\right)^{\beta} + \left(\frac{M_{y*}}{M_{y0}}\right)^{\beta} = (k_x)^{\beta} + (k_y)^{\beta} \le 1 \tag{6.127}$$

cu $k_x = M_{x*}/M_{x0}$ și $k_y = M_{y*}/M_{y0}$.

Verificarea secțiunii implică parcurgerea următoarelor etape:

- se determină coeficientul β din anexa 17, în funcție de valoarea relativă a forței de compresiune $n = N/bhR_c$ și modul ales de dispunere al armăturilor;
- se calculează M_{x0}, pe baza prevederilor punctului 6.7.1, pentru N și $A_{ax} = A'_{ax}$;
- se calculează M_{y0}, pe baza prevederilor punctului 6.7.1, pentru N și $A_{ay} = A'_{ay}$;

Starea limită de rezistență este satisfăcută când condiția (6.127) este îndeplinită.

Proiectarea secțiunii dreptunghiulare supusă la compresiune excentrică oblică

Calculul implică cunoașterea eforturilor N, M_x și M_y (adică N, M_{x*} și M_{y*}), a dimensiunilor secțiunii b și h, precum și a rezistențelor de calcul ale materialelor R_a și R_c.

Determinarea ariei de armătură se face pentru situația în care capacitatea portantă a secțiunii M_{cap} este egală cu momentul încovoietor exterior M_*, ceea ce înseamnă suprapunerea punctelor A și B (fig. 6.31b). Deoarece relația (6.127) este unica disponibilă și conține două necunoscute M_{x0} (de fapt A_{ax}) și M_{y0} (de fapt A_{ay}), dimensionarea directă a armăturilor comportă o infinitate de soluții. Această situație este reflectată grafic prin aceea că prin punctul $A \equiv B$ pot trece o infinitate de elipse de grad β (fig. 6.31c), pentru toate fiind satisfăcută condiția (6.127).

Problema devine determinată dacă se impune o relație suplimentară între M_{x0} și M_{y0}, adică între armăturile de pe cele două direcții A_{ax} și A_{ay}. Principalele situații care pot interveni sunt următoarele:

- nu există o anumită soluție de armare impusă de considerente constructive; în această situație, este de dorit ca relația suplimentară să fie dedusă din optimizarea secțiunii, vizându-se următoarele criterii:
  - aceeași proporție între capacitățile portante pe cele două direcții ale secțiunii M_{x0} și M_{y0} ca între momentele încovoietoare exterioare M_{x*} și M_{y*} [119];
  - consumul minim de armătură [46].
- una din cele două armături este impusă, fiind determinată din alte ipoteze de încărcare și/sau din condiții minime de armare.

a. Proporționalitatea între eforturile secționale și capacitățile portante

Acest criteriu de optimizare înseamnă $\frac{M_{x0}}{M_{y0}} = \frac{M_{x*}}{M_{y*}}$ sau $\frac{M_{x*}}{M_{x0}} = \frac{M_{y*}}{M_{y0}}$, adică $k_x = k_y$, astfel încât condiția (6.127) devine:

$$(k_x)^{\beta} = (k_y)^{\beta} \le 0{,}5 \tag{6.128}$$

Procedura de calcul este următoarea:

- din anexa 17 se determină coeficientul β, în funcție de sistemul de armare propus și de $n = N/bhR_c$;
- în baza condiției (6.128) se alege valoarea $V = (k_x)^{\beta} = (k_y)^{\beta} \le 0{,}5$;
- se calculează $k_x = k_y = \sqrt[\beta]{V}$;
- armăturile de pe cele două direcții trebuie să confere secțiunii următoarele capacități portante: $M_{x0} = M_{x*}/k_x$, respectiv $M_{y0} = M_{y*}/k_y$;
- dimensionarea armăturii A_{ax} se face la eforturile N și M_{x0}, conform punctului 6.7.1.3;
- dimensionarea armăturii A_{ay} se face la eforturile N și M_{y0}, conform punctului 6.7.1.3;
- la definitivarea armării secțiunii, dacă A_{ax} se rotunjește în plus, atunci A_{ay} se poate rotunji în minus, respectiv invers; se verifică dacă armarea realizată corespunde sistemului de armare propus inițial.

b. Minimizarea consumului de armătură

Consumul total de armătură $A_{ax} + A_{ay}$ este minim atunci când este îndeplinită condiția de minim referitoare la capacitățile portante pe cele două direcții, considerate ca independente, adică $M_{x0} + M_{y0} = min$. Utilizând valorile relative ale momentelor încovoietoare capabile pe cele două direcții ($m_{x0} = M_{x0}/b_x h_x^2 R_c$; $m_{y0} = M_{y0}/b_y h_y^2 R_c$), funcția pentru care se caută minimul este:

$$m_{x0} + m_{y0} \tag{6.129}$$

și după cum se vede ea conține două variabile.

Din relația (6.127) rescrisă sub forma:

$$\left(\frac{m_x}{m_{x0}}\right)^{\beta} + \left(\frac{m_y}{m_{y0}}\right)^{\beta} = 1$$

se obține $m_{y0} = f(m_{x0})$, care înlocuit în relația (6.129), conduce la funcția $f_1(m_{x0}) = 0$.

În relația de mai sus s-au folosit notațiile $m_x = M_{x*}/b_x h_x^2 R_c$, respectiv $m_y = M_{y*}/b_y h_y^2 R_c$.

Minimul acestei funcții rezultă din anularea derivatei funcției f_1 în raport cu variabila m_{x0}, obținându-se în final un raport optim între m_{x0} și m_{y0}, pentru care $A_{ax} + A_{ay} = min$. Raportul $(m_{x0}/m_{y0})_{optim}$, corelat cu valorile relative m_x și m_y, a permis calcularea unor valori optimizate pentru coeficienții k_x și k_y. Aceste valori sunt întabulate în anexa 18 în funcție de coeficientul β și raportul $m_x/m_y \le 1{,}0$.

Procedura de calcul este următoarea:

- se calculează valorile relative

$$n = N/bhR_c,\ m_x = M_{x*}/b_x h_x^2 R_c,\ m_y = M_{y*}/b_y h_y^2 R_c;$$

- din anexa 17 se determină coeficientul β, în funcție de modul de armare propus și de n;
- se calculează m_x/m_y ; dacă $m_x/m_y > 1{,}0$ se schimbă notațiile;
- din anexa 18 se determină coeficienții k_x și k_y;
- armăturile de pe cele două direcții trebuie să confere secțiunii următoarele capacități portante (exprimate ca valori relative) $m_{x0} = m_x/k_x$, respectiv $m_{y0} = m_y/k_y$;
- dimensionarea armăturilor A_{ax} și A_{ay} se face conform prevederilor punctului 6.7.1.3, prin utilizarea anexelor 15 sau 16, la care datele de intrare sunt valorile relative n și m_{x0}, respectiv n și m_{y0};
- la definitivarea armării secțiunii, dacă A_{ax} se rotunjește în plus, atunci A_{ay} se poate rotunji în minus, respectiv invers; se verifică dacă armarea realizată corespunde sistemului de armare propus inițial.

Un caz particular îl constituie secțiunile dreptunghiulare care au câte o bară în fiecare colț, ceea ce înseamnă $A_{ax} = A_{ay}$. În această situație coeficientului β se determină din anexa 17 pentru tipul *A* de dispunere a armăturilor, după care se calculează coeficientul $k_y = 1\Big/\sqrt[\beta]{\left(m_x/m_y\right)^{\beta}+1}$ (dacă $m_x/m_y > 1{,}0$ se schimbă notațiile). Calculul armăturii se face conform prevederilor punctului 6.7.1.3, prin utilizarea anexelor 15 sau 16, la care datele de intrare sunt valorile relative n și $m_{y0} = m_y/k_y$.

c. Dimensionarea armăturii pe o direcție, când se cunoaște armătura pe cealaltă direcție

Procedura de calcul este următoarea:

- se calculează M_{y0}, conform punctului 6.7.1, cunoscând forța axială N și armătura A_{ay};
- $k_y = M_{y*}/M_{y0}$;
- din anexa 17 se determină coeficientul β, în funcție de sistemul de armare propus și de $n = N/bhR_c$;
- pornind de la prima parte a relației (6.127), în care se ia în considerare semnul de egalitate, se obține $k_x = \sqrt[\beta]{1-\left(k_y\right)^{\beta}}$;
- armătura A_{ax} trebuie să confere secțiunii capacitatea portantă $M_{x0} = M_{x*}/k_x$;
- dimensionarea armăturii A_{ax} se face la eforturile N și M_{x0}, conform punctului 6.7.1.3;
- se verifică dacă armarea realizată corespunde sistemului de armare propus inițial.

Aplicația numerică 6.11. *Secțiunea dreptunghiulară supusă la compresiune excentrică oblică. Dimensionarea ariei de armătură prin utilizarea proporționalității între eforturile secționale și capacitățile portante.*

Se cere armarea stâlpului din beton armat monolit, având dimensiunile 400/600 mm (fig. Apl.6.11). Solicitările sunt: N = 600 kN; M_x = 130 kNm; M_y = 250 kNm. Materialele folosite: beton C16/20 ($R_c = 0{,}85 \cdot 12{,}5 = 10{,}625$ N/mm^2), oțel PC60 ($R_a = 350$ N/mm^2). Din calculul la efectele de pierdere a stabilității, după direcția x, respectiv y, au rezultat: $\eta_x = 1{,}17$ și $\eta_y = 1{,}05$.

Excentricitățile adiționale se determină după direcția x și y conform condiției (6.1):

$e_a = \dfrac{h}{30}$, dar cel puțin 20 mm.

$e_{ax} = \dfrac{h_x}{30} = \dfrac{400}{30} = 13{,}3$ mm, deci $e_{ax} = 20$ mm

$e_{ay} = \dfrac{h_y}{30} = \dfrac{600}{30} = 20$ mm, deci $e_{ay} = 20$ mm

Momentele de calcul se determină cu relația (6.6), $M_* = \eta(M + e_a N)$:

$M_{x*} = (130 + 0{,}020 \cdot 600)1{,}17 = 166$ kNm

$M_{y*} = (250 + 0{,}020 \cdot 600)1{,}05 = 275$ kNm

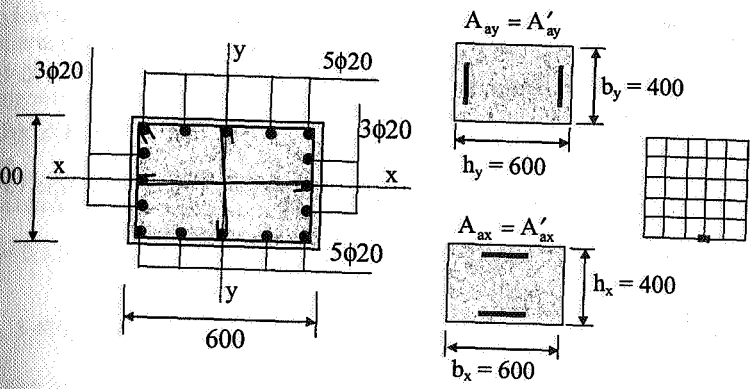


Fig. Apl.6.11.

Se calculează cu relațiile (6.118) și (6.119) valorile adimensionale ale eforturilor N, M_{x*} și M_{y*}:

$$n = \frac{N}{bhR_c} = \frac{600 \cdot 10^3}{400 \cdot 600 \cdot 10{,}625} = 0{,}235$$

$m_x = \dfrac{M_{x*}}{b_x h_x^2 R_c} = \dfrac{166 \cdot 10^6}{600 \cdot 400^2 \cdot 10{,}625} = 0{,}163$

$m_y = \dfrac{M_{y*}}{b_y h_y^2 R_c} = \dfrac{275 \cdot 10^6}{400 \cdot 600^2 \cdot 10{,}625} = 0{,}180$

Se alege conform anexei 17 varianta de armare *B*: mai mult de patru bare, cu raportul armăturilor $A_{ay}/A_{ax} \cong 1{,}0$; rezultă, pentru $n = 0{,}235$, $\beta = 1{,}58$.

Se alege $V = k_x^{\beta} = k_y^{\beta} = 0{,}5$. Pentru $\beta = 1{,}58$, rezultă: $k_x = k_y = \sqrt[1{,}58]{0{,}5} = 0{,}645$.

$m_{x0} = \dfrac{m_x}{k_x} = \dfrac{0{,}163}{0{,}645} = 0{,}253$

$m_{y0} = \dfrac{m_y}{k_y} = \dfrac{0{,}180}{0{,}645} = 0{,}279$

Se presupune $a_x = a_y = 35$ mm.

$a_x/h_x = 35/400 = 0{,}0875$

$a_y/h_y = 35/600 = 0{,}058$

Pentru valorile n, m, a/h, din anexa 15C ($a/h = 0{,}100$) și anexa 15A ($a/h = 0{,}050$), rezultă coeficienții α și se calculează ariile de armătură pe direcția x și y, conform relației (6.120):

$\alpha = \alpha_x = 0{,}21$; $A_{ax} = A'_{ax} = \alpha_x bh \dfrac{R_c}{R_a}$

$A_{ax} = 0{,}21 \cdot 400 \cdot 600 \dfrac{10{,}625}{350} = 1530$ mm^2

$\alpha = \alpha_y = 0{,}21$; $A_{ay} = A'_{ay} = \alpha_y bh \dfrac{R_c}{R_a}$

$A_{ay} = 0{,}21 \cdot 400 \cdot 600 \dfrac{10{,}625}{350} = 1530$ mm^2

Se aleg barele:

direcția x: **5ϕ20** $A_{ax} = 1571$ mm^2

direcția y: **5ϕ20** $A_{ay} = 1571$ mm^2

Raportul $A_{ay} / A_{ax} = 1{,}00$ deci armarea este corespunzătoare cazului B.

Se verifică procentele de armare, conform punctului 13.6.1:

- pe latura cu armare minimă, pentru 5ϕ20: $p = \frac{1571 \cdot 100}{400 \cdot 600} = 0{,}654\% > p_{min} = 0{,}2\%$

- procentul total, pentru 16ϕ20: $p = \frac{5028 \cdot 100}{400 \cdot 600} = 2{,}095\% < p_{t\,max} = 2{,}5\%$; $p > p_{t\,min} = 0{,}4\%$.

Aplicația numerică 6.12. *Secțiunea dreptunghiulară supusă la compresiune excentrică oblică. Utilizarea criteriului de minimizare a consumului de armătură.*

Se cere armarea stâlpului din beton armat monolit, având dimensiunile 400/450 mm (fig. Apl.6.12). Solicitările sunt: N = 400 kN; M_x = 100 kNm; M_y = 50 kNm. Materialele folosite: beton C12/15 cu $R_c = 0{,}85 \cdot 9{,}5 = 8{,}075$ N/mm^2 și oțel PC52 (R_a = 300 N/mm^2). Nu intervine influența flexibilității.

Excentricitățile adiționale se determină după direcția x și y conform condiției (6.1):

$e_a = \frac{h}{30}$, dar cel puțin 20 mm.

$e_{ax} = \frac{h_x}{30} = \frac{450}{30} =$ 15 mm, deci e_{ax} = 20 mm

$e_{ay} = \frac{h_y}{30} = \frac{400}{30} = 13{,}3$ mm, deci e_{ay} = 20 mm

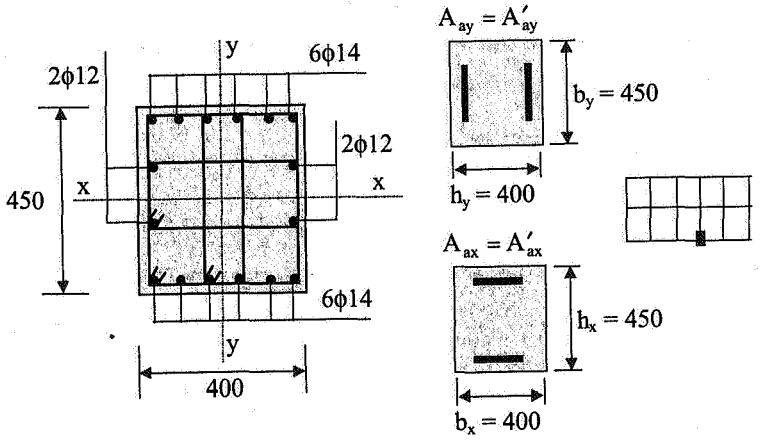


Fig. Apl.6.12.

Momentele de calcul se determină cu relația (6.6), $M_* = \eta(M + e_a N)$:

$M_{x*} = 100 + 0{,}020 \cdot 400 = 108$ kNm | $M_{y*} = 50 + 0{,}020 \cdot 400 = 58$ kNm

Se calculează cu relațiile (6.118) și (6.119) valorile adimensionale ale eforturilor:

$$n = \frac{N}{bhR_c} = \frac{400 \cdot 10^3}{400 \cdot 450 \cdot 8{,}075} = 0{,}275$$

$m_x = \frac{M_{x*}}{b_x h_x^2 R_c} = \frac{108 \cdot 10^6}{400 \cdot 450^2 \cdot 8{,}075} = 0{,}165$ | $m_y = \frac{M_{y*}}{b_y h_y^2 R_c} = \frac{58 \cdot 10^6}{450 \cdot 400^2 \cdot 8{,}075} = 0{,}100$

Se alege conform anexei 17 varianta de armare *C*: mai mult de patru bare, cu raportul armăturilor $A_{ax} / A_{ay} = 1{,}5...2$; rezultă $\beta = 1{,}425$, pentru $n = 0{,}275$.

Se notează $m_x = m_2$ și $m_y = m_1$, deoarece conform anexei 18, trebuie ca $m_1 > m_2$.

Pentru $\beta = 1{,}425$ și raportul $m_1/m_2 = 0{,}100/0{,}165 = 0{,}61$ rezultă din anexa 18 $k_1 = 0{,}549$, $k_2 = 0{,}678$, adică:

$k_x = k_2 = 0{,}678$; | $k_y = k_1 = 0{,}549$;

$m_{x0} = \frac{m_x}{k_x} = \frac{0{,}165}{0{,}678} = 0{,}243$ | $m_{y0} = \frac{m_y}{k_y} = \frac{0{,}100}{0{,}549} = 0{,}182$

Se presupune $a_x = a_y = 35$ mm.

$a_x/h_x = 35/450 = 0{,}077$ | $a_x/h_y = 35/400 = 0{,}085$

Pentru valorile n, m, a/h, din anexa 16 (a/h = 0,080) rezultă coeficientul α și se calculează ariile de armătură pe direcția x și y, conform relației (6.120):

$\alpha = \alpha_x = 0{,}18$; $A_{ax} = A'_{ax} = \alpha_x bh \frac{R_c}{R_a}$ | $\alpha = \alpha_y = 0{,}11$; $A_{ay} = A'_{ay} = \alpha_y bh \frac{R_c}{R_a}$

$A_{ax} = 0{,}18 \cdot 400 \cdot 450 \cdot \frac{8{,}075}{300} = 872$ mm^2 | $A_{ay} = 0{,}11 \cdot 400 \cdot 450 \cdot \frac{8{,}075}{300} = 533$ mm^2

Se aleg barele:

pe direcția x: **6ϕ14** A_{ax} = 923 mm^2 | direcția y: **2ϕ12 + 2ϕ14** A_{ay} = 534 mm^2

Raportul $A_{ay} / A_{ax} = 923 / 534 = 1{,}73$, deci armarea este corespunzătoare cazului C.

Se verifică procentele de armare, conform punctului 13.6.1:

- pe latura cu armare minimă (2ϕ14 + 2ϕ12): $p = \frac{534 \cdot 100}{400 \cdot 450} = 0{,}296\% > p_{min} = 0{,}2\%$

- procentul total, pentru (12ϕ14 + 4ϕ12): $p = \frac{2299 \cdot 100}{400 \cdot 450} = 1{,}28\% < p_{t\,max} = 2{,}5\%$.

6.7.3. Secțiunea inelară supusă la compresiune excentrică

În mod curent elementele tubulare, cu secțiune inelară, supuse la acțiunea combinată a momentului încovoietor și a forței axiale de compresiune au armătura de rezistență uniform repartizată pe contur (fig. 6. 32a). Armătura se consideră că este uniform distribuită pe contur, dacă în secțiune sunt cel puțin șase bare. Se recomandă ca între cele două raze ale secțiunii să existe relația:

$$r_i \geq 0{,}5 r_e \qquad (6.130)$$

Deoarece secțiunea este axial simetrică, poziția axei neutre este definită prin unghiul 2θ. În aceste condiții, separarea între cele două cazuri de compresiune se face după cum urmează:

- cazul I: $\theta \leq \pi/2$ sau $n = \frac{N}{A_b R_c} \leq 0{,}5$;

- cazul II: $\theta > \pi/2$ sau $n = \frac{N}{A_b R_c} > 0{,}5$,

cu $A_b = \pi\left(r_e^2 - r_i^2\right)$ - aria secțiunii transversale din beton.

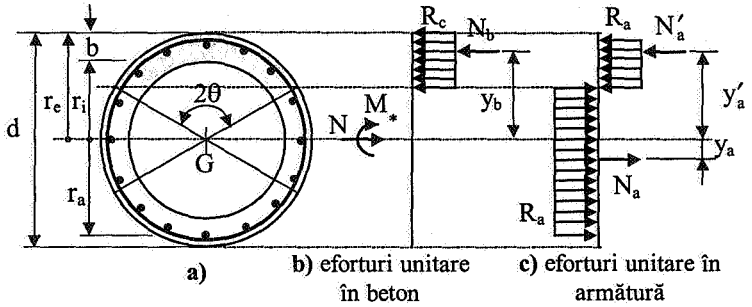


Fig. 6.32. Cazul I de compresiune al secțiunii inelare

6.7.3.1. Cazul I de compresiune

Pentru metoda simplificată de calcul, starea de eforturi unitare este prezentată în figura 6.32, în care diagramele de eforturi unitare sunt desenate separat pentru cele două materiale. Se face simplificarea că în toate armăturile efortul unitar este $\pm R_a$, indiferent de poziția acestora în raport cu axa neutră (nu se ține cont de relațiile 6.26 și 6.27 în evaluarea efortului unitar în armăturile intermediare).

În vederea scrierii ecuațiilor de echilibru static este necesară definirea anumitor mărimi, după cum urmează:

– aria comprimată de beton: aria totală A_b corespunde unui unghi la centru egal cu 2π, în consecință pentru un unghi 2θ rezultă:

$$A_{bc} = A_b \frac{\theta}{\pi} \tag{6.131}$$

– poziția centrului de greutate al ariei A_{bc}: deoarece $r_i \geq 0{,}5r_e$, se poate aprecia că aria comprimată de beton A_{bc} are același centru de greutate ca și arcul de cerc de rază medie $r_m = (r_e + r_i)/2$; distanța de la centrul de greutate al arcului de cerc până la centrul cercului este:

$$y_b = r_m \frac{sin\theta}{\theta} \tag{6.132}$$

– aria armăturii comprimate rezultă pe baza raționamentului folosit la stabilirea ariei comprimate de beton, ca o fracțiune din armătura totală A_{at}:

$$A'_a = A_{at} \frac{\theta}{\pi} \tag{6.133}$$

– aria armăturii întinse rezultă:

$$A_a = A_{at} \frac{\pi - \theta}{\pi} \tag{6.134}$$

– poziția centrului de greutate al armăturii comprimate A'_a: deoarece armătura comprimată este uniform distribuită pe lungimea unui arc de cerc de rază r_a, poziția centrului de greutate este dată de relația:

$$y'_a = r_a \frac{\sin\theta}{\theta} \tag{6.135}$$

– poziția centrului de greutate al armăturii întinse A_a: deoarece armătura întinsă este uniform distribuită pe lungimea unui arc de cerc de rază r_a, poziția centrului de greutate este dată de relația:

$$y_a = r_a \frac{\sin(\pi - \theta)}{\pi - \theta} = r_a \frac{\sin\theta}{\pi - \theta} \tag{6.136}$$

Pentru starea de eforturi din figura 6.32 **ecuațiile de echilibru static** sunt:

• ecuația de proiecții, obținută din relația (6.32):

$$(\Sigma N) = N + N_a - N_b - N'_a = 0 \tag{6.137}$$

• ecuația de momente, în raport cu axa orizontală a secțiunii:

$$(\Sigma M)_G = M_* - N_b y_b - N_a y_a - N'_a y'_a = 0 \tag{6.138}$$

Rezultantele interioare sunt $N_b = \frac{\theta}{\pi} A_b R_c$, $N_a = \frac{\pi - \theta}{\pi} A_{at} R_a$ și $N'_a = \frac{\theta}{\pi} A_{at} R_a$, care introduse în relația (6.137) permit determinarea poziției axei neutre:

$$\theta = \pi \frac{N + A_{at} R_a}{A_b R_c + 2A_{at} R_a} \tag{6.139}$$

Având în vedere semnificațiile termenilor ce intervin în ecuația de momente, aceasta devine:

$$M_* = A_b R_c \frac{\theta}{\pi} \cdot r_m \frac{sin\theta}{\theta} + A_{at} R_a \frac{\pi - \theta}{\pi} \cdot r_a \frac{sin\theta}{\pi - \theta} + A_{at} R_a \frac{\theta}{\pi} \cdot r_a \frac{sin\theta}{\theta} \tag{6.140}$$

În conformitate cu relația generală de calcul la starea limită de rezistență relația (6.140) se pune sub forma:

$$M_* \leq M_{cap} = \frac{1}{\pi}(A_b R_c r_m + 2A_{at} R_a r_a) sin\theta \tag{6.141}$$

Dimensionarea și verificare secțiunilor se face prin rezolvarea sistemului de ecuații format din relațiile (6.139) și (6.141).

6.7.3.2. Cazul II de compresiune

În toate barele întinse, sau mai puțin comprimate, se acceptă o variație liniară a efortului unitar în funcție de poziția axei neutre, conform relației:

$$\sigma_a = \left(3 - \frac{4}{\pi}\theta\right) R_a \tag{6.142}$$

Principial, ecuațiile de echilibru static (6.137) și (6.138), prezentate la cazul I de compresiune (pct. 6.7.3.1) sunt valabile și pentru cazul II, dar înlocuind $N_a = A_a R_a$ cu:

$$N_a = A_a \sigma_a = A_{at} R_a \frac{\pi - \theta}{\pi} \left(3 - \frac{4\theta}{\pi}\right)$$

Ecuațiile de echilibru static (6.137) și (6.138) devin:

- ecuația de proiecții după axa elementului:

$$N + A_{at}R_a\frac{\pi-\theta}{\pi}\left(3-\frac{4\theta}{\pi}\right) - A_bR_c\frac{\theta}{\pi} - A_{at}R_a\frac{\theta}{\pi} = 0\text{, sau}$$

$$N - A_bR_c\frac{\theta}{\pi} - A_{at}R_a\left[\frac{\theta}{\pi} - \frac{\pi-\theta}{\pi}\cdot\left(3-\frac{4\theta}{\pi}\right)\right] = 0 \qquad (6.143)$$

- ecuația de momente, în raport cu axa orizontală a secțiunii:

$$M_* = A_bR_c\frac{\theta}{\pi}\cdot r_m\frac{sin\theta}{\theta} + A_{at}R_a\frac{\pi-\theta}{\pi}\left(3-\frac{4\theta}{\pi}\right)\cdot r_a\frac{sin\theta}{\pi-\theta} + A_{at}R_a\frac{\theta}{\pi}\cdot r_a\frac{sin\theta}{\theta} \qquad (6.144)$$

În conformitate cu relația generală de calcul la starea limită de rezistență și pentru $k = 1+\left(3-\frac{4\theta}{\pi}\right)$, relația (6.144), se pune sub forma:

$$M_* \le M_{cap} = \frac{1}{\pi}\left(A_bR_cr_m + kA_{at}R_ar_a\right)sin\theta \qquad (6.145)$$

Dimensionarea și verificarea secțiunilor se face prin rezolvarea sistemului de ecuații format din relațiile (6.143) și (6.145).

6.7.3.3. Calculul practic al secțiunilor inelare supuse la compresiune

Pentru calculul practic al secțiunilor inelare au fost întocmite tabele și nomograme specifice, fără a se face o diferențiere între cele două cazuri de compresiune. Anexa 19 a fost întocmită pe baza metodei generale de calcul (pct. 6.4) și conține reprezentări tabelare ale curbelor de interacțiune $M-N$ [47]. Deoarece raportul dintre grosimea peretelui secțiunii transversale $b = r_e - r_i$ și diametrul exterior d, cu valori curente în domeniul 0,025...0,20, influențează puțin curba de interacțiune $M-N$, anexa 19 a fost întocmită numai pentru cazul în care $b/d = 0{,}10$.

De asemenea, se poate folosi tabelul din [119], bazat pe metoda simplificată sau diagramele de interacțiune $M-N$ din [122], [123] trasate pe baza metodei generale.

Proiectarea secțiunii inelare cu ajutorul anexei 19

Calculul implică cunoașterea eforturilor M și N (adică M_* și N), a dimensiunilor secțiunii r_e și r_i (adică b și d), precum și rezistențele de calcul ale materialelor R_a și R_c.

Se calculează valorile relative ale eforturilor secționale:

$$n = N/\pi bd_mR_c \text{ și } m = M_*/\pi bd_m^2R_c\text{,}$$

în care $d_m = 2r_m = d - b$ este diametrul mediu al secțiunii.

În funcție de aceste valori se determină coeficientul mecanic de armare α din tabelul anexei 19, aria totală a armăturilor rezultând din relația:

$$A_{at} = \alpha\pi bd_m\frac{R_c}{R_a} \qquad (6.146)$$

Verificarea secțiunii inelare cu ajutorul anexei 19

Cunoscând dimensiunile secțiunii r_e și r_i (adică b și d), aria totală de armătură A_{at}, calitățile materialelor și eforturile de calcul M și N, se pune problema determinării momentului încovoietor capabil. Se calculează valoarea relativă a forței axiale $n = N/\pi bd_mR_c$ și coeficientul mecanic de armare $\alpha = A_{at}R_a/\pi bd_mR_c$. În funcție de aceste valori, din tabelul anexei 19 se determină coeficientul m, după care capacitatea portantă rezultă din relația:

$$M_{cap} = m\pi bd_m^2R_c \qquad (6.147)$$

Secțiunea satisface starea limită de rezistență dacă este îndeplinită condiția $M_* \le M_{cap}$.

6.7.4. Secțiunea circulară supusă la compresiune excentrică

În mod curent elementele cu secțiune circulară, supuse la acțiunea combinată a momentului încovoietor și a forței axiale de compresiune au armătura de rezistență uniform repartizată pe contur (fig. 6.33a). Armătura se consideră că este uniform distribuită pe contur dacă în secțiune sunt cel puțin șase bare.

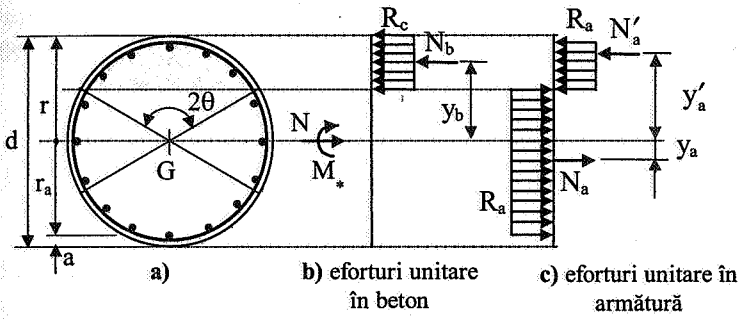


Fig. 6.33. Cazul I de compresiune al secțiunii circulare

Deoarece secțiunea este axial simetrică, poziția axei neutre este definită prin unghiul 2θ. În aceste condiții separarea între cele două cazuri de compresiune se face după cum urmează [47], [119]:

- cazul I: $\theta \le \pi/2$ sau $n = \frac{N}{A_bR_c} \le 0{,}5$;
- cazul II: $\theta > \pi/2$ sau $n = \frac{N}{A_bR_c} > 0{,}5$,

cu $A_b = \pi d^2/4$ - aria secțiunii transversale din beton.

6.7.4.1. Cazul I de compresiune

Pentru metoda simplificată de calcul starea de eforturi unitare este prezentată în figura 6.33, în care diagramele de eforturi unitare sunt desenate separat pentru cele două materiale. Se face simplificarea că în toate armăturile efortul unitar este $\pm R_a$, indiferent de poziția armăturii în raport cu axa neutră (nu se ține cont de relațiile 6.26 și 6.27 în evaluarea efortului unitar în armăturile intermediare).

În vederea scrierii ecuațiilor de echilibru static sunt necesare următoarele precizări:
– zona comprimată de beton este un segment de cerc, aria acestuia calculându-se cu relația:

$$A_{bc} = r^2(2\theta - \sin 2\theta)/2 \tag{6.148}$$

– poziția centrului de greutate al ariei A_{bc} în raport cu centrul cercului este:

$$y_b = \frac{4}{3} r \frac{\sin^3 \theta}{2\theta - \sin 2\theta} \tag{6.149}$$

– ariile armăturilor comprimate și întinse se calculează cu relațiile (6.133) și (6.134);
– poziția centrului de greutate al armăturii comprimate se calculează cu relația (6.135), iar a celei întinse cu relația (6.136):

Pentru starea de eforturi din figura 6.33 **ecuațiile echilibru static** sunt:

- ecuația de proiecții, obținută din relația (6.32):

$$(\Sigma N) = N + N_a - N_b - N'_a = 0 \tag{6.150}$$

- ecuația de momente, în raport cu axa orizontală a secțiunii:

$$(\Sigma M)_G = M_* - N_b y_b - N_a y_a - N'_a y'_a = 0 \tag{6.151}$$

Având în vedere că rezultantele eforturilor interioare sunt $N_b = r^2(2\theta - \sin 2\theta)R_c/2$, $N_a = \frac{\pi - \theta}{\pi} A_{at} R_a$ și $N'_a = \frac{\theta}{\pi} A_{at} R_a$, ecuația de proiecții devine:

$$N - \frac{r^2}{2}(2\theta - \sin 2\theta)R_c - A_{at}R_a\left(\frac{2\theta}{\pi} - 1\right) = 0 \tag{6.152}$$

relație care permite determinarea poziției axei neutre.

Având în vedere semnificațiile termenilor ce intervin în ecuația de momente, aceasta devine:

$$M_* = \frac{r^2}{2}(2\theta - sin2\theta)R_c \cdot \frac{4}{3} r \frac{sin^3\theta}{2\theta - \sin 2\theta} + A_{at}R_a \frac{\pi - \theta}{\pi} \cdot r_a \frac{sin\theta}{\pi - \theta} + A_{at}R_a \frac{\theta}{\pi} \cdot r_a \frac{sin\theta}{\theta}$$

În conformitate cu relația generală de calcul la starea limită de rezistență, relația de mai sus se pune sub forma:

$$M_* \le M_{cap} = \frac{2}{3} r^3 R_c sin^3\theta + 2A_{at}R_a r_a \frac{\sin\theta}{\pi} \tag{6.153}$$

Dimensionarea și verificare secțiunilor se face prin rezolvarea sistemului de ecuații format din relațiile (6.152) și (6.153).

6.7.4.2. Cazul II de compresiune

În toate barele întinse sau mai puțin comprimate se acceptă o variație liniară a efortului unitar în funcție de poziția axei neutre, conform relației (6.142):

$$\sigma_a = \left(3 - \frac{4\theta}{\pi}\right) R_a$$

Principial, ecuațiile de echilibru static (6.150) și (6.151) prezentate la cazul I de compresiune (pct. 6.7.4.1) sunt valabile și pentru cazul II.

Cu $N_a = A_a\sigma_a = A_{at}R_a \frac{\pi - \theta}{\pi}\left(3 - \frac{4\theta}{\pi}\right)$, **ecuațiile de echilibru static** (6.150) și (6.151) devin:

- ecuația de proiecții după axa elementului:

$$N + A_{at}R_a \frac{\pi - \theta}{\pi}\left(3 - \frac{4\theta}{\pi}\right) - \frac{r^2}{2}(2\theta - \sin 2\theta)R_c - A_{at}R_a \frac{\theta}{\pi} = 0, \text{ sau}$$

$$N - \frac{r^2}{2}(2\theta - sin\,2\theta)R_c - A_{at}R_a\left[\frac{\theta}{\pi} - \frac{\pi - \theta}{\pi} \cdot \left(3 - \frac{4\theta}{\pi}\right)\right] = 0 \tag{6.154}$$

- ecuația de momente, în raport cu axa orizontală a secțiunii:

$$M_* = \frac{r^2}{2}(2\theta - \sin 2\theta) \cdot \frac{4}{3} r \frac{\sin^3\theta}{2\theta - \sin 2\theta} + A_{at}R_a \frac{\pi - \theta}{\pi}\left(3 - \frac{4\theta}{\pi}\right) \cdot r_a \frac{\sin\theta}{\pi - \theta} + A_{at}R_a \frac{\theta}{\pi} \cdot r_a \frac{\sin\theta}{\theta}$$

În conformitate cu relația generală de calcul la starea limită de rezistență, relația de mai sus se pune sub forma:

$$M_* \le M_{cap} = \frac{2}{3} r^3 R_c sin^3\theta + kA_{at}R_a r_a \frac{sin\theta}{\pi} \tag{6.155}$$

cu $k = 1 + \left(3 - \frac{4\theta}{\pi}\right)$

Dimensionarea și verificarea secțiunilor se face prin rezolvarea sistemului de ecuații format din relațiile (6.154) și (6.155).

6.7.4.3. Calculul practic al secțiunilor circulare supuse la compresiune

Pentru calculul practic al secțiunilor circulare au fost întocmite tabele și nomograme specifice, fără a se face o diferențiere între cele două cazuri de compresiune. Anexa 20 a fost întocmită pe baza metodei generale de calcul (pct. 6.4) și conține reprezentări tabelare ale curbelor de interacțiune $M - N$ [47].

De asemenea, poate fi folosit tabelul din [119], bazat pe metoda simplificată, sau diagramele de interacțiune $M - N$ din [122], [123] trasate pe baza metodei generale.

Proiectarea secțiunii circulare cu ajutorul anexei 20

Calculul implică cunoașterea eforturilor M și N (adică M_* și N), a razei secțiunii r (d), precum și a rezistențelor de calcul ale materialelor R_a și R_c.

Se calculează valorile relative ale eforturilor secționale $n = N/A_b R_c$ și $m = M_*/A_b d R_c$.

În funcție de aceste valori și de raportul a/d, se determină coeficientul mecanic de armare α din tabelul anexei 20, aria totală a armăturilor rezultând din relația:

$$A_{at} = \alpha A_b \frac{R_c}{R_a} \tag{6.156}$$

Verificarea secțiunii circulare cu ajutorul anexei 20

Cunoscând raza secțiunii r (d), aria totală de armătură A_{at}, calitățile materialelor și eforturile de calcul M și N, se pune problema determinării momentului încovoietor capabil.

Se calculează valoarea relativă a forței axiale $n = N/A_b R_c$ și coeficientul mecanic de armare $\alpha = A_{at} R_a / A_b R_c$. În funcție de aceste valori și de raportul a/d, din tabelul anexei 20 se determină coeficientul m, după care capacitatea portantă rezultă din relația:

$$M_{cap} = mA_b dR_c \qquad (6.157)$$

Secțiunea satisface starea limită de rezistență dacă este îndeplinită condiția $M_* \le M_{cap}$.

Aplicația numerică 6.13. *Secțiunea circulară supusă la compresiune excentrică*

Se cere armarea stâlpului circular din beton armat monolit, cunoscând: r = 250 mm; l_f = 4,0 m; N = 1000 kN; M = 200 kNm; C16/20 cu $R_c = 0{,}85 \cdot 12{,}5 = 10{,}625$ N/mm^2, PC52.

Se calculează $A_b = \pi d^2/4 = \pi \cdot 500^2/4 = 196250$ mm^2.

Deoarece $l_f/d = 4000/500 = 8{,}0 < 8{,}6$ nu se ia în considerare influența flexibilității, deci $\eta = 1{,}0$. Excentricitatea adițională e_a se calculează cu relația (6.1): $e_a = d/30 = 500/30 = 16{,}7$ mm, dar se ia 20 mm, valoarea minimă admisă.

$M_* = \eta(M + e_a N) = 1{,}0(200 \cdot 10^6 + 20 \cdot 1000 \cdot 10^3) = 220 \cdot 10^6$ Nmm din relația (6.6)

Se calculează valorile relative ale eforturilor de calcul, conform punctului 6.7.4.3:

$$n = \frac{N}{A_b R_c} = \frac{1000 \cdot 10^3}{196250 \cdot 10{,}625} = 0{,}479$$

$$m = \frac{M_*}{A_b d R_c} = \frac{220 \cdot 10^6}{196250 \cdot 500 \cdot 10{,}625} = 0{,}211$$

Se presupune a = 35 mm, deci $a/d = 35/500 = 0{,}07$.

În funcție de n, m și a/d, din anexa 20B rezultă $\alpha = 0{,}434$; aria de armătură se determină cu relația (6.156):

$$A_a = \alpha A_b \frac{R_c}{R_a} = 0{,}434 \cdot 196250 \cdot \frac{10{,}625}{300} = 3017 \text{ mm}^2 \rightarrow \mathbf{12\phi 18}\ (A_a = 3054 \text{ mm}^2)$$

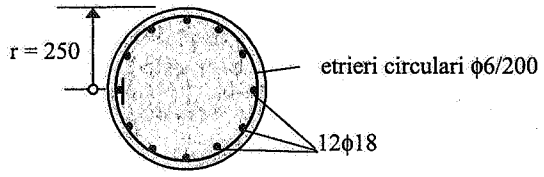


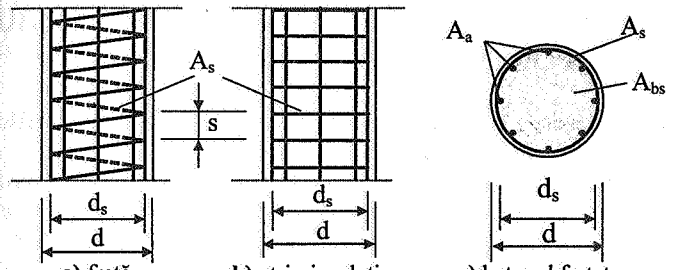
Fig. Apl.6.13.

6.7.4.4. Stâlpii fretați

Capacitatea portantă a stâlpilor circulari sau cu secțiune transversală poligonală (cel puțin șase laturi), poate fi mărită prin executarea armăturii transversale sub formă de fretă (spirală continuă) sau etrieri circulari sudați (închidere prin sudură). În figura 6.34 se prezintă particularitățile de alcătuire ale un stâlp circular fretat.

În acest caz armătura transversală conduce la confinarea betonului – împiedicarea umflării transversale a betonului comprimat (pct. 2.2.1.5) – ceea ce înseamnă practic îmbunătățirea curbei caracteristice a materialului (fig. 2.33) și de aceea în cazul stâlpilor fretați se poate conta pe o rezistență la compresiune sporită. Efectul confinării betonului este maxim în cazul convențional al compresiunii centrice și se diminuează pe măsura creșterii excentricității forței de compresiune. Armătura transversală acționează ca o cămașă metalică și este supusă la întindere, deoarece se opune umflării transversale a betonului.

Având în vedere că cedarea betonului comprimat se produce prin decoeziune laterală, ruperea stâlpilor fretați are loc atunci când armătura transversală atinge limita de curgere, deoarece numai astfel decoeziunea laterală a betonului devine posibilă. Este de remarcat că armătura longitudinală atinge limita de curgere înainte de cedarea betonului comprimat. Deci, ruperea stâlpilor fretați începe prin curgerea armăturii longitudinale și se termină prin zdrobirea betonului comprimat, după ce armătura transversală și-a atins limita sa de curgere.



a) fretă **b)** etrieri sudați **c)** betonul fretat

Fig. 6.34. Stâlp fretat

Dacă armătura transversală este puternică, există riscul deteriorării stratului de beton de acoperire nefretat, chiar sub efectul încărcării de exploatare, deoarece acesta tinde să cedeze înaintea părții fretate a secțiunii.

Datorită efectului favorabil al fretei asupra rezistenței la compresiune a betonului, în calcule se ia în considerare o rezistență sporită, conform relației:

$$R_c' = R_c + \Delta R_c \qquad (6.158)$$

unde: $\Delta R_c = 2\mu_{fs} k_e R_{as}$; (6.159)

μ_{fs} –coeficientul volumetric de armare transversală, determinat ca raportul dintre volumul unei inel de armătură și volumul corespunzător de beton fretat:

$$\mu_{fs} = \frac{\pi d_s A_s}{A_{bs} s} = \frac{4A_s}{s d_s}$$

d_s – diametrul sâmburelui fretat;

$A_{bs} = \pi d_s^2/4$ – aria sâmburelui de beton fretat;

A_s – aria barei din care este confecționată armătura transversală;

s – pasul armăturii transversale;

$k_e = 1 - 7{,}5 e_{0c}/d_s$ – coeficient de diminuare a sporului rezistenței betonului, datorită excentricității forței de compresiune; dacă $e_{0c} \ge d_s/7{,}5$, efectul armăturii transversale este nul și elementul se calculează ca un stâlp nefretat, cu rezistența betonului R_c;

e_{0c} – excentricitatea de calcul conform relației (6.3a);

R_{as} – rezistența de calcul a armăturii transversale.

Calculul practic al stâlpilor fretați se conduce după prevederile paragrafului 6.7.4 (secțiuni circulare), cu respectarea limitării superioare a mărimii efortului axial de compresiune conform relației:

$$N \le \frac{2,5}{1+7,5\frac{e_0}{d_s}} A_{bs} R_c \qquad (6.160)$$

Relația (6.160) reprezintă o limită pentru cantitatea de armătură transversală, în vederea evitării unei deteriorări premature a stratului de beton de acoperire.

6.8. CALCULUL ELEMENTELOR ÎNTINSE CU SECȚIUNE DE FORMĂ DREPTUNGHIULARĂ

În principiu, elementele întinse excentric pot fi: tiranți, pereți ai rezervoarelor, pâlnii ale buncărelor, conducte sub presiune etc.

În cazul elementelor supuse la întindere se disting două tipuri de solicitare ale secțiunii (tabelul 6.2): întindere excentrică cu excentricitate mică și întindere excentrică cu excentricitate mare. Ca mod de rupere, cazurile de mai sus se diferențiază după cum urmează:

- în cazul *întinderii excentrice cu excentricitate mică*, secțiunea este complet fisurată deoarece forța de întindere este plasată între centrele de greutate ale armăturilor; în momentul cedării secțiunii armătura A_a curgere întotdeauna (*MOD-ul A* de cedare, conform tabelului 6.2); în funcție de poziția centrului de greutate al armăturilor și de mărimea excentricității, efortul unitar de întindere din armătura A'_a poate fi $0 \le \sigma'_a \le R_a$ (coloana referitoare la starea armăturii din tabelul 6.2); armarea rațională este cea simetrică ($A_a = A'_a$), dar se poate utiliza și armarea nesimetrică ($A_a \ne A'_a$);
- în cazul *întinderii excentrice cu excentricitate mare*, forța de întindere este plasată în afara centrelor de greutate ale armăturilor, ruperea producându-se prin curgerea armăturii întinse, urmată eventual de zdrobirea betonului comprimat (*MOD-ul B* de cedare conform tabelului 6.2); efortul unitar din armătura comprimată A'_a este $\sigma'_a \le R_a$; se poate folosi o armare simetrică sau una nesimetrică.

Delimitarea între cele două tipuri de solicitarea este prezentată în cele ce urmează și depinde de scopul calculului, proiectare sau verificare.

6.8.1. Întinderea excentrică cu excentricitate mică

6.8.1.1. Secțiuni cu armare simetrică

Starea de eforturi ce caracterizează întinderea excentrică cu excentricitate mică a secțiunii dreptunghiulare armate simetric este prezentată în figura 6.35, problema constând în echilibrarea perechii de eforturi secționale N și M cu rezultantele interioare N_a și N'_a.

Relațiile de calcul se bazează pe **ecuațiile de echilibru static**, care sunt:

- ecuația de proiecții:

$$(\Sigma N) = N - N_a - N'_a = 0 \qquad (6.161)$$

- ecuația de momente, scrisă în raport cu punctul de aplicație al rezultantei din armătura A'_a, în care efortul unitar are o valoare necunoscută $\sigma'_a < R_a$ (fig. 6.35b):

$$(\Sigma M)_{N'a} = M + N \cdot 0,5h_a - A_a R_a h_a = 0 \qquad (6.162)$$

Proiectarea secțiunii elementelor întinse excentric cu excentricitate mică

Dimensionarea ariilor de armătură implică cunoașterea eforturilor N și M, a rezistenței de calcul a oțelului R_a și a dimensiunilor b și h ale secțiunii transversale.

Dacă excentricitatea forței de întindere satisface condiția:

$$e_0 = M/N \le 0,5h_a \qquad (6.163)$$

aria armăturii $A_a = A'_a$ se obține din relația (6.162):

$$A_a = \frac{0,5Nh_a + M}{R_a h_a} = \frac{N}{R_a}\left(0,5 + \frac{e_0}{h_a}\right) \qquad (6.164)$$

în timp ce efortul unitar din armătura A'_a se poate obține din relația (6.161):

$$\sigma'_a = \frac{N - A_a R_a}{A'_a} = \frac{N}{A_a} - R_a$$

În cazul particular al întinderii centrice aria armăturii $A_a = A'_a$ este:

$$A_a = A'_a = 0,5\frac{N}{R_a} \qquad (6.164a)$$

Pentru elemente liniare (tiranți, barele întinse ale grinzilor cu zăbrele etc.), la care rezistența este asigurată numai de armăturile longitudinale, se recomandă majorarea valorii rezultate din calcul cu 10 %.

Verificarea secțiunii elementelor întinse excentric cu excentricitate mică

Calculul capacității portante implică cunoașterea eforturilor secționale N și M, a caracteristicilor secțiunii transversale $A_a = A'_a$, b și h, precum și a rezistenței de calcul a armăturii R_a.

$$N \ge N_a = A_a R_a$$

Deoarece momentul încovoietor capabil este necunoscut, nu se poate evalua excentricitatea corespunzătoare a forței de întindere și de aceea trebuie folosit un alt criteriu, bazat pe corelația dintre N și N_a. Având în vedere forțele din figura 6.35c rezultă că secțiunea este supusă la întindere excentrică cu excentricitate mică dacă:

$$N \ge N_a = A_a R_a$$

Capacitatea portantă a secțiunii se obține din relația (6.162):

$$M_{cap} = A_a R_a h_a - 0,5Nh_a = (A_a R_a - 0,5N)h_a \qquad (6.165)$$

starea limită de rezistență fiind satisfăcută dacă $M \le M_{cap}$.

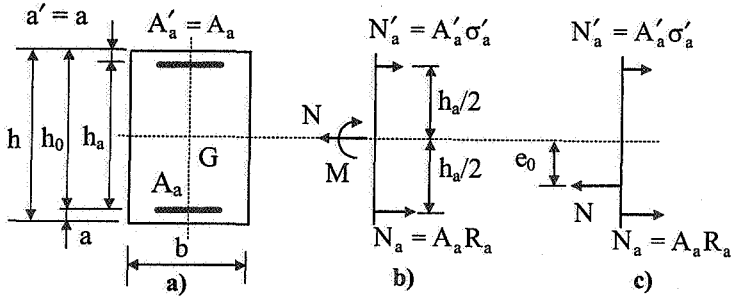


Fig. 6.35. Secţiunea dreptunghiulară, armată simetric, solicitată la întindere excentrică cu excentricitate mică

6.8.1.2. Secţiuni cu armare nesimetrică

Verificarea secţiunii se face pe baza relaţiilor (6.28a) şi (6.29a), care devin:

$$M_{cap1} = N_a h_a - N y'_a = A_a R_a h_a - 0{,}5 N h_a = (A_a R_a - 0{,}5N) h_a \qquad (6.166)$$

$$M_{cap2} = N y_a - N'_a h_a = 0{,}5 N h_a - A'_a R_a h_a = (0{,}5N - A'_a R_a) h_a \qquad (6.167)$$

Secţiunea satisface starea limită de rezistenţă dacă:

$$M \le M_{cap1} \text{ pentru } A_a \le A'_a$$

sau

$$M_{cap2} \le M \le M_{cap1} \text{ dacă } A_a > A'_a$$

6.8.2. Întinderea excentrică cu excentricitate mare

Aşa cum s-a arătat la începutul punctului 6.8, ruperea la întindere excentrică cu excentricitate mare corespunde *MOD-ului B* de cedare, deci este asemănătoare cu ruperea în cazul I de compresiune. De aceea, starea de eforturi este similară cu cea din figura 6.28, cu condiţia ca forţa axială să întindă secţiunea.

Proiectarea sau verificarea secţiunilor se face ca în cazul I de compresiune (pct. 6.7.1.1), cu precizarea că în relaţiile de calcul, forţa axială N se introduce cu valoare negativă.

Pentru ***proiectarea secţiunii*** este necesar să fie cunoscute următoarele date: eforturile M şi N, dimensiunile secţiunii b şi h şi rezistenţele de calcul ale materialelor R_a şi R_c. În cazul *armării nesimetrice* trebuie să se cunoască şi armătura A'_a. Această armătură trebuie să respecte condiţia de armare minimă $A'_a \ge A'_{a\,min}$, în care $A'_{a\,min}$ rezultă îndeplinind valorile prescrise pentru procentul minim, numărul minim de bare şi diametrul minim. În cazul *armării simetrice* ($A_a = A'_a$), trebuie avut în vedere faptul că din relaţia (6.105) rezultă $x < 0$, ceea ce înseamnă $x < 2a'$.

Secţiunea este supusă la întindere excentrică cu excentricitate mare dacă:

$$e_0 = M/N > 0{,}5h_a \qquad (6.168)$$

Determinarea ariilor barelor din secţiune se face pe baza relaţiilor de la punctul 6.7.1.1.

***Verificarea secţiunii**, armată simetric* sau *nesimetric*, se face cunoscând următoarele date: eforturile secţionale M şi N, caracteristicile secţiunii transversale A_a, A'_a, b şi h, precum şi rezistenţele de calcul ale materialelor R_a şi R_c şi constă în determinarea momentului încovoietor capabil al secţiunii M_{cap} pentru forţa axială N dată. Având în vedere forţele din figura 6.35c, rezultă că secţiunea este supusă la întindere excentrică cu excentricitate mare dacă este satisfăcută condiţia:

$$N < N_a = A_a R_a$$

Calculul capacităţii portante se face pe baza relaţiilor de la punctul 6.7.1.1.

6.8.3. Calculul practic al elementelor supuse la întindere cu secţiune dreptunghiulară, armată simetric

Pentru calculul practic al secţiunilor dreptunghiulare, armate simetric, au fost întocmite tabele şi nomograme specifice, fără a se face o diferenţiere între cele două cazuri de întindere. Anexele 15E şi F au fost întocmite pe baza metodei generale de calcul (pct. 6.4) şi conţin reprezentări tabelare [47] ale curbelor de interacţiune $M - N$. Nomogramele din anexa 16 redau curbele de interacţiune $M - N$ pentru diferite cantităţi de armătură exprimate prin coeficientul mecanic de armare α. Aceste nomograme au fost trasate pe baza metodei simplificate [83]. Calculul practic de proiectare, respectiv de verificare a secţiunii se conduce conform procedurii prezentate la punctul 6.7.1.3, cu precizarea că forţa axială N se ia în considerare ca număr negativ, rezultând deci n cu semnul minus.

***Aplicaţia numerică 6.14.** Secţiunea dreptunghiulară supusă la întindere centrică*

Se cere dimensionarea tirantului unui arc din beton armat monolit, neglijând greutatea proprie a tirantului (întindere centrică). Se cunosc: $N = 600$ kN, $M = 0$; beton C16/20; oţel PC52.

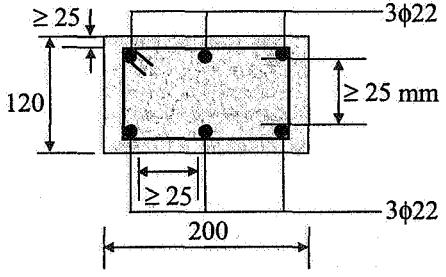


Fig. Apl.6.14.

Aria de armătură $A_a = A'_a$ rezultă din relaţia (6.164a), cu o majorare de 10 % pentru elemente liniare:

$$A_a = 1{,}1 \cdot \frac{0{,}5N}{R_a} = 1{,}1 \cdot \frac{0{,}5 \cdot 600 \cdot 10^3}{300} = 1100 \text{ mm}^2 \text{; se alege } \mathbf{2\times 3\phi 22}, (2\times 1140 \text{ mm}^2)$$

Dimensiunile secţiunii de beton se aleg cele minime necesare din condiţia de asigurare a acoperirii şi a distanţei dintre armături; b = 200 mm; h = 120 mm. Rezultă alcătuirea din figura Apl.6.14.

Aplicația numerică 6.15. *Secțiunea dreptunghiulară supusă la întindere excentrică cu mică excentricitate*

Se cere dimensionarea tirantului unui arc din beton armat monolit. Se cunosc: $N = 550$ kN; $M = 5$ kNm, acționând conform figurii Apl.6.15; beton C16/20, armături din oțel PC52.

Se apreciază $h_a = 70$ mm.

Se stabilește mărimea excentricității:

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{5 \cdot 10^6}{550 \cdot 10^3} = 9{,}09\,\text{mm}$$

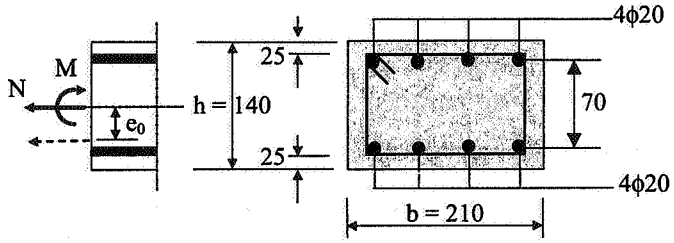


Fig. Apl.6.15.

Deoarece $e_0 = 9{,}09\,\text{mm} < \frac{h_a}{2} = \frac{70}{2} = 35\,\text{mm}$, rezultă că secțiunea transversală este solicitată la întindere excentrică cu mică excentricitate.

Se calculează aria de armătură $A_a = A'_a$ cu relația (6.164), aplicându-se și o majorare de 10 %:

$$A_a = 1{,}1\,\frac{N}{R_a}\left(0{,}5 + \frac{e_0}{h_a}\right) = 1{,}1 \cdot \frac{550 \cdot 10^3}{300}\left(0{,}5 + \frac{9{,}09}{70}\right) = 1283\ \text{mm}^2 \rightarrow \mathbf{2\times 4\phi 20}\ (1256\ \text{mm}^2)$$

Dimensiunile secțiunii de beton se stabilesc constructiv:

$h = h_a + 2a = 70 + 2 \cdot 35 = 140$ mm; $b = 5 \cdot 25 + 4 \cdot 20 = 205$ mm; se alege $b = 210$ mm.

Aplicația numerică 6.16. *Secțiunea dreptunghiulară armată nesimetric, supusă la întindere excentrică cu mare excentricitate*

Se cere armarea tălpii inferioare a unei ferme din beton armat prefabricat, cunoscând următoarele: dimensiunile secțiunii transversale, b/h = 250/400 mm; solicitările de calcul, $N = 500$ kN; $M = 100$ kNm, acționând conform figurii Apl.6.16; calitățile materialelor: beton C16/20 cu $R_c = 12{,}5$ N/mm^2 și oțel PC52 ($R_a = 300$ N/mm^2).

Se apreciază $a = a' = 40$ mm;

$h_0 = 400 - 40 = 360$ mm; $h_a = 360 - 40 = 320$ mm.

Se stabilește cazul de întindere excentrică, pe baza relației:

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{100 \cdot 10^6}{500 \cdot 10^3} = 200\,\text{mm},$$

deoarece $e_0 = 200\,\text{mm} > \frac{h_a}{2} = \frac{320}{2} = 160\,\text{mm}$, conform relației (6.168) secțiunea este supusă la întindere excentrică cu mare excentricitate.

Armătura A'_a rezultă din condiții constructive, alegând procentul minim de armare pe o latură $p = 0{,}2\%$ (pct 13.6.1):

$$A'_a = 0{,}2\,\frac{250 \cdot 360}{100} = 180\ \text{mm}^2;\ \text{se aleg } \mathbf{2\phi 12}\ (A'_a = 226\ \text{mm}^2).$$

Pornind de la relația (6.101) se calculează:

$$mbh_0^2 R_c = M + N(0{,}5h - a) - A'_a R_a h_a =$$
$$= 100 \cdot 10^6 + (-500 \cdot 10^3) \cdot (0{,}5 \cdot 400 - 40) - 226 \cdot 300 \cdot 320 < 0$$

Deoarece $m < 0$, ceea ce este echivalent cu $x < 2a'$, aria armăturii întinse rezultă din relația (6.103):

$$A_a = \frac{M - N(0{,}5h - a')}{R_a h_a} = \frac{100 \cdot 10^6 - \left(-500 \cdot 10^3\right) \cdot (0{,}5 \cdot 400 - 40)}{300 \cdot 320} = 1875\ \text{mm}^2$$

Se aleg barele **4ϕ25** ($A_a = 1963$ mm^2); alcătuirea secțiunii este dată în figura Apl.6.16.

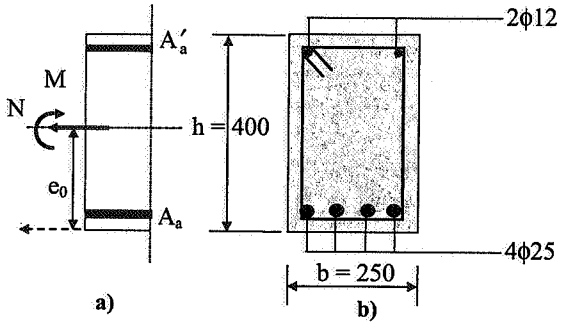


Fig. Apl.6.16.

Aplicația numerică 6.17. *Secțiunea dreptunghiulară armată simetric, supusă la întindere excentrică cu mare excentricitate*

Se cere armarea secțiunii tălpii inferioare a unei ferme prefabricate din beton armat, cunoscând: dimensiunile secțiunii transversale, b/h = 250/400 mm; solicitările de calcul, $N = 280$ kN; $M = 50$ kNm; beton C16/20 cu $R_c = 12{,}5$ N/mm^2; oțel PC52 având rezistența de calcul $R_a = 300$ N/mm^2.

Se apreciază $a = a' = 40$ mm; se calculează cu relațiile (6.118) și (6.119) mărimile adimensionale ale eforturilor:

$$n = \frac{N}{bhR_c} = \frac{-280 \cdot 10^3}{250 \cdot 400 \cdot 12{,}5} = -0{,}224$$

$$m = \frac{M}{bh^2 R_c} = \frac{50 \cdot 10^6}{250 \cdot 400^2 \cdot 12{,}5} = 0{,}1$$

$$\frac{a}{h} = \frac{40}{400} = 0{,}1$$

GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL BUCUREȘTI

Din anexa 15F rezultă, prin interpolare, $\alpha = 0{,}233$; aria de armătură este:

$$A_a = A'_a = \alpha bh\frac{R_c}{R_a} = 0{,}233 \cdot 250 \cdot 400\frac{12{,}5}{300} = 970\,\text{mm}^2 \rightarrow \mathbf{2\times4\phi18}\ (2\times1018\ \text{mm}^2)$$

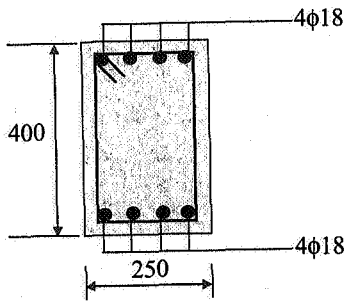
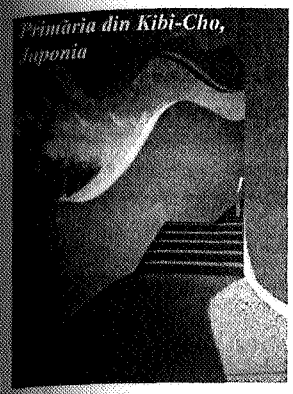


Fig. Apl.6.17.



Primăria din Kibi-Cho, Japonia

7

CALCULUL ÎN SECȚIUNI ÎNCLINATE

Calculul la starea limită de rezistență în secțiuni înclinate are ca scop proiectarea armăturii transversale, rezultată din calculul la acțiunea forței tăietoare și a momentului încovoietor, care, în mod curent, acționează simultan cu o forță axială sau cu momentul de torsiune.

În cazul elementelor supuse la încovoiere, calculul în secțiuni înclinate se face atât la moment încovoietor, cât și la forțe tăietoare, însă calculul la moment încovoietor în secțiuni înclinate, de regulă, se rezumă la o verificare.

7.1. CALCULUL ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE ÎN SECȚIUNI ÎNCLINATE

7.1.1. Comportarea elementelor încovoiate la acțiunea forțelor tăietoare

În cazul elementelor supuse la încovoiere starea de eforturi în element este condiționată de interacțiunea momentului și a forței tăietoare, de ponderea forței tăietoare în raport cu momentul încovoietor. Astfel, datorită momentului încovoietor M, în secțiune iau naștere eforturi unitare normale σ_x, ($\sigma_y = 0$ la grinzi obișnuite), iar datorită forței tăietoare Q, eforturi unitare tangențiale τ_{xy}.

Evidențierea comportării elementelor încovoiate la acțiunea forțelor tăietoare se face pe baza stării de eforturi din stadiul II (de exploatare). În figura 4.16 (paragraful 4.2.2.2) sunt prezentate variațiile eforturilor normale în beton și armătură σ_b și σ_a, a eforturilor unitare tangențiale τ_b și a eforturilor unitare principale σ_1 și σ_2 la un element de beton armat supus la încovoiere. Analiza variației eforturilor unitare principale σ_1 și σ_2 permite trasarea traiectoriilor lor și implicit pune în evidență modul de fisurare al betonului întins.

În figura 7.1 se prezintă aspectul unui element încovoiat fisurat, fisurile fiind perpendiculare pe direcția eforturilor unitare principale de întindere σ_1, adică verticale în zona centrală și înclinate spre reazeme. Teoretic, armăturile ar trebui dispuse după traiectoriile eforturilor unitare principale de întindere σ_1 Din motive tehnologice, acest mod de dispunere nu este practic, utilizându-se armături transversale, bare înclinate și etrieri, ca în figura 7.1.

După apariția fisurilor, continuitatea elementului de beton armat se asigură prin rețeaua de armături longitudinale, transversale și prin betonul comprimat.

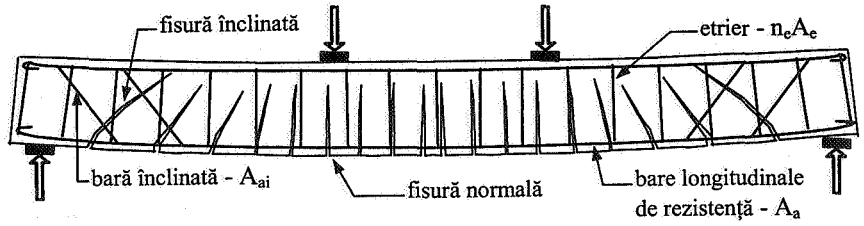


Fig. 7.1. Fisurarea unui element încovoiat din beton armat

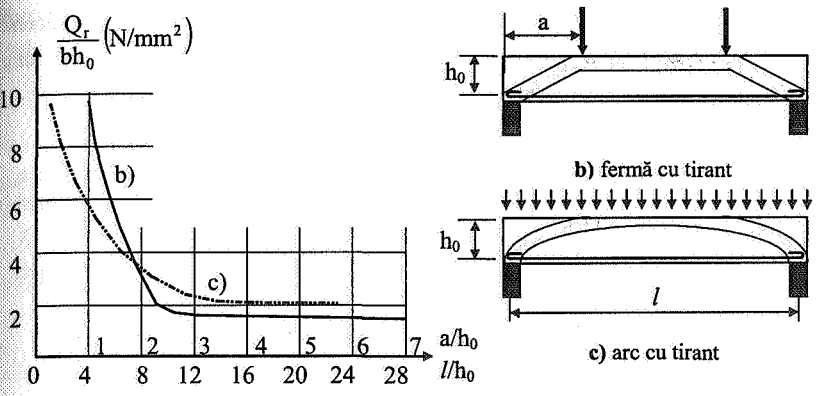
Ruperea elementului din beton armat la acțiunea momentului încovoietor și a forței tăietoare în secțiuni înclinate este condiționată de calitatea și cantitatea materialelor folosite, de mărimea forței tăietoare precum și de corelația ce există între aceasta și momentul încovoietor. Din acest punct de vedere se deosebesc trei moduri de rupere [114]:

- prin curgerea armăturii transversale intersectată de fisura înclinată și zdrobirea betonului comprimat de la capătul fisurii, rupere denumită de forfecare - întindere;
- prin zdrobirea betonului comprimat de la capătul fisurii, rupere denumită de forfecare - compresiune;
- prin smulgerea armăturilor longitudinale sau transversale din beton ca urmare a unei slabe aderențe sau a ancorării necorespunzătoare.

Caracteristic elementelor de beton armat realizate cu procente obișnuite de armare este primul caz de rupere. În cazul elementelor puternic armate sau cu lățimi reduse, armăturile nu ajung la limita de curgere, producându-se al doilea mod de rupere. Ultimele două cazuri de rupere se vor evita printr-o proiectare corectă (calcul și alcătuire), deoarece sunt moduri casante de cedare.

Comportarea la rupere este influențată și de poziția eventualelor sarcini concentrate față de reazeme, precum și de flexibilitatea grinzilor.

În figura 7.2 [114] este redată corelația dintre valoarea relativă a forței tăietoare de rupere Q_r/bh_0 și raportul a/h_0, denumit braț de forfecare. S-a dovedit experimental că pentru valori $a/h_0 = 3...7$, în cazul grinzilor încărcate cu forțe concentrate, respectiv $l/h_0 = 12...28$, în cazul grinzilor încărcate cu forțe uniform distribuite, ruperea se produce după mecanismul de grindă, adică la forfecare - întindere. În cazul când forțele concentrate acționează aproape de reazem, adică $a/h_0 < 3$, ruperea se produce prin efectul de fermă cu tirant (fig. 7.2b). Cu cât forța este mai apropiată de reazem, cu atât capacitatea grinzii la forță tăietoare este mai mare. În cazul grinzilor cu $l/h_0 < 12$, acționate de sarcini uniform distribuite, ruperea se produce prin efectul de arc cu tirant (fig.7.2c), efortul unitar tangențial de rupere $\tau_r = Q_r/bz$ având valori mai mari decât în cazul mecanismului de grindă.



a) variația efortul unitar tangențial de rupere

Fig. 7.2. Influența brațului de forfecare asupra capacității portante la forță tăietoare

În cazul procentelor obișnuite de armare, ruperea elementului se produce în stadiul III prin deschiderea pronunțată a fisurilor înclinate și strivirea betonului comprimat de la capătul fisurii înclinate. După intrarea în curgere a armăturilor intersectate de fisura înclinată (armătura longitudinală de rezistență, armătura înclinată și etrierii), în secțiune se formează o articulație plastică. Cele două părți de grindă, separate de fisura înclinată, se rotesc una față de alta în jurul punctului O (fig. 7.3), considerat centru de rotație relativă, până când betonul atinge rezistența R_c și se zdrobește.

Elementul trebuie calculat în secțiuni înclinate la acțiunea forței tăietoare, din calcul rezultând armătura transversală de rezistență, dispusă, de regulă, sub formă de bare înclinate și etrieri. De asemenea, în unele situații particulare, armăturile intersectate de secțiunea înclinată se verifică și la acțiunea momentului încovoietor.

7.1.2. Calculul în secțiuni înclinate la acțiunea forței tăietoare

Calculul în secțiuni înclinate este obligatoriu pentru toate elementele de rezistență supuse la încovoiere, el făcându-se după calculul în secțiuni normale și având la bază o armare longitudinală preliminară.

Modelul de calcul în secțiuni înclinate (fig. 7.3) se bazează pe următoarele ipoteze:

- cele două părți ale elementului, separate de fisura înclinată, se comportă ca și corpuri rigide;
- fisura înclinată este dreaptă și este caracterizată de proiecția ei pe orizontală, s_i;
- centrul relativ de rotație O este situat la nivelul centrului de greutate al ariei betonului comprimat de la capătul fisurii înclinate;
- se acceptă că toate armăturile intersectate de fisura înclinată ating limita de curgere.

Ecuația de proiecții, după normala la axa elementului, se scrie sub forma:

$$Q \le Q_{cap} = Q_b + \Sigma n_e A_e m_{at} R_a + \Sigma A_{ai} m_{at} R_a \sin\alpha \qquad (7.1)$$

unde: Q este forța tăietoare de calcul în secțiunea normală pe axa elementului, la capătul dinspre zona comprimată a fisurii înclinate;

Q_b – forța tăietoare preluată de betonul zonei comprimate (rezultanta eforturilor de forfecare din betonul zonei comprimate);

ΣA_{ai} – aria secțiunii transversale a tuturor armăturilor înclinate care sunt intersectate de fisura înclinată pe zona lor activă, centrală, de lungime egală cu 3/4 din lungimea porțiunii înclinate;

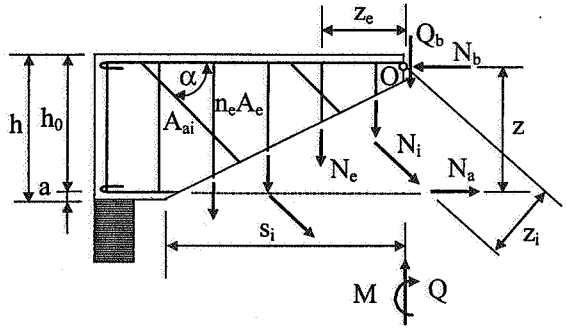


Fig. 7.3. Eforturile în secțiunea înclinată

A_e – aria secțiunii transversale a barei din care este confecționat etrierul;

n_e – numărul de ramuri ale etrierului; însumarea se face pentru toți etrierii intersectați de fisura înclinată;

m_{at} – coeficient al condițiilor de lucru pentru armătura transversală, prin care se ține cont de faptul că nu toate armăturile transversale interceptate de fisura înclinată ating limita de curgere în momentul ruperii, adică R_a, ci numai cele care sunt situate în porțiunile unde fisura înclinată are o deschidere suficient de mare; acest coeficient este egal cu 0,8 pentru armături din oțel laminat (PC60, PC52 și OB37), respectiv 0,7 pentru armături din sârme (STNB, SPPB);

α – unghiul dintre armătura înclinată și axa grinzii.

În stabilirea forței tăietoare de calcul din relația (7.1) se au în vedere următoarele:

- reducerea forței tăietoare pe lungimea s_i datorită încărcărilor se face luând în considerare numai cantitatea gs_i din încărcarea permanentă g ($Q - gs_i$ din figura 7.4a); de regulă, se poate lua în considerare valoarea maximă a forței tăietoare de pe lungimea fisurii înclinate (Q din figura 7.4a);
- pentru elementele cu secțiune variabilă, forța tăietoare de calcul este:

$$Q \mp \frac{M \operatorname{tg}\beta}{z} \tag{7.2}$$

și se bazează pe rezultatul analizei stării de eforturi unitare în stadiul II (pct. 4.2.2.2; fig. 4.13); semnul minus se utilizează atunci când secțiunea elementului crește/descrește în același sens cu momentul încovoietor (fig. 4.14);

- pentru riglele cadrelor cu protecție seismică (la care intervin zone potențial plastice la una sau la ambele extremități) forța tăietoare de calcul se ia asociată diagramei de momente capabile în secțiunile critice unde se inițiază curgerea armăturilor (fig. 7.4b1); mecanismul de cedare luat în considerare are, în secțiunile critice, momentele capabile de același sens de rotire (fig. 7.4b2).

Forța tăietoare preluată de betonul zonei comprimate[1], Q_b, conform standardului românesc, se calculează cu relația:

$$Q_b = \frac{bh_0^2\sqrt{p}}{s_i} m_t R_t \tag{7.3}$$

unde: p este procentul de armare pentru barele longitudinale de rezistență din zona întinsă, intersectate de fisura înclinată;

s_i – proiecția pe orizontală a fisurii înclinate luate în considerare; s-a constatat experimental că fisura critică se găsește în domeniul $0{,}5h_0 \le s_i \le 2{,}5h_0$;

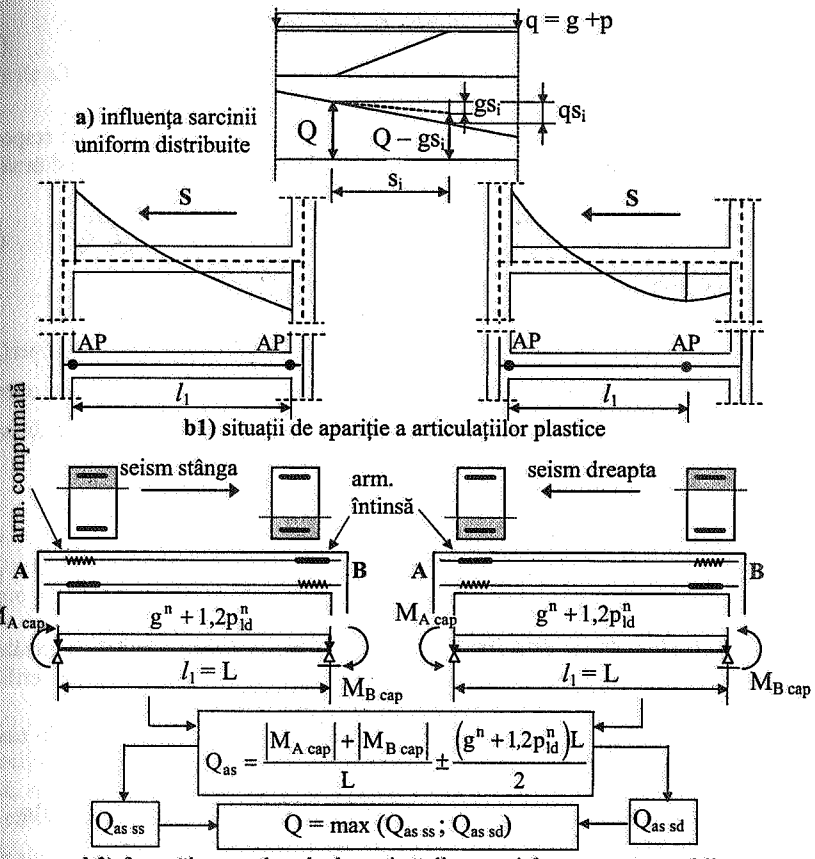


Fig. 7.4. Particularități în stabilirea forței tăietoare de calcul

[1] Pentru riglele de cuplare ale pereților structurali cu goluri, la care sub acțiuni seismice intervin zone plastice potențiale, înclinarea fisurii se ia la 45°, iar contribuția betonului la preluarea forței tăietoare se neglijează ($Q_b = 0$).

m_t – coeficient al condițiilor de lucru care afectează rezistența la întindere a betonu-lui R_t; m_t introduce efectul gradului de solicitare din zonele de capăt ale elementului asupra aportului betonului în preluarea forței tăietoare și are valoarea:

$$m_t = \frac{3-\overline{Q}}{2} \le 1 \text{ pentru zonele potențial plastice cu } \overline{Q} \ge 1 \quad (7.4a)$$

$$m_t = 0 \text{ la grinzile la care din solicitări seismice, în ambele sensuri, } \overline{Q} > 1 \quad (7.4b)$$

$$m_t = 1{,}0 \text{ pentru restul cazurilor} \quad (7.4c)$$

$\overline{Q}$ – nivelul de solicitare la forță tăietoare; pentru elemente cu secțiune dreptunghiulară sau în formă de T, este obținut din relația:

$$\overline{Q} = \frac{Q}{bh_0 R_t} \quad (7.5)$$

cu precizarea că rezistența la întindere nu se afectează cu coeficientul m_t.

Secțiunile de beton ale elementelor trebuie astfel dimensionate încât să fie respectată condiția de limitare a eforturilor unitare de compresiune (exprimată indirect, având în vedere corelația dintre rezistențele R_c și R_t ale betonului):

$$\overline{Q} \le c \quad (7.6)$$

unde: $c = 2$ pentru zonele potențial plastice de la capetele elementelor;
$c = 4$ pentru restul cazurilor.

Dacă $\overline{Q} > c$, dimensiunile secțiunii de beton se majorează până la satisfacerea condiției (7.6).

Calculul armăturilor transversale nu este necesar dacă $\overline{Q} \le 0{,}75$ pentru plăci, respectiv $\overline{Q} \le 0{,}50$ pentru celelalte elemente, deoarece toate eforturile unitare principale de întindere sunt preluate de beton, iar etrierii și armăturile înclinate se dispun constructiv.

Calculul armăturilor transversale se face atunci când:

$$0{,}50 < \overline{Q} \le c \text{ - în cazul grinzilor} \quad (7.7)$$

$$0{,}75 < \overline{Q} \le c \text{ - în cazul plăcilor} \quad (7.8)$$

cu c definit mai sus.

La calculul armăturii transversale se pleacă de la o dispunere preliminară a armăturilor rezultate din calculul la încovoiere. Practic, calculul la forță tăietoare se rezumă la verificarea și definitivarea acestei dispuneri preliminare a armăturilor.

În cazurile curente se utilizează un procedeu simplificat de calcul și numai în cazurile speciale se trece la un calculul detaliat.

7.1.2.1. Procedeul simplificat de calcul al armăturilor transversale

Procedeul simplificat permite efectuarea calculului în varianta armării transversale numai cu etrieri, sau cu etrieri și bare înclinate.

Armarea transversală cu etrieri

Acest sistem de armare este mai convenabil din punct de vedere tehnologic, deoarece fasonarea armăturilor este mai simplă și de asemenea, răspunde mai bine cerințelor riglelor de cadre cu protecție seismică, unde în mod frecvent forța tăietoare poate schimba de semn.

În exemplul de calcul dat în capitolul 13 (aplicația 13), este prezentat modul de calcul al elementelor care fac parte dintr-un cadru rezistent la seism.

Procedeul pornește de la verificarea relației (7.1) în care se reține numai primii doi termeni ai capacității portante, urmărindu-se determinarea celei mai defavorabile fisuri înclinate pentru care capacitatea portantă la tăiere Q_{cap} să fie minimă.

Din relația (7.1) se constată că pentru elemente fără bare înclinate capacitatea portantă la tăiere se poate pune sub forma:

$$Q_{cap} = Q_{eb} = Q_b + \Sigma n_e A_e m_{at} R_a \quad (7.9)$$

Efortul preluat de un etrier este:

$$N_e = n_e A_e m_{at} R_a \quad (7.10)$$

sau pe de altă parte, conform figurii 7.5, cu efortul q_e uniform distribuit pe distanța a_e:

$$N_e = q_e a_e \quad (7.11)$$

Rezultă:

$$q_e = \frac{n_e A_e m_{at} R_a}{a_e} \quad (7.12)$$

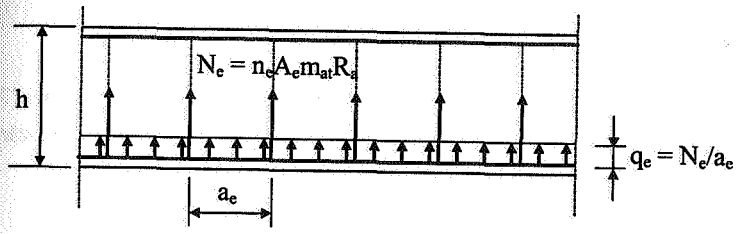


Fig.7.5. Starea de eforturi în etrieri

Dacă se ține seama de faptul că termenul al doilea al relației (7.9) reprezintă forța tăietoare preluată de etrieri pe lungimea fisurii înclinate, se poate scrie:

$$Q_{cap} = Q_{eb} = \frac{bh_0^2\sqrt{p}}{s_i} m_t R_t + s_i q_e \quad (7.13)$$

unde Q_{eb} se definește ca forța tăietoare preluată de etrieri și beton.

Înclinarea cea mai defavorabilă a fisurii, pentru care capacitatea portantă la tăiere este minimă, se obține din condiția de minim a forței tăietoare preluată de etrieri și beton, adică atunci când:

$$\frac{dQ_{eb}}{ds_i} = 0 \quad (7.14)$$

condiție din care rezultă:

$$s_i = \sqrt{\frac{bh_0^2\sqrt{p}}{q_e} m_t R_t} \quad (7.15)$$

Introducând valoarea lui s_i din (7.15) în (7.13) rezultă relaţia de calcul a valorii minime a forţei tăietoare preluată de etrieri şi beton:

$$Q_{eb} = 2\sqrt{bh_0^2 m_t R_t q_e \sqrt{p}} \tag{7.16}$$

valabilă pentru valorile s_i care satisfac condiţia:

$$0{,}5h_0 \le s_i \le 2{,}5h_0 \tag{7.17}$$

Deoarece este posibil ca un etrier să fie plasat chiar la capătul fisurii înclinate, deci neintervenind la preluarea forţei tăietoare, pentru valoarea lui Q_{eb} poate fi utilizată relaţia:

$$Q_{eb} = 2\sqrt{bh_0^2 m_t R_t q_e \sqrt{p}} - n_e A_e m_{at} R_a \tag{7.18}$$

Starea limită de rezistenţă este satisfăcută dacă:

$$Q \le Q_{eb} \tag{7.19}$$

Dacă relaţia (7.19) nu este satisfăcută, se poate opta, în mod curent, pentru una din următoarele soluţii:

- sporirea capacităţii portante a etrierilor, prin reducerea distanţei a_e şi/sau mărirea diametrului acestora;
- utilizarea barelor înclinate.

***Particularizare:** dimensionarea directă a etrierilor*

Scriind relaţia (7.19) sub forma $Q = Q_{eb}$, în care Q_{eb} se ia conform relaţiei (7.16), se poate determina valoare necesară a mărimii $q_{e\,nec}$ pentru a se asigura satisfacerea stării limită de rezistenţă la acţiunea forţei tăietoare.

$$q_{e\,nec} = \frac{Q^2}{4bh_0^2 m_t R_t \sqrt{p}} \tag{7.20}$$

Pornind de la relaţia (7.12), se calculează valoarea necesară a raportului dintre aria barei din care se execută etrierii şi distanţa dintre aceştia:

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_{nec} = \frac{q_{e\,nec}}{n_e m_{at} R_a} \tag{7.21}$$

Pe baza acestui raport se alege o combinaţie între diametrul barei şi distanţa dintre etrieri, cu respectarea prevederilor constructive de la punctul 13.7.3, în aşa fel încât valoarea efectivă a acestui raport să corespundă condiţiei:

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_{ef} \ge \left(\frac{A_e}{a_e}\right)_{nec} \tag{7.22}$$

Armarea transversală cu etrieri şi bare înclinate

Utilizarea barelor înclinate poate deveni necesară atunci când etrierii şi betonul nu sunt capabili să preia forţa tăietoare de calcul, adică atunci când $Q > Q_{eb}$, valoarea lui Q_{eb} fiind obţinută din relaţia (7.16) sau (7.18).

Aria armăturii înclinate se calculează din relaţia (7.1), pentru cazul egalităţii dintre forţa tăietoare de calcul şi capacitatea portantă, rezultând relaţia:

$$A_{ai} = \frac{Q - Q_{eb}}{m_{at} R_a \sin\alpha} \tag{7.23}$$

Dacă barele înclinate se ridică în plane diferite (fig. 7.6), ariile armăturilor se calculează cu relaţiile:

$$A_{ai1} = \frac{Q_1 - Q_{eb}}{m_{at} R_a \sin\alpha};\quad A_{ai2} = \frac{Q_2 - Q_{eb}}{m_{at} R_a \sin\alpha};\quad A_{ai3} = \frac{Q_3 - Q_{eb}}{m_{at} R_a \sin\alpha},$$

care derivă din relaţia (7.23).

Forţele tăietoare Q_2, Q_3, şi Q_4 sunt determinate în secţiunea de la capătul inferior al porţiunii active a barei înclinate. Poziţia acestei secţiuni este dată prin mărimea Δ (fig.7.6) în raport cu punctul de ridicare al armăturii înclinate.

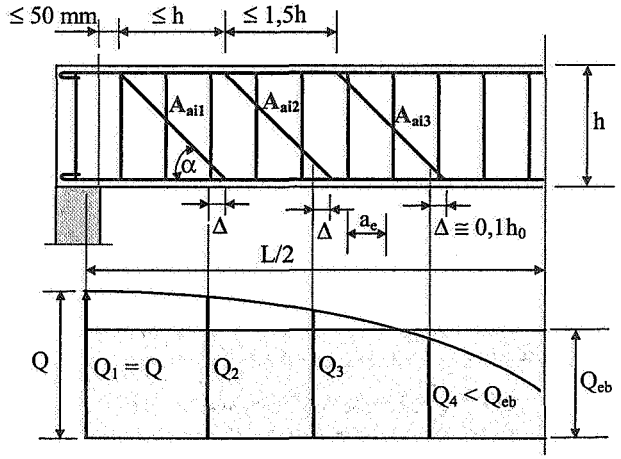


Fig.7.6. Dispunerea barelor înclinate

Dacă în cazul plăcilor este necesară armătură transversală din calcul, armarea transversală se realizează numai cu bare înclinate, a căror arie se determină cu relaţia:

$$A_{ai} = \frac{Q - Q_b}{m_{at} R_a \sin\alpha} \tag{7.24}$$

7.1.2.2. Procedeul detaliat de calcul la forţă tăietoare

În acest caz, valoarea lui Q_{eb} se determină prin însumarea forţei tăietoare preluată de beton cu cea preluată de etrieri şi de armăturile înclinate. Procedeul constă în determinarea capacităţii portante la tăiere, pentru o succesiune de fisuri înclinate[2] în domeniul $0{,}5h_0 \le s_i \le 2{,}5h_0$ (de exemplu 5 fisuri înclinate în figura 7.7).

[2] Pentru uşurinţa calculelor se recomandă ca distanţa dintre fisurile înclinate succesive să fie egală cu distanţa dintre etrieri a_e (conf. fig. 7.7).

Relația de calcul a capacității portante la tăiere, conform termenului din dreapta a relației (7.1), se poate exprima prin forma de mai jos:

$$Q_{cap} = Q_b + Q_e + Q_i \tag{7.25}$$

unde: Q_b se determină din relația (7.3);

$Q_e = (n_f - 1)n_e A_e m_{at} R_a$ – forța tăietoare preluată de etrieri (se scade etrierul de la capătul fisurii înclinate);

n_f – numărul etrierilor intersectați efectiv de fisura înclinată;

$Q_i = A_{ai(m)} m_{at} R_a \sin\alpha$ – forța tăietoare preluată de barele înclinate;

$A_{ai(m)}$ – aria barelor înclinate, intersectate de fisura înclinată m pe zona lor centrală, activă, egală cu 3/4 din lungimea porțiunii înclinate.

Capacitatea portantă minimă este:

$$Q_{cap\ min} = min\left(Q_{cap\ 0,5h_0}; \ldots Q_{cap\ m}; \ldots Q_{cap\ 2,5h_0}\right) \tag{7.26}$$

iar valoarea s_i, corespunzătoare acestei valori, reprezintă fisura critică de rupere.

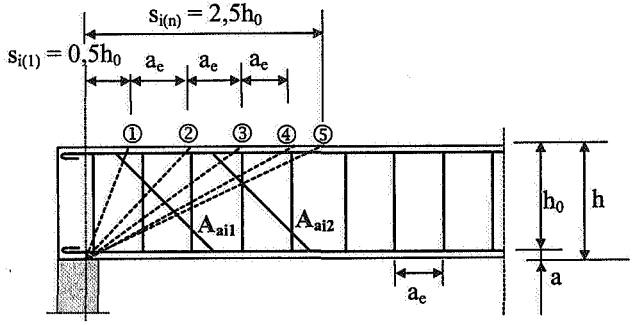


Fig. 7.7. Determinarea celei mai defavorabile poziții a fisurii înclinate

Armarea transversală satisface starea limită de rezistență dacă $Q \le Q_{cap\ min}$.

Calculul la acțiunea forței tăietoare, indiferent de metodologia de calcul, se încheie cu definitivarea alcătuirii preliminare și respectarea prevederilor constructive (cap. 13).

7.1.3. Verificarea în secțiuni înclinate la acțiunea momentului încovoietor

Verificarea la moment încovoietor se face pe baza stării de eforturi din figura 7.3, scriind ecuația de echilibru a momentelor în raport cu centrul de greutate al zonei comprimate (centrul de rotație relativă O).

Ecuația de momente se scrie sub forma:

$$M \le M_{cap} = A_a R_a z + \Sigma n_e A_e R_a z_e + \Sigma A_{ai} R_a z_i \tag{7.27}$$

unde: M este momentul încovoietor de calcul din secțiunea de la capătul dinspre zona comprimată a fisurii înclinate (valoarea maximă a acestuia pe lungimea s_i);

z, z_e, z_i – distanțele de la centrul de greutate al armăturilor întinse (longitudinale, etrieri, respectiv bare înclinate) până la centrul de greutate al zonei comprimate;

ΣA_{ai} – aria secțiunii transversale a tuturor armăturilor înclinate care sunt intersectate de fisura înclinată pe zona lor activă, centrală;

$\Sigma n_e A_e$ – aria secțiunii transversale pentru toți etrierii intersectați de fisura înclinată.

După cum se observă, în relația (7.27) rezistențele armăturilor nu sunt afectate de coeficientul m_{at} al condițiilor de lucru.

Modalitatea de calcul este similară cu metoda folosită în cazul procedeului detaliat de calcul la forță tăietoare.

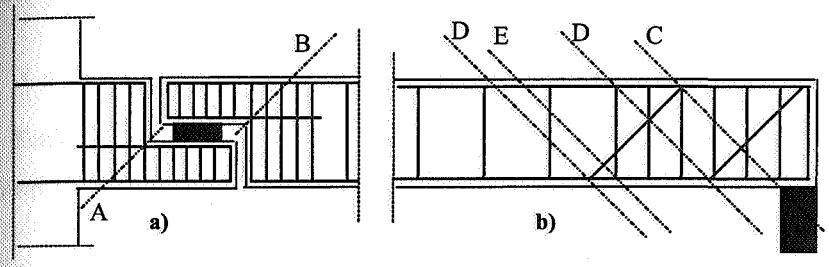


Fig. 7.8. Poziția secțiunilor înclinate pentru verificarea la moment încovoietor

Pentru grinzile cu secțiune constantă sau variabilă, verificarea la moment încovoietor se face în secțiuni caracteristice, puse în evidență în figura 7.8. În zonele cu variații bruște ale înălțimii (fig. 7.8a), verificarea se face în secțiunea înclinată ce pornește din colțul întins (dreptele A și B). În porțiunile cu înălțime constantă, verificarea se face în secțiunile caracteristice care trec prin (fig. 7.8b):

- marginea reazemului (dreapta C);
- punctele de ridicare a barelor longitudinale (dreptele D);
- punctele de schimbare a distanței dintre etrieri (dreapta E).

Verificarea în secțiuni înclinate la acțiunea momentului încovoietor nu este necesară dacă se respectă prevederile constructive referitoare la ancorarea armăturilor întinse dincolo de secțiunile unde sunt necesare, respectiv la stabilirea secțiunilor de ridicare (coborâre) a barelor înclinate (pct. 13.3 și 13.7).

Aplicația numerică 7.1. *Calculul în secțiuni înclinate al elementelor încovoiate armate cu bare longitudinale și etrieri, utilizând procedeul simplificat*

Se cere verificarea la forță tăietoare a grinzii simplu rezemate de secțiune dreptunghiulară (fig. Apl.7.1), armată cu bare longitudinale drepte și etrieri (fără armături înclinate), cunoscând: $b/h/h_0$ = 250/500/465 mm; calitatea materialelor: beton C16/20, oțel PC52 (pentru armăturile longitudinale) și OB37 (pentru etrieri); Q_{max} = 150 kN.

$R_t = m_{bt} R_t^* = 1{,}0 \cdot 0{,}95 = 0{,}95$ N/mm^2 (anexele 2 și 3)

Se calculează nivelul de solicitare la forță tăietoare cu relația (7.5):

$$\overline{Q} = \frac{Q}{bh_0 R_t} = \frac{150 \cdot 10^3}{250 \cdot 465 \cdot 0{,}95} = 1{,}358$$

Deoarece, conform relațiilor (7.6) și (7.7), $0{,}5 < \overline{Q} < c = 4$, rezultă că dimensiunile secțiunii de beton sunt corect alese, fiind necesar calculul armăturilor transversale pentru preluarea forței tăietoare.

Se calculează procentul de armare pentru armătura longitudinală de rezistență din zona întinsă, 4ϕ20 cu aria $A_a = 12{,}56\,\text{cm}^2$ (anexa 26), intersectată de fisura înclinată:

$$p = \frac{1256 \cdot 100}{250 \cdot 465} = 1{,}08\ \%$$

Secțiunea nu se află într-o zonă potențial plastică, deci $m_t = 1{,}0$ conform relației (7.4c).

Se aplică procedeul de calcul simplificat; punând condiția $Q = Q_{eb}$, din relația (7.16) rezultă $q_{e\,nec}$, efortul pe care trebuie să-l preia etrierii pe unitatea de lungime:

$$q_{e\,nec} = \frac{Q^2}{4bh_0^{\,2} m_t R_t \sqrt{p}} = \frac{(150 \cdot 10^3)^2}{4 \cdot 250 \cdot 465^2 \cdot 1 \cdot 0{,}95 \cdot \sqrt{1{,}08}} = 105{,}4\ \text{N/mm}$$

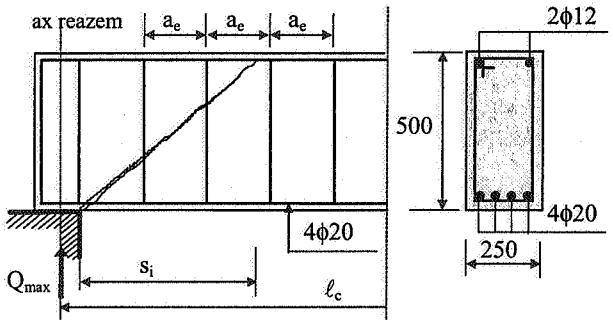


Fig. Apl.7.1.

Se aleg etrieri simpli din oțel OB37, cu două ramuri de forfecare ($n_e = 2$) și cu $m_{at} = 0{,}8$; din relația (7.21) rezultă:

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_{nec} = \frac{q_{e\,nec}}{n_e m_{at} R_a} = \frac{105{,}4}{2 \cdot 0{,}8 \cdot 210} = 0{,}313\ \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

Alegerea etrierilor se poate face cu una din variantele de mai jos.

Varianta 1. Se alege distanța dintre etrieri a_e, conform punctului 13.7:

$a_e \le (300\ \text{mm};\ \frac{3}{4}500 = 375\ \text{mm})$, respectiv $a_e \ge 100$ mm; se alege $\boldsymbol{a_e = 250\ \text{mm}}$.

Rezultă aria etrierului $(A_e)_{nec} \ge a_e \left(\frac{A_e}{a_e}\right)_{nec} = 250 \cdot 0{,}313 = 78{,}2\ \text{mm}^2$.

Din anexa 26 se alege **ϕ10** cu $A_e = 78{,}5\ \text{mm}^2$.

Etrierii aleși conform acestei variante sunt **ϕ10/250 mm**.

Varianta 2. Se alege diametrul etrierului, conform condițiilor de la punctul 13.7.3:

- diametrul minim $\phi_{min} = 6$ mm, cu $A_e = 28{,}3\ \text{mm}^2$;
- aria etrierului din condiția de procent recomandat de armare transversală, $p_e \ge 0{,}1\%$:

$A_e \ge A_{e\,min} = p_{e\,min} \frac{a_e b}{n_e 100} = 0{,}1 \frac{250 \cdot 250}{2 \cdot 100} = 31{,}25\ \text{mm}^2$; conform acestei condiții, din anexa 26 se alege **ϕ8** ($50{,}3\ \text{mm}^2$), primul diametru cu arie mai mare decât valoarea minimă.

Rezultă distanța dintre etrieri $a_{e\,nec} \le \frac{A_e}{(A_e/a_e)_{nec}} = \frac{50{,}3}{0{,}313} = 160\ \text{mm}$.

Se alege $\boldsymbol{a_e = 150\ \text{mm}}$.

Etrierii aleși conform acestei variante sunt **ϕ8/150 mm**.

Se optează pentru una din variante, de exemplu **ϕ8/150 mm**; se calculează proiecția fisurii înclinate cu relația (7.15), pentru $q_e = \frac{50{,}3 \cdot 2 \cdot 0{,}8 \cdot 210}{150} = 112{,}7$ N/mm (relația 7.12):

$$s_i = \sqrt{\frac{bh_0^2\sqrt{p}}{q_e} m_t R_t} = \sqrt{\frac{250 \cdot 465^2 \sqrt{1{,}08}}{112{,}7} 1 \cdot 0{,}95} = 688\ \text{mm}$$

Este respectată condiția (7.17), adică $0{,}5h_0 = 232{,}5 < s_i = 688 < 2{,}5h_0 = 1163\ \text{mm}$.

Aplicația numerică 7.2. *Calculul în secțiuni înclinate al elementelor încovoiate armate cu bare longitudinale drepte, bare înclinate și etrieri, utilizând procedeul simplificat*

Se cere verificarea în secțiuni înclinate a unei grinzi continue monolite (fig. Apl.7.2), armată cu bare longitudinale drepte și înclinate și cu etrieri, cunoscând: $b/h/h_0 = 200/450/415$ mm; $Q_A = 61{,}9$ kN; $Q_{B\,st} = 89{,}4$ kN; $Q_{B\,dr} = 75{,}6$ kN; $Q_C = 75{,}6$ kN; $q = 27$ kN/m; calitatea materialelor: beton C12/15, oțel PC52 (armăturile longitudinale și înclinate) și OB37 (etrierii).

Calculul se începe cu secțiunea cea mai solicitată, din stânga reazemului B.

Rezistența de calcul la întindere a betonului este $R_t = m_{bt} R_t^* = 1{,}0 \cdot 0{,}8 = 0{,}8\ \text{N/mm}^2$.

Se calculează nivelul de solicitare la forță tăietoare cu relația (7.5):

$$\overline{Q} = \frac{Q}{bh_0 R_t} = \frac{89{,}4 \cdot 10^3}{200 \cdot 415 \cdot 0{,}8} = 1{,}346$$

Deoarece, conform relațiilor (7.6) și (7.7), $0{,}5 < \overline{Q} < c = 4$, rezultă că dimensiunile secțiunii de beton sunt corect alese, fiind necesar calculul armăturilor transversale pentru preluarea forței tăietoare.

Se aleg etrierii conform condițiilor de la punctul 13.7.3:

- distanța dintre etrieri

$a_e \le (300\ \text{mm};\ \frac{3}{4}450 = 337{,}5\ \text{mm})$; $a_e \ge 100$ mm; se alege $a_e = 250$ mm;

- diametrul etrierilor

$\phi_{min} = 6$ mm; $A_e \ge p_e \frac{a_e b}{n_e 100} = 0{,}1 \frac{250 \cdot 200}{2 \cdot 100} = 25\ \text{mm}^2$; se alege ϕ8.

Pe toată lungimea grinzii se dispun etrieri **ϕ8/250** mm, cu $A_e = 50{,}3\ \text{mm}^2$, $n_e = 2$; se calculează efortul preluat de etrieri pe unitatea de lungime cu relația (7.12):

$$q_e = \frac{n_e A_e m_{at} R_a}{a_e} = \frac{2 \cdot 50{,}3 \cdot 0{,}8 \cdot 210}{250} = 67{,}6\ \text{N/mm}$$

Procentul de armare al armăturii longitudinale întinse din secțiune (reazemul B) este:

$$p_{3\phi18}=\frac{762\cdot100}{200\cdot415}=0{,}92\ \%$$

Se calculează forța tăietoare preluată de beton și etrieri cu relația (7.18); secțiunea nu se află într-o zonă potențial plastică, deci $m_t = 1{,}0$:

$$Q_{eb}=2\sqrt{bh_0^2m_tR_tq_e\sqrt{p}}-n_eA_em_{at}R_a=$$

$$=2\sqrt{200\cdot415^2\cdot0{,}8\cdot67{,}6\cdot\sqrt{0{,}92}}-2\cdot50{,}3\cdot0{,}8\cdot210=67{,}6\cdot10^3\ \text{N}$$

Proiecția fisurii înclinate care pornește de la fața reazemului *B* spre stânga rezultă din relația (7.15):

$$s_i=\sqrt{\frac{bh_0^2\sqrt{p}}{q_e}m_tR_t}=\sqrt{\frac{200\cdot415^2\cdot\sqrt{0{,}92}}{67{,}6}\cdot0{,}8}=625\ \text{mm}$$

Condiția (7.17) este respectată, adică $0{,}5h_0 = 207{,}5$ mm $< s_i < 2{,}5h_0 = 1038$ mm.

Deoarece $Q_{eb} < Q_{B\,st}$, etrierii și betonul nu pot prelua toată forța tăietoare, trebuie luată în considerare și armătura înclinată intersectată de fisura având proiecția $s_i = 625$ mm. Se verifică cu relația (7.23) dacă armătura 1ϕ16 (A_{ai1}), înclinată la 50 mm de fața reazemului, este suficientă pentru a prelua diferența $Q_{B\,st} - Q_{eb}$:

$$A_{ai1}=\frac{Q_{B\,st}-Q_{eb}}{m_{at}R_a\sin\alpha}=\frac{(89{,}4-67{,}6)10^3}{0{,}8\cdot300\cdot0{,}707}=128\ \text{mm}^2<201\ \text{mm}^2\ (1\phi16)$$

Se calculează forța tăietoare în secțiunea II-II, în care armătura A_{ai1} nu mai este activă; această secțiune se află la distanța *d* de la fața reazemului (fig. Apl.7.2b):

$$d=50+(h_0-a')-\frac{h_0-a'}{8}=50+(415-35)-47{,}5=383\ \text{mm},$$

unde, conform figurii Apl.7.2b, $\frac{1}{8}(h_0-a')$ reprezintă $\frac{1}{8}l_i\cos\alpha$.

$Q_{II} = Q_{B\,st} - q\,d = 89{,}4 - 27\cdot0{,}383 = 79{,}0$ kN.

Deoarece $Q_{II} = 79 > Q_{eb} = 67{,}6$ kN, rezultă că este nevoie să se dispună armătură înclinată și în a doua secțiune A_{ai2}, situată la o distanță de 450 mm de reazem (= *h* conform figurii 13.25). Se calculează aria de armătură necesară cu relația (7.23):

$$A_{ai2}=\frac{Q_{II}-Q_{eb}}{m_{at}R_a\sin\alpha}=\frac{(79{,}0-67{,}6)10^3}{0{,}8\cdot300\cdot0{,}707}=67{,}1\ \text{mm}$$

Se alege A_{ai2} (1ϕ12) = 113 mm^2

Se calculează forța tăietoare în secțiunea III-III, în care armătură înclinată A_{ai2} nu mai este activă, la (50 + 450 = 500 mm) față de reazem; această secțiune se află la distanța $d_1 = d + 450 = 383 + 450 = 833$ mm de la fața reazemului (nereprezentată în figură):

$$Q_{III}=Q_{B\,st}-qd_1=89{,}4-27{,}0\cdot0{,}833=66{,}9\ \text{kN}$$

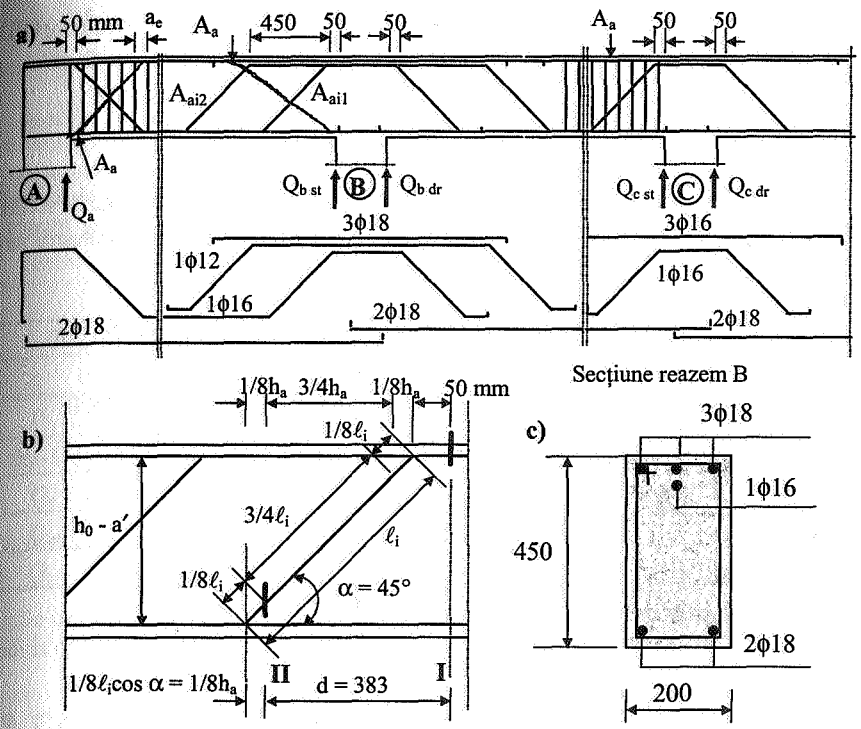


Fig. Apl.7.2.

Deoarece $Q_{III} = 66{,}9 < Q_{eb} = 67{,}6$ kN, rezultă că nu este nevoie să se dispună armătură înclinată și în a treia secțiune.

Pentru celelalte reazeme, calculul este prezentat în tabelul 7.1.

Tabelul 7.1.

Secț.	Q_{max} kN	$\overline{Q}$	A_a mm^2	p %	Q_{eb} kN	$A_{ai\,nec1,2}$ mm^2	A_{ai}	s_i mm
A	61,9	0,932	(2ϕ18) –509	0,61	59,4	15; –	1ϕ16	564
B_{st}	89,4	1,346	(3ϕ18) –763	0,92	67,6	128; 67	1ϕ16;	625
B_{dr}	75,6	1,14	(3ϕ18) –763	0,92	67,6	47; –	1ϕ12	625
C	75,6	1,14	(3ϕ16) –603	0,73	62,9	75; –	1ϕ16	590

Aplicația numerică 7.3. *Calculul în secțiuni înclinate al elementelor încovoiate, utilizând procedeul detaliat*

Se cere verificarea în secțiuni înclinate a zonei de reazem a unei grinzi de secțiune dreptunghiulară (fig. Apl.7.3), armată cu bare longitudinale drepte (5ϕ22), armături înclinate (2ϕ20) și etrieri, cunoscând: $b/h/h_0 = 300/600/564$ mm; $Q_{max} = 190$ kN; calitatea materialelor:

beton C16/20 (m_t = 1,0 şi R_t = 0,95 N/mm^2), oţel PC52 (R_a = 300 N/mm^2) şi OB37 (R_a = 210 N/mm^2) pentru etrieri.

Se calculează nivelul de solicitare la forţă tăietoare cu relaţia (7.5):

$$\overline{Q} = \frac{Q}{bh_0R_t} = \frac{190\cdot10^3}{300\cdot564\cdot0,95} = 1,18$$

Deoarece conform relaţiilor (7.6) şi (7.7) $0,5 < \overline{Q} < c = 4$, rezultă că dimensiunile secţiunii de beton sunt corect alese, fiind necesar calculul armăturilor transversale pentru preluarea forţei tăietoare.

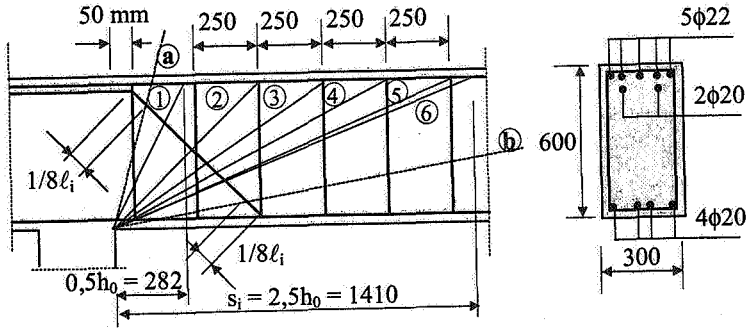


Fig. Apl.7.3.

Etrierii se aleg conform condiţiilor constructive de la punctul 13.7.3:

$a_e \le 300$ mm; $\frac{3}{4}600 = 450$ mm, respectiv $a_e \ge 100$ mm; se alege a_e = 250 mm.

$\phi_{min} = \phi 6$; $A_e \ge \frac{0,1\cdot250\cdot300}{2\cdot100} = 37,5$ mm^2; se aleg etrieri cu diametrul ϕ8, având A_e = 50,3 mm^2; deoarece $b < 400$ mm etrierii pot fi simpli, deci $n_e = 2$.

Etrierii aleşi sunt **ϕ8/250** mm.

Fisurile înclinate care pleacă de la faţa reazemului pot avea proiecţia pe orizontală s_i cu valori cuprinse în intervalul dat de relaţia (7.17):

$0,5h_0 = 0,5\cdot564 = 282$ mm $\le s_i \le 2,5h_0 = 2,5\cdot564 = 1410$ mm.

Se determină forţa tăietoare capabilă în acest interval, considerând fisuri înclinate în dreptul limitelor s_i = 282 mm şi s_i = 1410 mm, respectiv în dreptul etrierilor (fig. Apl.7.3).

Calculul capacităţii portante Q_{cap} în secţiunile înclinate alese se conduce conform relaţiilor de la punctul 7.1.2.2, astfel:

$$Q_{cap} = Q_b + Q_e + Q_{ai}$$

$$Q_b = \frac{bh_0^2m_tR_t\sqrt{p}}{s_i} = \frac{300\cdot564^2\cdot1,0\cdot0,95\sqrt{1,123}}{s_i};$$

$$Q_e = (n_f-1)n_eA_em_{at}R_a = (n_f-1)\cdot2\cdot50,3\cdot0,8\cdot210 = 16,9\cdot10^3\,(n_f-1)$$

$$Q_{ai} = A_{ai}m_{at}R_a\sin\alpha = 2\cdot314\cdot0,8\cdot300\cdot0,707 = 106,5\cdot10^3 \text{ N}.$$

În relaţiile de mai sus, procentul de armare p pentru armăturile longitudinale din zona întinsă (5ϕ22) se calculează cu relaţia:

$$p_{5\phi22} = \frac{1900\cdot100}{300\cdot564} = 1,123\ \%$$

Armătura înclinată este considerată activă numai pe porţiunea centrală de lungime $3l_i/4$, delimitată de liniile punctate a şi b din figura Apl.7.3; toate fisurile înclinate taie armătura A_{ai}(2ϕ20) pe porţiunea activă.

Pentru cele şase fisuri considerate rezultatele sunt prezentate în tabelul 7.2.

Tabelul 7.2.

Fisura	1	2	3	4	5	6
s_i (mm)	282	550	800	1050	1300	1410
Q_b (kN)	340	175	120	91,5	74	68
(n_f-1) (nr. etr.)	–	1	2	3	4	5
Q_e (kN)	–	16,9	33,8	50,7	67,6	84,5
Q_{ai} (kN)	106,5	106,5	106,5	106,5	106,5	106,5
Q_{cap} (kN)	446,5	298,4	260,3	**249**	**248**	259

Se observă că în secţiunile în care capacitatea portantă este minimă, este îndeplinită condiţia Q_{max} = 190 kN < $Q_{cap\,min}$ = 248 kN.

7.2. CALCULUL ELEMENTELOR COMPRIMATE EXCENTRIC LA FORŢĂ TĂIETOARE

Forţa axială de compresiune are un efect favorabil asupra rezistenţei la tăiere a betonului, deoarece reduce mărimea efortului unitar principal de întindere σ_1 (pct. 2.2.1.3); pentru simplificarea calculelor se acceptă că acest efort unitar rămâne constant, dar în schimb se foloseşte o rezistenţă sporită la întindere a betonului. Creşterea rezistenţei R_t se ia în considerare prin multiplicarea acesteia cu coeficientul condiţiilor de lucru $m_t > 1$, valoarea căruia, în acest caz, se obţine din relaţia:

$$m_t = 1 + 0,5N/bh_0R_c \qquad (7.28)$$

în care N este efortul axial de compresiune corespunzător ipotezei de încărcare în care s-a determinat forţa tăietoare.

Verificarea stâlpilor la acţiunea forţei tăietoare se efectuează cu aceleaşi relaţii ca şi pentru elementele încovoiate, cerându-se respectarea condiţiei:

$$\overline{Q} \le c = 2 \qquad (7.29)$$

în care $\overline{Q}$ se determină cu relaţia (7.5), fără ca R_t să fie afectat de coeficientul m_t din relaţia (7.28).

Forţa tăietoare de calcul Q se poate obţine din acţiunile considerate în gruparea fundamentală sau specială (tab. 5.4), în funcţie de rolul elementului în preluarea acţiunilor seismice. Pentru stâlpii care se dimensionează în gruparea fundamentală, Q reprezintă valoarea

obținută din calculul static; pentru stâlpii pentru care gruparea specială este hotărâtoare, este necesară o analiză mai detaliată a structurii [18].

În gruparea specială de încărcări intervine în mod curent acțiunea seismică, intensitatea căreia se evaluează conform Normativului P100-92 (Proiectarea antiseismică a construcțiilor de locuințe, social-culturale, agrozootehnice și industriale) [19] și care este de ψ ori mai mică decât intensitatea corespunzătoare amplasamentului respectiv. Coeficientul ψ de reducere a acțiunii seismice ține cont de ductilitatea structurii, de capacitatea de redistribuire a eforturilor, de ponderea cu care intervin rezervele de rezistență neconsiderate în calcul etc. Deoarece forțele seismice reale sunt mai mari decât cele luate în calcul, este posibil ca în decursul cutremurului de pământ să se producă articulații plastice în elementele structurale de rezistență fără ca structura să se prăbușească (să ajungă la colaps). Prezența acestor articulații plastice asigură ductilitatea necesară structurii în vederea disipării energiei induse de seism (pct. 13.1).

În cazul structurilor în cadre etajate se urmărește ca aceste articulații să se formeze numai în grinzi, urmărindu-se ca stâlpii să nu prezinte asemenea deformații plastice (deci să rămână în domeniul elastic).

Momentele încovoietoare de plasticizare ce apar în riglele cadrelor sunt mai mari decât cele rezultate din calculul static. Aceste creșteri apar deoarece armarea trebuie să respecte anumite prevederi constructive severe pentru structurile cu protecție seismică (pct. 13.7) care conduc la cantități mai mari de armătură decât cele rezultate din calcul. De asemenea, în articulațiile plastice, în timpul mișcării seismice, se apreciază că efortul unitar în armătură depășește cu 25% rezistența de calcul R_a (efectul de hiper-rezistență).

Din condiția de echilibru a nodurilor cadrelor și din necesitatea ca stâlpii să rămână în domeniul elastic, rezultă că momentele încovoietore și forțele tăietoare de pe stâlpi trebuiesc majorate față de valorile obținute din calculul static [18].

În conformitate cu prevederile din Codul NP 007-97 de proiectare al cadrelor din beton armat [18], forța tăietoare de calcul, în gruparea specială de încărcări, pentru stâlpii cadrelor cu protecție seismică se calculează cu relația[3]:

$$Q = k_Q \beta Q_s \tag{7.30}$$

unde: Q_s – valoarea forței tăietoare de calcul în stâlpi, stabilită în gruparea specială de încărcări;

$k_Q = 1{,}2$ – coeficient ce ia în considerare abaterile de la distribuția considerată în calcule a forței seismice orizontale, efectul modurilor superioare de vibrație pe structura cu articulații plastice etc;

β – raportul dintre momentele capabile din articulațiile plastice de la capetele grinzilor și momentele încovoietoare din aceleași secțiuni, obținute din calculul static sub efectul acțiunilor din gruparea specială de încărcări;

Forța tăietoare astfel obținută se limitează la cea mai mică valoare dată de următoarele condiții:

$$Q \le Q_{real} = Q_s / \psi \tag{7.31}$$

$$Q \le Q_{as} = \frac{M_{cap\,st}^{sup} + M_{cap\,st}^{inf}}{H_e} \tag{7.32}$$

[3] Prevederile din Codul NP 007-97 anulează indicațiile din STAS 10107/0-90, conform cărui forța tăietoare de calcul este $Q = Q_{as}$, adică valoarea dată de relația (7.32), cu respectarea dublei limitări $1{,}5Q_s \le Q = Q_{as} \le Q_s/\psi$.

unde: $M_{cap\,st}^{sup}$ și $M_{cap\,st}^{inf}$ sunt momentele încovoietoare capabile în secțiunile de la extremitățile stâlpului, corespunzătoare valorii efortului axial din ipoteza considerată în gruparea specială de încărcări; aceste momente încovoietoare capabile acționează în aceeași direcție și se iau în considerare pentru ambele sensuri de acțiune ale seismului;

H_e – înălțimea liberă a stâlpului.

Condiția (7.31) ține cont de faptul că forța tăietoare de calcul obținută din relația (7.30) nu poate depăși forța tăietoare corespunzătoare încărcării seismice produsă de seismul real. Condiția (7.32) evită calculul la o forță tăietoare mai mare decât Q_{as} care corespunde cedării secțiunilor de capăt la momentele încovoietoare $M_{cap\,st}^{sup}$ și $M_{cap\,st}^{inf}$, prin intrarea în funcțiune a mecanismului de cedare.

La structurile cu un nivel și grinzi articulate la nivelul acoperișului (de exemplu, hale industriale prefabricate), coeficientul β reprezintă raportul dintre momentul încovoietor capabil al stâlpului și cel din calculul static din gruparea specială, ambele determinate în secțiunea de încastrare.

În conformitate cu prescripțiile din Codul pentru calculul cadrelor din beton armat [18], pentru construcții de importanță redusă plasate în zone de seismicitate redusă (clasa III de importanță în zona seismică F; clasa IV de importanță în zona seismică E și F), forța tăietoare de calcul este:

$$Q = max\left(Q_f; 1{,}2Q_s\right)$$

în care Q_f este forța tăietoare obținută din gruparea fundamentală de încărcări.

În exemplul de calcul dat în capitolul 13 (aplicația 13), este prezentat modul de calcul al elementelor care fac parte dintr-un cadru rezistent la seism.

Pentru verificarea la forță tăietoare a altor elemente comprimate excentric, așa cum ar fi pereții structurali din beton armat, monoliți sau prefabricați (panouri mari), se vor respecta prescripțiile din instrucțiunile tehnice specifice [22].

7.3. CALCULUL ELEMENTELOR ÎNTINSE EXCENTRIC LA FORȚĂ TĂIETOARE

Forța axială de întindere are un efect defavorabil asupra rezistenței la tăiere, deoarece mărește valoarea efortului unitar principal de întindere σ_1 (pct. 2.2.1.3); pentru simplificarea calculelor se acceptă că acest efort unitar rămâne constant, dar în schimb se folosește o rezistență redusă la întindere a betonului. Această diminuare a rezistenței R_t se ia în considerare prin coeficientul condițiilor de lucru $m_t < 1$, valoarea căruia se obține după cum urmează:

- pentru elemente întinse excentric cu excentricitate mare, din relația:

$$m_t = \frac{e_0/h - 0{,}5}{e_0/h + 0{,}5} \tag{7.33}$$

- pentru elemente întinse excentric cu excentricitate mică, din relația:

$$m_t = 0 \tag{7.34}$$

Verificarea la forță tăietoare a elementelor întinse se face cu aceleași relații ca și pentru elementele încovoiate.

7.4. CONSOLE SCURTE

Consolele scurte sunt elemente de rezistență care preiau forțe concentrate mari, solicitarea principală fiind forța tăietoare. Aceste elemente se întâlnesc frecvent în structurile halelor industriale, la susținerea grinzilor de rulare (fig. 7.9a) sau a grinzilor de acoperiș (fig. 7.9b), în realizarea articulațiilor grinzilor de poduri (fig. 7.9c) și în multe alte situații.

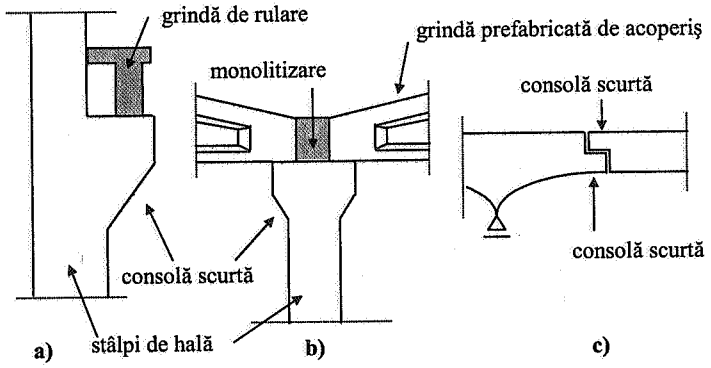


Fig. 7.9. Exemple de console scurte

Consola se consideră ca fiind scurtă, dacă este îndeplinită condiția (fig.7.10):

$$l_c \le h \tag{7.35}$$

în care l_c este deschiderea de calcul, măsurată de la forța concentrată până la secțiunea de încastrare, iar h înălțimea secțiunii transversale în dreptul încastrării.

Sub acțiunea încărcării, în secțiunea de încastrare I-I iau naștere eforturile $M = Pl_c$ și $Q = P$ (fig. 7.10a). Ca urmare, consolele scurte se calculează atât la acțiunea momentului încovoietor M, cât și a forței tăietoare Q.

Calculul la acțiunea momentului încovoietor se face conform capitolului 6, ca pentru o secțiune, de regulă, dreptunghiulară. Din acest calcul rezultă armătura de rezistență A_a care se dispune în zona întinsă, astfel încât să se respecte lungimile minime de ancorare l_a (fig. 7.10b).

Dimensiunile secțiunii de încastrare trebuie astfel stabilite, încât să fie respectată condiția:

$$\overline{Q} \le c = 2 \tag{7.36}$$

Pentru consolele scurte care susțin grinzi de rulare, în cazul când podurile rulante au regim greu de lucru, se va respecta în plus condiția:

$$\overline{Q_1} = Q_1 / bh_0 R_t \le 1 \tag{7.37}$$

în care Q_1 este forța tăietoare maximă din verificarea la starea limită de oboseală, majorată cu coeficientul 1,5.

Soluția cea mai eficientă de armare a consolelor scurte constă în dispunerea de etrieri orizontali.

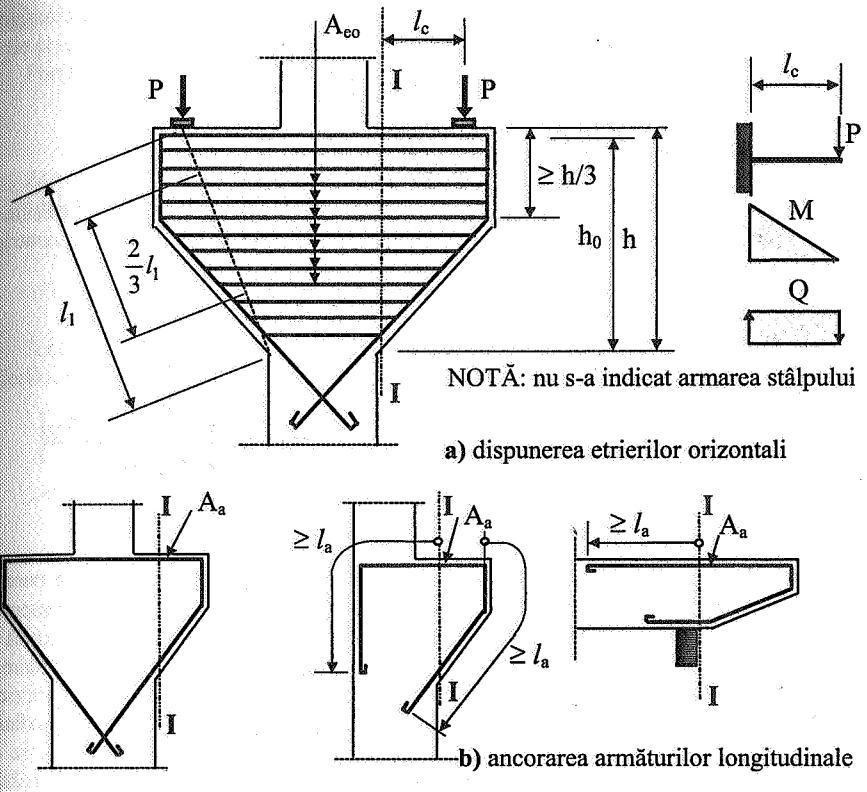


Fig. 7.10. Alcătuirea consolelor scurte

Aria necesară a etrierilor orizontali rezultă din condiția ca aceștia să preia cel puțin o treime din rezultanta întinderilor produsă de momentul încovoietor:

$$A_{eo} R_a \ge \frac{1}{3} N_a = \frac{1}{3} \frac{Ql_c}{z} = \frac{1}{3} \frac{Ql_c}{0{,}85 h_0}$$

În consecință, aria totală a secțiunilor etrierilor orizontali trebuie să îndeplinească condiția:

$$A_{eo} \ge \frac{Ql_c}{2{,}5 h_0 R_a} \tag{7.38}$$

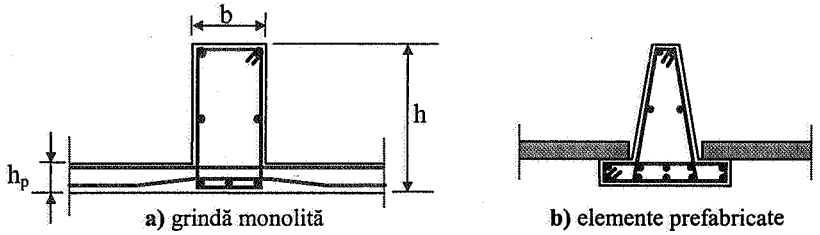
Acești etrieri se dispun pe porțiunea activă a inimii consolelor scurte, care se consideră egală cu 2/3 din lungimea l_1 a dreptei care unește punctul de aplicație al încărcării cu extremitatea inferioară a consolei (fig. 7.10a). Pe restul lungimii l_1 se dispun, în mod suplimentar, același tip de etrieri.

Pentru console de lungime medie ($h \le l_c \le 1{,}5h$), verificarea prin calcul se face atât ca pentru o consolă scurtă cât și ca pentru o consolă lungă, adoptând-se ipoteza cea mai defavorabilă.

7.5. CAZURI SPECIALE DE VERIFICARE A ARMĂTURILOR TRANSVERSALE

7.5.1. Verificarea etrierilor ca armături de suspendare

În cazul grinzilor întoarse, cu placa rezemată la nivelul tălpii inferioare, întâlnite la anumite tipuri de planşee, etrierii vor fi dimensionaţi suplimentar la întindere centrică, pentru a transmite la inimă încărcarea de pe placă (fig. 7.11).



a) grindă monolită **b)** elemente prefabricate

Fig. 7.11. Grinzi întoarse

La intersecţiile de nivel între grinzile secundare şi cele principale ale planşeelor curente (fig. 7.12) se prevăd în grinda principală, pe lungimea $s = 3b + 2\Delta h$, etrieri suplimentari dimensionaţi la întindere centrică, pentru a asigura preluarea încărcării concentrate transmisă de grinda secundară. Aceşti etrieri suplimentari se prevăd în dreapta şi în stânga grinzii secundare.

În cazul elementelor solicitate la încovoiere, cu sau fără efort axial, care prezintă unghiuri intrânde în zona întinsă a secţiunii, există pericolul smulgerii armăturilor longitudinale de rezistenţă de pe traiectoria prevăzută în proiect. În această situaţie, în funcţie de particularităţile de armare ale zonei frânte, se dispun etrieri suplimentari cu rol de armături de suspendare.

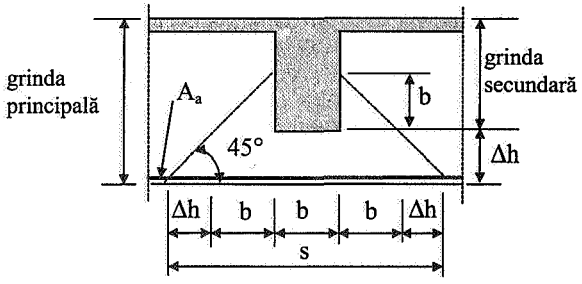


Fig. 7.12. Intersecţie de nivel între grinzi

Astfel, dacă armăturile din zona întinsă se intersectează în secţiunea de frângere şi sunt prelungite până în zona comprimată a secţiunii, cu respectarea lungimilor de ancorare l_a măsurate ca în figura 7.13a, nu este necesar un calcul al etrierilor ca armături de suspendare, care se dispun constructiv.

La unghiurile intrânde la care conform figurii 7.13b, $tg\gamma \le 0{,}05$, se admite ca armătura întinsă să fie dusă continuu peste unghiul intrând; în zona schimbării de direcţie a armăturii

longitudinale se prevăd etrieri suplimentari de suspendare. Fiecare bară longitudinală trebuie să fie prinsă de un colţ de etrier suplimentar.

Forţa de deviaţie care tinde să smulgă armătura longitudinală este:

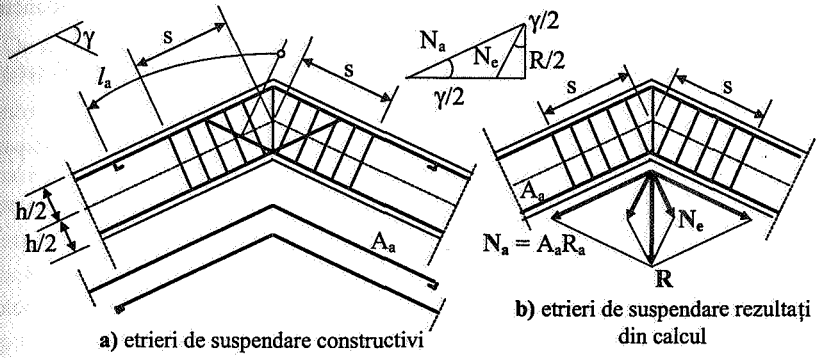
$$R = 2A_a R_a \sin\frac{\gamma}{2} \tag{7.39}$$

Această rezultantă se descompune în două forţe N_e, paralele cu direcţiile etrierilor. Între rezultanta R şi forţa N_e, care supune etrierii suplimentari la întindere, există următoarea relaţie (fig. 7.13b):

$$R/2 = N_e \cos\frac{\gamma}{2}$$

Pentru ca armătura longitudinală să nu fie smulsă din element este necesar ca aria totală a etrierilor plasaţi în stânga, respectiv în dreapta frânturii, să satisfacă relaţia:

$$R \le 2A_{el} R_a \cos(\gamma/2) \tag{7.40}$$



a) etrieri de suspendare constructivi **b)** etrieri de suspendare rezultaţi din calcul

Fig. 7.13. Armarea zonelor frânte

În ambele cazuri ale figurii 7.13, lungimea de o parte şi de alta a unghiului intrând, măsurată pe axa geometrică a grinzii, pe care etrierii se consideră activi ca armătură de suspensie, se determină cu relaţia:

$$s = h\,tg\frac{3}{8}(180° - \gamma) \tag{7.41}$$

În toate cazurile, etrierii de suspendare se prevăd închişi, iar aria lor se cumulează cu cea rezultată din calculul la forţe tăietoare în secţiuni înclinate.

7.5.2. Verificarea armăturilor transversale cu funcţie de conectori

Armăturile transversale care străbat un rost de separaţie între betoane turnate în faze diferite (cazul suprabetonărilor, a rosturilor de turnare la nivelul etajelor în cazul pereţilor structurali din beton armat etc.) au rolul de a împiedeca lunecarea în lungul rostului, numindu-se armături de conectare (conectori) şi pot fi dispuse perpendicular sau înclinat faţă de planul de lunecare. Conectorii se distribuie cât mai uniform în lungul planului de lunecare şi se ancorează la ambele extremităţi ca bare întinse, solicitate la maximum ($\sigma_a = R_a$).

Capacitatea de rezistenţă la lunecare, la nivelul unui rost (fig. 7.14), se consideră asigurată de un mecanism echivalent de frecare. Forţa totală de lunecare capabilă preluată în lungul planului potenţial de lunecare se determină cu relaţia:

$$L_{cap} = \mu_f \left(A_{ac} m_{at} R_a + N \right) + A_{ai} m_{at} R_a \left(\cos\alpha + \mu_f \sin\alpha \right) \qquad (7.42)$$

unde: A_{ac} este suma ariilor secţiunilor conectorilor dispuşi perpendicular pe planul de lunecare;
A_{ai} – suma ariilor secţiunilor armăturilor înclinate întinse care străbat planul de lunecare;
α – unghiul dintre barele înclinate şi planul de lunecare;
N – este efortul axial secţional de compresiune şi este considerat pozitiv; dacă efortul axial este de întindere, N se introduce cu semnul negativ şi nu se afectează cu μ_f;

μ_f – coeficientul echivalent de frecare, având valorile: 0,7 pentru betonul turnat pe plăci metalice sau pe beton întărit curăţat de laptele de ciment, fără măsuri speciale de creare a unor asperităţi; 1,0 pentru betonul turnat pe un beton întărit curăţat de laptele de ciment, cu asperităţi având adâncimea între 2 şi 5 mm; 1,4 pentru betonul turnat pe un beton întărit curăţat de laptele de ciment, cu asperităţi având adâncimea ≥ 5 mm.

Efortul unitar mediu ce trebuie preluat în lungul planului de lunecare trebuie să satisfacă condiţia de mai jos:

$$\tau = \frac{L}{b l_0} \leq 4 R_t \qquad (7.43)$$

unde: L este forţa de lunecare de calcul, determinată conform celor de mai jos;
b – lăţimea feţei de contact;
l_0 – lungimea feţei de contact;
R_t – rezistenţa la întindere a betonului cu cea mai mică clasă dintre cele două betoane în contact.

În cazul când *planul potenţial de lunecare este perpendicular pe axul elementului* (de exemplu: rosturile orizontale de turnare ale pereţilor structurali verticali din beton armat monolit - diafragme), conform figurii 7.14a, forţa de lunecare de calcul este egală cu forţa tăietoare din secţiunea respectivă. Dimensionarea conectorilor se face cu relaţia:

$$Q \leq L_{cap} \qquad (7.44)$$

în care Q este forţa tăietoare de calcul în secţiunea considerată a elementului, iar L_{cap} se determină cu relaţia (7.42), cu următoarele precizări:

- pentru elementele participante la structuri cu protecţie seismică, când forţa axială N este efort de compresiune, mărimea acestuia se afectează cu 0,6;
- în mărimea A_{ac} se includ ariile secţiunilor armăturilor verticale de pe inimă şi de la capătul întins al secţiunii.

În cazurile când *planul potenţial de lunecare este paralel cu axul elementului* (de exemplu: elemente prefabricate cu suprabetonare), dimensionarea conectorilor se face cu relaţia:

$$L \leq L_{cap} \qquad (7.45)$$

în care L este forţa de lunecare de calcul, asociată în acest caz capacităţii de rezistenţă a elementului, iar L_{cap} se determină cu relaţia (7.42) pentru $N = 0$.

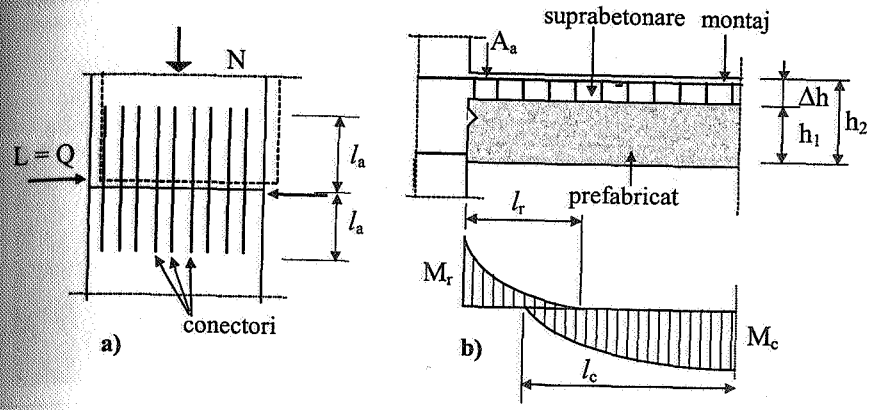


Fig. 7.14. Dispunerea conectorilor

De asemenea, trebuie avute în vedere următoarele precizări (fig. 7.14b):

- pentru conectorii din porţiunea de moment încovoietor negativ, forţa de lunecare de calcul este $L = A_a^{reazem} R_a$, considerată uniform distribuită pe lungimea $l_0 = l_r$ a diagramei de momente încovoietore; determinarea forţei de lunecare se face pentru ipoteza de încărcare care produce momentul încovoietor maxim la extremităţile grinzii;
- pentru conectorii din porţiunea de moment încovoietor pozitiv, forţa de lunecare de calcul este $L = A_a^{câmp} R_a$, considerată uniform distribuită pe lungimea $l_0 = l_c$ a diagramei de momente, de la secţiunea de solicitare maximă până în secţiunea de anulare a momentului încovoietor (la elementele simplu rezemate $l_c = l/2$); forţa de lunecare rezultă pentru ipoteza de încărcare care produce momentul încovoietor maxim în câmpul respectiv;
- în zonele potenţial plastice ale riglelor cadrelor cu protecţie seismică, dacă plasticizarea apare ca efect al momentelor încovoietoare negative (care supun la întindere armăturile din suprabetonare), la grinzile la care $\tau_{med} = L/bl_r > 2R_t$ se recomandă ca cel puţin 30% din călăreţii dispuşi în suprabetonare să se sudeze de bare înclinate de acelaşi diametru, ieşite din partea prefabricată a elementului; restul forţei de lunecare se poate transmite prin etrieri verticali, distribuiţi uniform pe lungimea l_r;
- în zonele potenţial plastice ale riglelor cadrelor cu protecţie seismică, dacă plasticizarea apare ca efect al momentelor încovoietoare pozitive, se admite să se realizeze conectarea numai prin etrieri.

7.6. CALCULUL LA STRĂPUNGERE AL PLĂCILOR CU REZEMĂRI LOCALE

Verificarea la străpungere a plăcilor rezemate pe stâlpi se face având în vedere schema din figura 7.15, considerând ca secţiune activă la străpungere, secţiunea determinată de intersecţia unor plane la 45° duse de pe conturul secţiunii stâlpului, cu planul meridian al plăcii. Perimetrul secţiunii active se stabileşte după cum urmează:

$U_{cr} = 2\left(a + b + 2h_p\right)$ - în cazul stâlpilor dreptunghiulari;

$U_{cr} = \pi\left(d + h_p\right)$ - în cazul stâlpilor circulari cu diametrul d.

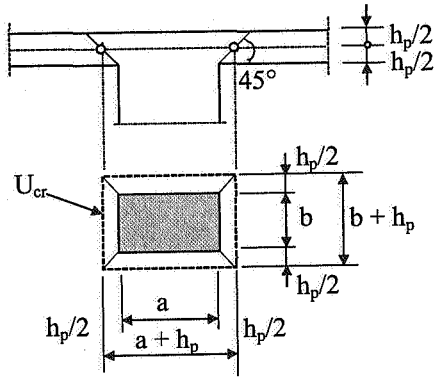


Fig. 7.15. Modelul de calcul la străpungere al plăcilor rezemate local

Pentru plăcile fără armătură transversală în zonele rezemărilor pe stâlpi, verificarea se face cu relația:

$$Q \le 0{,}75 U_{cr} h_0 R_t ,$$

în timp ce, pentru plăcile cu armătură transversală în zonele de rezemare se cere satisfacerea condiției:

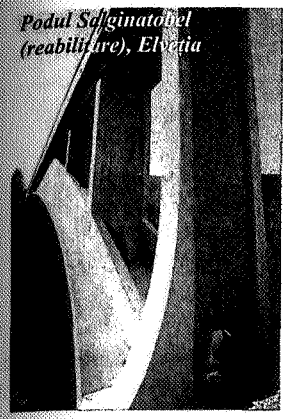
$$Q \le 0{,}50 U_{cr} h_0 R_t + \Sigma A_{av} m_{at} R_a + \Sigma A_{ai} m_{at} R_a \sin\alpha \le 1{,}2 U_{cr} h_0 R_t$$

unde: ΣA_{av} este suma ariilor secțiunilor armăturilor verticale care traversează suprafața teoretică de străpungere (fețele înclinate ale trunchiului de piramidă din figura 7.15);

ΣA_{ai} - suma ariilor secțiunilor armăturilor înclinate cu unghiul α față de planul plăcii, care traversează suprafața teoretică de străpungere.

Relațiile de mai sus sunt valabile pentru situația când încărcarea transmisă de placă este centrică. În cazurile când legăturile dintre dală și stâlpi nu transmit momente încovoietoare importante (de exemplu, planșeele clădirilor civile etajate cu încărcări utile până la 3 kN/m^2 și la care forțele orizontale sunt preluate prin diafragme), se admite ca încărcarea transmisă de stâlpii interiori să fie considerată centrică. Pentru cazurile când legătura stâlp-placă transmite momente încovoietoare importante (de exemplu, stâlpii marginali și de colț nelegați prin grinzi perimetrale), calculul la străpungere sub efectul combinat al încărcării verticale și al momentului încovoietor se face conform reglementărilor specifice pentru planșee dală.

Pentru calculul la străpungere al fundațiilor izolate ale stâlpilor, trebuie avute în vedere și reglementările tehnice specifice [20].


Podul Salginatobel (reabilitare), Elveția

ZC GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL BUCUREȘTI

8

CALCULUL LA TORSIUNE

Solicitarea de torsiune apare, de regulă, dacă planul încărcărilor nu trece prin axa elementului încărcat sau dacă axa elementului este curbă sau frântă. În această situație, în elementul din beton armat iau naștere, pe lângă momentele încovoietoare și forțele tăietoare obișnuite M și Q, și momente de torsiune M_t, elementul fiind astfel solicitat la încovoiere cu torsiune. Torsiunea pură, fără încovoiere, este rar întâlnită în construcții.

Elementele din beton armat la care se manifestă efectele torsiunii sunt grinzile drepte cu placa asimetrică în consolă, grinzile marginale ale structurilor monolite, grinzile podurilor de rulare, grinzile curbe sau frânte întâlnite în special la susținerea rezervoarelor de apă etc. (fig. 8.1).

8.1. COMPORTAREA LA TORSIUNE A ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT

Comportarea elementelor din beton simplu cu secțiune circulară sau dreptunghiulară, supuse la torsiune pură a fost prezentată la punctul 2.2.1.4. În cazul elementelor structurale cu secțiune transversală uzuală dreptunghiulară, starea de eforturi conduce la ruperea în secțiuni strâmbe (fig. 2.9).

La creșterea încărcărilor, fisurarea betonului conduce la scăderea rigidității la torsiune, întregul efort de întindere fiind preluat de armătură. La atingerea efortului unitar de curgere în armătură, rotirile cresc mult mai repede decât încărcările și duc la ruperea elementului în secțiune strâmbă. În stadiul III, se produce zdrobirea betonului comprimat delimitat de armătura transversală; betonul din stratul de acoperire nu mai este activ, fiind fisurat și parțial dislocat. De aceea, în calcule se consideră activ numai sâmburele de beton, delimitat de fața interioară a etrierilor perimetrali.

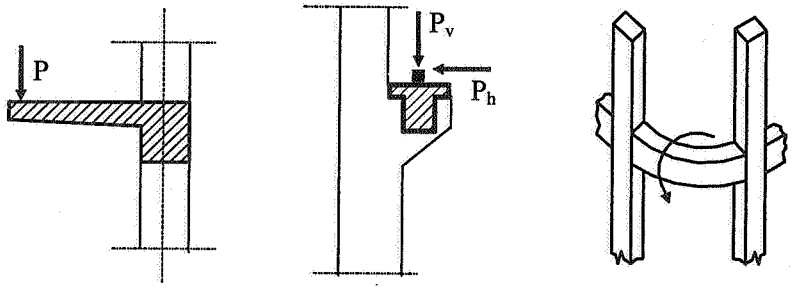


Fig. 8.1. Elemente solicitate la torsiune cu încovoiere

În concordanță cu direcția eforturilor unitare principale de întindere σ_1, cel mai rațional sistem de armare la torsiune este acela de fretă înclinată la 45°, dispusă pe întreaga suprafață laterală a elementului.

Datorită dificultăților de realizare și posibilității schimbării sensului de acțiune a momentelor de torsiune, în practică se utilizează sistemul de armare realizat din bare longitudinale și etrieri, pentru care relațiile de calcul se deduc plecând de la relația de calcul utilizată pentru armarea cu fretă.

8.2. CALCULUL LA TORSIUNE CU ÎNCOVOIERE AL ELEMENTELOR CU SECȚIUNE DREPTUNGHIULARĂ

Calculul exact al elementelor supuse la torsiune cu încovoiere se face în secțiuni strâmbe și este deosebit de laborios. Acest calcul se recomandă atunci când:

- elementul are secțiuni transversale de formă neuzuală;
- armătura suplimentară necesară pentru preluarea torsiunii este mai mare decât 30% din consumul total de armătură.

Pentru cazurile curente, standardul românesc prevede o procedură simplificată care se bazează pe ideea suprapunerii eforturilor unitare principale de întindere σ_1 produse de torsiune, cu cele produse de forța tăietoare din încovoiere.

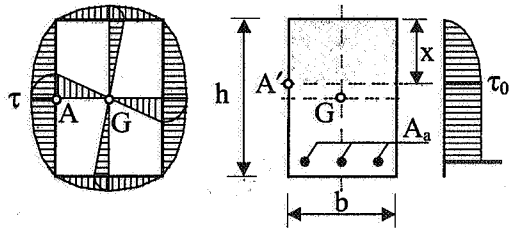
Pentru secțiunea dreptunghiulară, eforturile unitare principale $\sigma_1 = \tau$ produse de momentul de torsiune M_t sunt maxime la mijlocul înălțimii h, în punctul A (fig. 8.2a), în timp ce din acțiunea forței tăietoare Q, eforturile unitare principale $\sigma_1 = \tau_0$ sunt maxime la nivelul axei neutre - punctul A' (fig. 8.2b). În calcule se acceptă simplificarea privind însumarea eforturilor corespunzătoare punctelor A și A'.

Efortul unitar principal produs de momentul de torsiune este:

$$\sigma_1 = \tau_0 = \frac{M_t}{W_t}$$

unde W_t este modulul de rezistență la torsiune, calculat ca pentru o secțiune ideal plastică.

Pentru secțiunea dreptunghiulară, W_t rezultă din relația (2.3): $W_t = \frac{1}{6} b^2 h \left(3 - \frac{b}{h}\right)$, în care b este latura mică a secțiunii, iar h latura mare, indiferent de orientarea lor.



a) torsiune **b)** tăiere

Fig. 8.2. Variația eforturilor unitare principale σ_1 din torsiune și încovoiere

Efortul unitar principal produs de forța tăietoare este:

$$\sigma_1 = \tau_0 = \frac{Q}{A_{b0}}$$

unde A_{b0} este aria secțiunii utile la forță tăietoare; pentru secțiuni dreptunghiulare sau T $A_{b0} = bh_0$.

Nivelul de solicitare la efort tangențial pentru elementele supuse la torsiune cu încovoiere se definește prin relația:

$$\overline{Q} = \left(\frac{Q}{A_{b0}} + \frac{M_t}{W_t}\right)\frac{1}{R_t} \tag{8.1}$$

Dacă:

$$\overline{Q} \le 0{,}5 \tag{8.2}$$

se apreciază că betonul este capabil de a prelua singur eforturile unitare principale σ_1 produse de Q și M_t și în consecință calculul armăturii specifice torsiunii cu încovoiere nu este necesar.

Dimensiunile secțiunii transversale de beton vor fi astfel determinate încât:

$$\overline{Q} \le c \tag{8.3}$$

în care c se ia conform punctului 7.1. Pentru riglele cadrelor cu protecție seismică se vor avea în vedere prevederile specifice [18], prezentate la punctul 7.1.2.

În domeniul $0{,}5 < \overline{Q} \le c$, calculul armăturilor pentru preluarea eforturilor produse de torsiune și cumularea lor cu armăturile pentru preluarea forței tăietoare se face în trei etape:

- în prima etapă se face un calcul la încovoiere cu tăiere, stabilindu-se cantitățile necesare de armături longitudinale și transversale, conform capitolelor 6 și 7;
- în cea de-a doua etapă se face un calcul aparte la torsiune, din care rezultă armarea uzuală la torsiune, sub formă de bare longitudinale și etrieri;
- în etapa a treia se face cumularea celor două armări.

8.2.1. Calculul armăturilor sub formă de fretă

În figura 8.3 se prezintă modul de dispunere a armăturilor, precum și starea de eforturi, în cazul fretei dispuse la 45°.

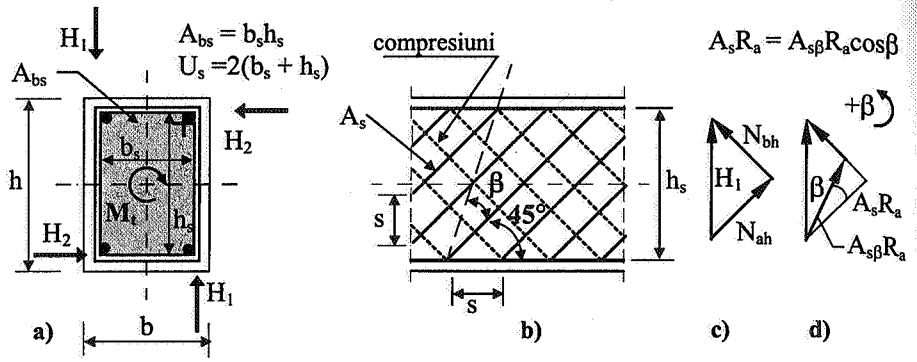


Fig. 8.3. Armarea la torsiune cu fretă

Momentul de torsiune M_t poate fi scris sub forma:

$$M_t = H_1 b_s + H_2 h_s \tag{8.4}$$

unde H_1 şi H_2 sunt rezultantele eforturilor, de pe fiecare faţă a elementului, preluate de armătură şi beton. Din echilibrul forţelor rezultă (fig. 8.3c):

$$H_1 \cos 45° = N_{ah} \tag{8.5}$$

respectiv:

$$H_2 \cos 45° = N_{ab} \tag{8.6}$$

Forţele N_{ah} şi N_{ab} sunt rezultantele eforturilor unitare principale de întindere σ_1 preluate de armătura de pe înălţimea h, respectiv pe lăţimea b a secţiunii transversale. Aceste rezultante se obţin prin înmulţirea forţei ce poate fi preluată de o bară, $A_s R_a$, cu numărul de bare pe direcţia considerată, h_s/s, respectiv b_s/s (fig. 8.3b), rezultând în final:

$$N_{ah} = A_s R_a \frac{h_s}{s} \tag{8.7}$$

$$N_{ab} = A_s R_a \frac{b_s}{s} \tag{8.8}$$

Înlocuind relaţia (8.7) în (8.5), respectiv (8.8) în (8.6), rezultă:

$$H_1 = \sqrt{2} A_s R_a \frac{h_s}{s}, \text{ respectiv } H_2 = \sqrt{2} A_s R_a \frac{b_s}{s}$$

iar relaţia (8.4) devine:

$$M_t = 2\sqrt{2} A_s R_a \frac{b_s h_s}{s} \tag{8.9}$$

de unde rezultă aria barei din care se execută freta:

$$A_s = \frac{M_t s}{2\sqrt{2} b_s h_s R_a} = \frac{M_t s}{2\sqrt{2} A_{bs} R_a} \tag{8.10}$$

Dacă armătura este dispusă sub un unghi β faţă de direcţia la 45° (fig. 8.3b, d), atunci relaţiile (8.9) şi (8.10) se corectează după cum urmează, având în vedere că $A_s R_a = A_{s\beta} R_a \cos\beta$ (fig. 8.3d):

$$M_t = 2\sqrt{2} A_{s\beta} R_a \cos\beta \frac{b_s h_s}{s} = 2\sqrt{2} A_{s\beta} R_a \cos\beta \frac{A_{bs}}{s}$$

$$A_{s\beta} = \frac{M_t s}{2\sqrt{2} R_a b_s h_s} = \frac{M_t s}{2\sqrt{2} R_a \cos\beta A_{bs}} \tag{8.11}$$

Armarea sub formă de fretă nu este folosită curent în practică, ea constituie suport de calcul pentru evaluarea armăturilor uzuale de torsiune (etrieri, bare longitudinale).

8.2.2. Calculul armăturii sub formă de etrieri şi bare longitudinale

În figura 8.4 se prezintă armarea cu bare longitudinale şi etrieri a unui element de secţiune dreptunghiulară supus la torsiune.

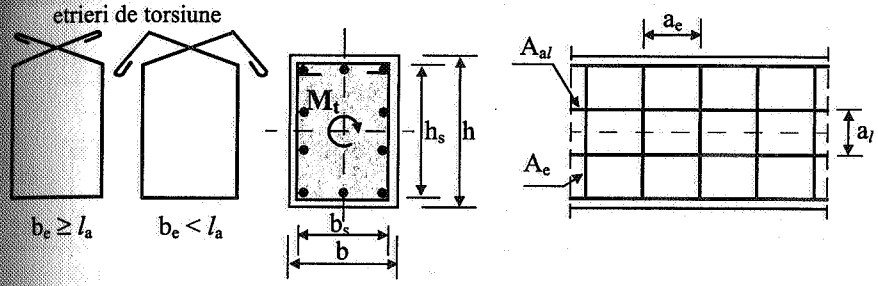


Fig. 8.4. Armarea la torsiune cu bare longitudinale şi etrieri

Aria unei bare longitudinale rezultă din relaţia (8.11), considerând $A_{s\beta} = A_{al}$, $s = a_l$ şi $\beta = -45°$:

$$A_{al} = \frac{M_t a_l}{2 b_s h_s R_a}$$

Aria totală necesară pentru preluarea torsiunii este $A_{tl} = n A_{al}$, unde $n = 2(b_s + h_s)/a_l$ reprezintă numărul total de bare, rezultând în final:

$$A_{tl} = \frac{M_t (b_s + h_s)}{b_s h_s R_a} = \frac{M_t U_s}{2 A_{bs} R_a} \tag{8.12}$$

în care: $U_s = 2(b_s + h_s)$ este perimetrul sâmburelui de beton cuprins în interiorul etrierilor;
$A_{bs} = b_s h_s$ - aria sâmburelui de beton cuprins în interiorul etrierilor perimetrali.

Se recomandă ca aria acestei armături să nu depăşească 1% din aria betonului cuprins în interiorul etrierilor.

Etrierii necesari pentru preluarea torsiunii, sub forma ariei relative (mm^2/mm), se obţin din relaţia (8.11), considerând $A_{s\beta} = A_e$, $s = a_e$ şi $\beta = 45°$:

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_T = \frac{M_t}{2b_s h_s R_a} = \frac{M_t}{2A_{bs}R_a} \qquad (8.13)$$

Alcătuirea elementelor supuse la încovoiere cu torsiune se bazează pe suprapunerea alcătuirilor din încovoiere şi torsiune (fig. 8.5), după cum urmează:

- se face alcătuirea pentru solicitarea la încovoiere, prin alegerea armăturilor longitudinale A_a (fig. 8.5a);
- pe baza valorii A_{tl}, calculată cu relaţia (8.12) se aleg barele longitudinale suplimentare necesare pentru preluarea torsiunii, bare care se distribuie cât mai uniform pe conturul secţiunii transversale şi în primul rând în cele patru colţuri (fig. 8.5b); în mod special se va acorda atenţie ancorării acestor armături în zona reazemelor;
- se suprapun cele două armări, rezultând armarea din figura 8.5c; este de specificat că armăturile de la partea inferioară, respectiv de la partea superioară, vor lucra împreună la torsiune şi încovoiere, fără a se preciza care bare lucrează la încovoiere şi care la torsiune;
- etrierii suplimentari pentru preluarea torsiunii se cumulează cu etrierii necesari pentru forţa tăietoare, dacă aceştia sunt prevăzuţi numai pe perimetrul secţiunii; dacă etrierii au mai mult de două ramuri verticale, cumularea se face numai pentru ramurile perimetrale; diametrul etrierilor şi distanţa dintre aceştia se aleg în aşa fel încât:

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_{ef} \geq \left(\frac{A_e}{a_e}\right)_{nec} = \left(\frac{A_e}{a_e}\right)_Q + \left(\frac{A_e}{a_e}\right)_T$$

8.3. CALCULUL ELEMENTELOR CU SECŢIUNE COMPUSĂ LA TORSIUNE CU ÎNCOVOIERE

Calculul elementelor cu secţiuni tubulare sau în formă de cutie se face cu relaţiile (8.12... 8.13), cu precizarea că aria A_{bs} şi perimetrul U_s se calculează ca pentru secţiunea plină cu acelaşi contur exterior (fig. 8.6).

Calculul la torsiune cu încovoiere al elementelor din beton armat cu secţiune compusă din mai multe dreptunghiuri (de exemplu, secţiune în formă de T, dublu T), se face prin descompunerea în secţiuni dreptunghiulare componente şi prin repartizarea momentului de torsiune M_t fiecărui dreptunghi în parte. Repartiţia momentului de torsiune se face proporţional cu momentul de inerţie la torsiune al fiecărui dreptunghi (fig. 8.7):

$$M_{ti} = \frac{I_{ti}}{\sum I_{ti}} M_t$$

unde momentul de inerţie la torsiune al secţiunii dreptunghiulare se calculează cu relaţia $I_t = \eta h b^3$, coeficientul η determinându-se din tabelul 8.1.

Tabelul 8.1. Valorile coeficientului η pentru calculul momentului de inerţie la torsiune al secţiunilor dreptunghiulare

h/b	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0
η	0,140	0,163	0,185	0,203	0,216	0,229	0,232	0,235	0,239	0,248	0,246

Calculul se conduce pentru fiecare secţiune dreptunghiulară în parte, conform punctului 8.2.2.

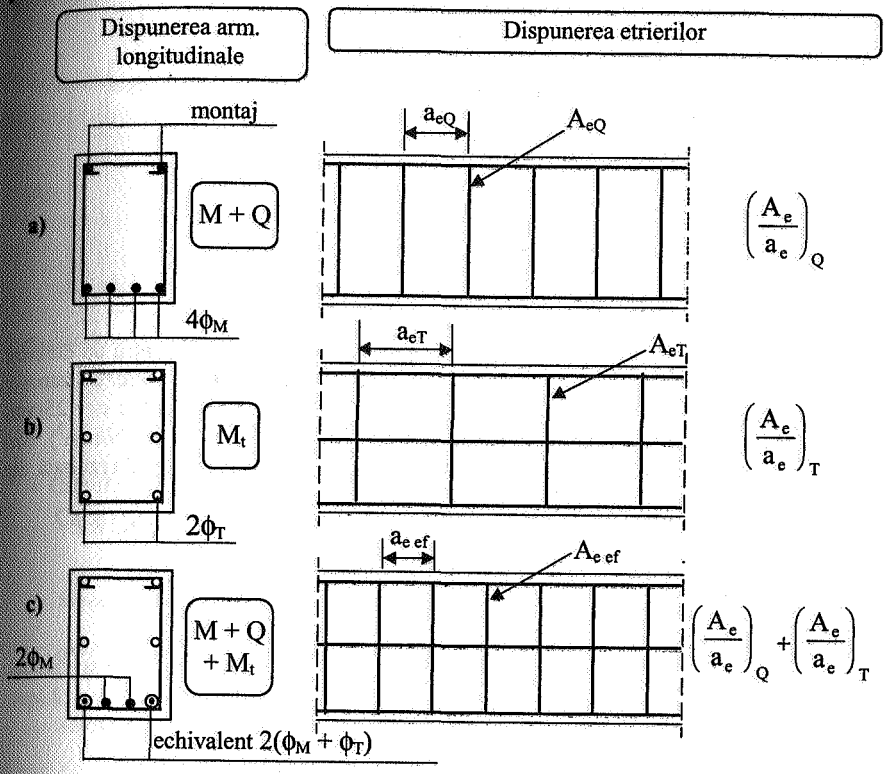


Fig. 8.5. Model pentru cumularea efectelor încovoierii şi torsiunii

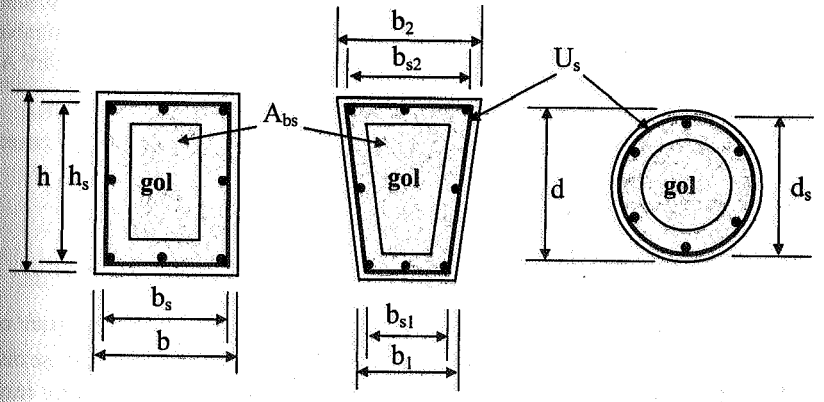


Fig. 8.6. Definirea valorilor A_{bs} şi U_s

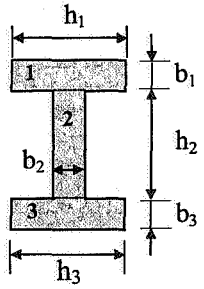


Fig. 8.7. Secțiune compusă solicitată la torsiune

Aplicația numerică 8. *Elemente supuse la torsiune cu încovoiere*

Se cere calculul armăturii longitudinale suplimentare și a etrierilor pentru un element simplu rezemat cu secțiune dreptunghiulară, solicitat la torsiune cu încovoiere. Se cunosc: M_t = 25kNm, Q = 130 kN, $b/h/h_0$ = 300/550/514 mm, acoperirea cu beton c = 25mm, a = 36mm. Calitățile materialelor sunt: beton C16/20 (R_t = 1,0·0,95 = 0,95 N/mm^2), oțel PC52 pentru armăturile longitudinale și transversale. Armătura longitudinală rezultată din calculul la încovoiere este 2ϕ20 și 3ϕ22 (A_a = 1768mm^2).

- Se calculează modulul de rigiditate la torsiune a secțiunii conform punctului 8.2:

$$W_t = \frac{1}{6}b^2h\left(3-\frac{b}{h}\right) = \frac{1}{6}300^2\cdot 550\cdot\left(3-\frac{300}{550}\right) = 20{,}25\cdot 10^6\ \text{mm}^3$$

Se verifică nivelul de solicitare la efort tangențial cu relația (8.1), unde $A_{b0} = bh_0$:

$$\overline{Q} = \frac{1}{R_t}\left(\frac{Q}{bh_0}+\frac{M_t}{W_t}\right) = \frac{1}{0{,}95}\left(\frac{130\cdot 10^3}{300\cdot 514}+\frac{25\cdot 10^6}{20{,}25\cdot 10^6}\right) = 2{,}19$$

$\overline{Q} < c = 4$; conform condiției (8.3) dimensiunile secțiunii de beton sunt corect alese. $\overline{Q} > 0{,}5$; condiția (8.2) nu este satisfăcută, rezultând că este necesar calculul armăturilor pentru torsiune.

- Se calculează armătura longitudinală suplimentară necesară. Dimensiunile sâmburelui de beton, presupunând că se folosesc etrieri cu diametrul ϕ8, sunt conform figurii Apl.8:

$$b_s = b-2c-2d_e = 300-2\cdot 25-2\cdot 8 = 234\,\text{mm}$$

$$h_s = h-2c-2d_e = 550-2\cdot 25-2\cdot 8 = 484\,\text{mm}$$

Din relația (8.12) rezultă:

$$A_{tl} = \frac{M_t(b_s+h_s)}{b_sh_sR_a} = \frac{25\cdot 10^6(234+484)}{234\cdot 484\cdot 300} = 528\,\text{mm}^2$$

Fiind necesară o cantitate mică de armătură, aceasta se dispune numai în cele patru colțuri ale secțiunii, adică $528/4 = 132\,\text{mm}^2$. În colțurile de sus ale secțiunii transversale se dispune câte o bară ϕ14 (154mm^2), iar în colțurile de jos se suplimentează aria armăturilor rezultate din încovoiere, barele ϕ20: $314+132 = 446\,\text{mm}^2$. Se înlocuiesc barele ϕ20 din colțuri cu

bare ϕ25 (491mm^2). Pentru ancorarea barelor din colțuri, se folosesc armăturile de formă specială (furci orizontale) rezultând alcătuirea din figura Apl.8.

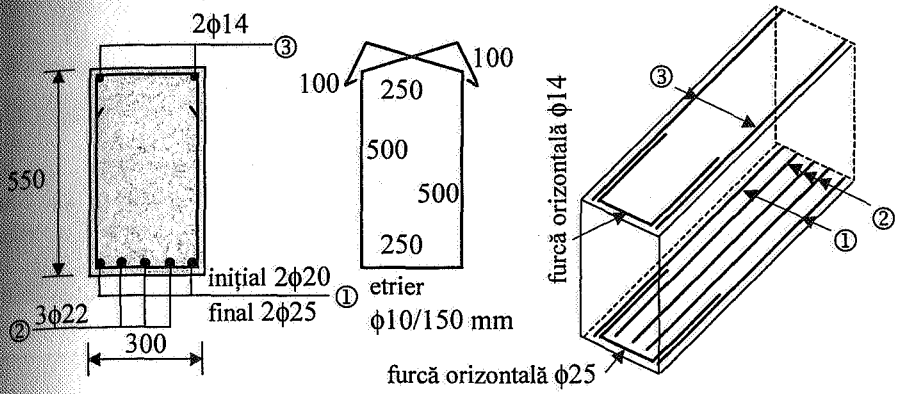


Fig. Apl.8.

- Calculul etrierilor

Calculul etrierilor de tăiere se face pe baza relației (7.16), de unde, pentru $Q = Q_{eb}$ rezultă:

$$q_{enec} = \frac{Q^2}{4bh_0R_t\sqrt{p}} = \frac{\left(130\cdot 10^3\right)^2}{4\cdot 300\cdot 514^2\cdot 0{,}95\sqrt{0{,}637}} = 70{,}3\,\text{N/mm}^2$$

în care p se determină pentru 2ϕ25, barele care au asigurată continuitatea conform figurii Apl.8: p = 982·100/300·514 = 0,637 %.

Se calculează cu relația (7.15) proiecția fisurii înclinate:

$$s_i = \sqrt{\frac{bh_0^2R_t\sqrt{p}}{q_{enec}}} = \sqrt{\frac{300\cdot 514^2\cdot 0{,}95\sqrt{0{,}637}}{70{,}3}} = 924\,\text{mm}$$

Deoarece 0,5 h_0 = 257mm < s_i = 499mm < 2,5h_0 = 1285 mm este îndeplinită dubla condiție (7.17).

Alegând etrieri cu două ramuri de forfecare n_e = 2, din relația (7.21) rezultă etrierii necesari pentru forța tăietoare:

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_Q = \frac{q_{enec}}{n_em_{at}R_a} = \frac{70{,}3}{2\cdot 0{,}8\cdot 300} = 0{,}146\,\text{mm}^2/\text{mm}$$

Etrierii necesari pentru preluarea torsiunii rezultă din relația (8.13):

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_T = \frac{M_t}{2b_sh_sR_a} = \frac{25\cdot 10^6}{2\cdot 234\cdot 484\cdot 300} = 0{,}368\,\text{mm}^2/\text{mm}$$

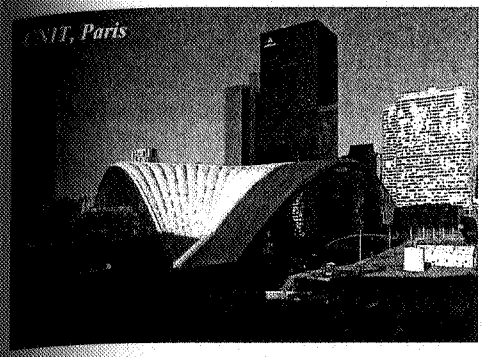
Etrierii necesari pentru preluarea tăierii și a torsiunii rezultă din suma:

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_{Q+T} = 0{,}146 + 0{,}368 = 0{,}514\,\text{mm}^2/\text{mm}$$

Se aleg etrieri ϕ**10**; distanța dintre etrieri trebuie să fie cel mult:

$$a_e = \frac{A_e}{A_e/a_e} = \frac{78{,}5}{0{,}514} = 153\,\text{mm}$$

Se alege a_e = **150** mm; brațele etrierilor se petrec pe lungimea minimă de $l_a = \lambda_a\, d = 40 \cdot 10 = 400\,\text{mm}$, determinată conform punctului 13.3, pentru condiții defavorabile de aderență. Alcătuirea secțiunii transversale a grinzii este prezentată în figura Apl.8.1.



9

PROCEDEUL MODELULUI DE BARE

9.1. PRINCIPIUL PROCEDEULUI

Principala ipoteză a calculului tradițional al elementelor din beton armat o constituie ipoteza secțiunilor plane a lui Bernoulli. Această ipoteză nu este însă valabilă în toate zonele elementelor datorită discontinuităților statice (rezemări, încărcări) și/sau geometrice (modificări bruște ale secțiunilor). În acest fel se întâlnesc cazuri în care ipoteza secțiunilor plane nu acoperă decât o parte a elementului. În prezent, alcătuirea zonelor elementelor structurale unde nu este respectată ipoteza secțiunilor plane a lui Bernoulli se face pe baza experienței de proiectare, a încercărilor experimentale sau a unor prescripții de alcătuire, poate nu întotdeauna suficient de corecte.

O modalitate de calcul a unor de astfel de elemente, care pleacă de la imaginea stării de tensiune a elementului respectiv, o constituie procedeul modelului de bare. Bazele acestui procedeu au fost puse, la începutul secolului, de W. Ritter și E. Mörsch, dar dificultățile de rezolvare ale stării de tensiune au făcut imposibilă aplicarea eficientă a acestuia. În prezent, în contextul utilizării tehnicii moderne de calcul, procedeul a redevenit actual, fiind cunoscut în literatura de specialitate sub denumirea de *strut-and-tie model* [44], [87], [126], [130], [133], [134], [135]. Datorită eficienței sale, procedeul este prezentat printre metodele de analiză posibile ale structurilor [1], [13].

Principiul modelului de bare constă în înlocuirea zonei în care ipoteza secțiunilor plane a lui Bernoulli nu este respectată cu un sistem de bare, sistem a cărui alcătuire se stabilește pe baza stării de tensiune. În acest procedeu, o bară a sistemului reprezintă un câmp de eforturi unitare de compresiune sau întindere. Direcția acestor bare este determinată de direcțiile majore de scurgere ale eforturilor unitare principale. Barele comprimate sunt reprezentate de beton, iar cele întinse sunt reprezentate de armătura întinsă sau de betonul întins nefisurat (fig. 9.1).

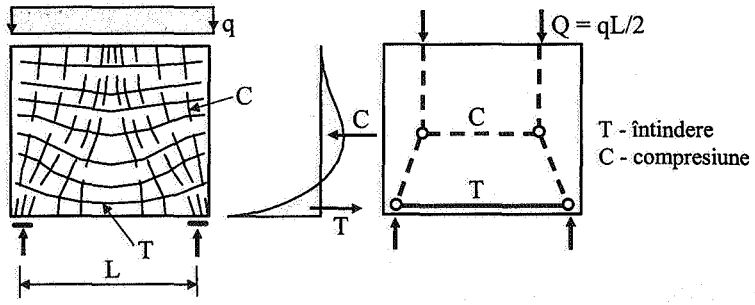


Fig. 9.1. Principiul procedeului modelului de bare

Utilizarea procedeului modelului de bare impune parcurgerea următoarelor etape:

① analiza stării de tensiune pentru ipoteza de încărcare dată; aceasta presupune calculul stării de tensiune în domeniul elastic, deci calculul direcţiilor eforturilor unitare principale şi a mărimii acestora; determinarea acestor valori printr-un calcul manual bazat pe principiile teoriei elasticităţii face ca procedeul modelului de bare să devină inaplicabil; în prezent, această analiză se face în mod curent cu ajutorul procedeelor numerice (elemente finite sau diferenţe finite) prin utilizarea unui program de calcul adecvat (pentru unele situaţii, etapa analizei stării de tensiune poate fi înlocuită cu alte soluţii - pct. 9.4);

② stabilirea modelului de bare pe baza reprezentării grafice a stării de tensiune;

③ determinarea eforturilor în barele modelului; această problemă poate fi rezolvată, în funcţie de complexitatea modelului, printr-un calcul manual sau cu ajutorul unui program de calcul;

④ dimensionarea ariilor de armătură, pe baza eforturilor din barele întinse ale modelului şi verificarea compresiunilor în beton;

⑤ alcătuirea elementului pe baza datelor rezultate din calcul şi a prevederilor de alcătuire prevăzute în norme.

Utilizarea procedeul modelului de bare se recomandă în cazul elementelor complexe sau pentru studiul detaliat al unor zone ale elementelor; în cazul elementelor uzuale nu se justifică aplicarea procedeului.

9.2. TIPURI DE SUBDOMENII

Procedeul modelului de bare pleacă de la constatarea că o structură de rezistenţă poate fi împărţită, din punctul de vedere al valabilităţii ipotezei secţiunilor plane, în două tipuri de zone, şi anume (fig. 9.2):

- *zone de tip B* – acele părţi ale elementului structural în care se admite valabilitatea ipotezei secţiunilor plane a lui Bernoulli; în aceste zone eforturile unitare şi deformaţiile pot fi deduse din solicitările obţinute în urma analizei statice a sistemului structural respectiv;
- *zone de tip D* – acele părţi ale elementului structural în care nu este valabilă ipoteza secţiunilor plane a lui Bernoulli şi se caracterizează printr-o distribuţie neliniară a deformaţiilor.

În cazul elementelor structurale există următoarele tipuri de zone cu discontinuităţi (fig. 9.3):

- discontinuităţi geometrice, datorate modificărilor de secţiune;
- discontinuităţi statice, cauzate de reazeme sau de modul de aplicare al încărcărilor.

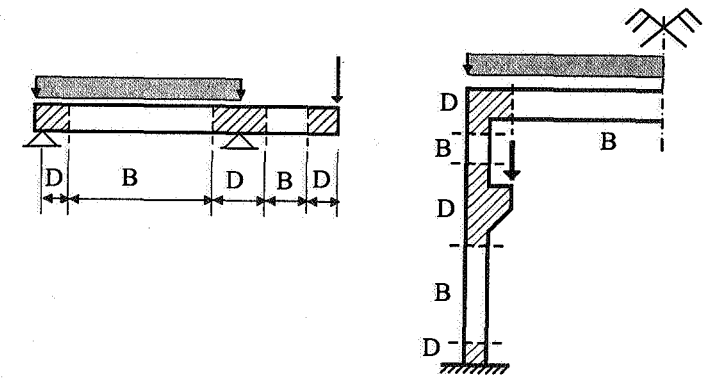


Fig. 9.2. Tipuri de zone

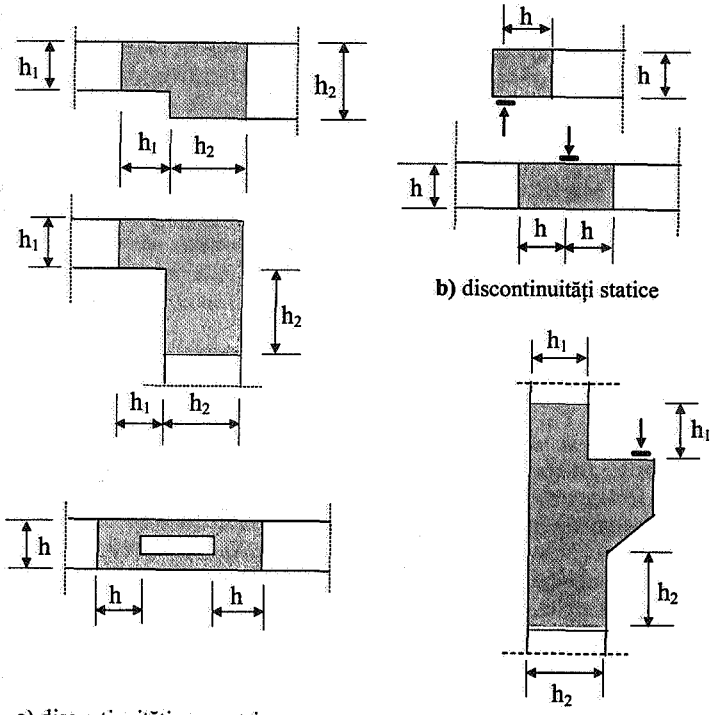


Fig. 9.3. Tipuri de discontinuităţi

Zonele de tip *D*, spre deosebire de cele de tip *B*, se caracterizează prin aspectul turbulent al traiectoriilor eforturilor unitare principale, aşa cum rezultă din figura 9.4. Pe măsura scurgerii eforturilor din zonele de tip *D* către cele de tip *B*, traiectoriile lor se uniformizează, asigurându-se continuitatea eforturilor pe ansamblul elementului de beton armat.

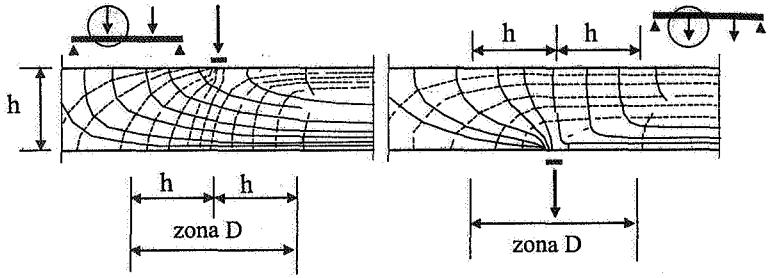


Fig. 9.4. Turbulența eforturilor unitare în zonele de tip D

9.3. ÎMPĂRȚIREA ELEMENTELOR ÎN ZONE DE TIP B ŞI D

Se acceptă că secțiunile de separație dintre cele două tipuri de zone se găsesc la o distanță egală cu înălțimea secțiunii transversale față de punctele cu discontinuități geometrice sau față de punctul de aplicație al unei forțe concentrate (fig. 9.3, 9.4). Acest mod de împărțire, în zonele de tip *B* şi *D*, este justificat de principiul Saint - Venant.

Analiza unui element structural ce conține atât zone de tip *B* cât şi zone de tip *D* se face ca în figura 9.5. Astfel, grinda reală **(a)** se înlocuieşte cu elementele **(b)** şi **(c)**. Elementul **(b)** respectă pe toată lungimea lui ipoteza lui Bernoulli; reazemul real şi forța concentrată sunt înlocuite cu eforturilor unitare tangențiale având distribuții de calcul ca cele din detaliile ① şi ②. Elementul **(c)** conține numai zone de tip *D*. Este de precizat că solicitările zonelor de tip *D*, reprezentate în detaliul ③, sunt date de încărcările ce acționează direct asupra lor şi de eforturile unitare produse de eforturile secționale ce acționează la limita dintre cele două zone.

9.4. MODELAREA ZONELOR DE TIP D

Determinarea stării de eforturi în element se face pe baza unui model format din bare solicitate la forță axială. Barele modelului urmăresc fie direcțiile eforturilor unitare principale, grupate pe zone de solicitare, fie direcțiile de scurgere ale încărcărilor exterioare prin element. Direcțiile eforturilor unitare principale sunt evidente în cazul unor elemente simple (grinzi simplu rezemate, console scurte etc.), sau se determină printr-o analiză a stării de tensiune în cazul elementelor complexe (grinzi pereți cu goluri, noduri de cadre, fundații etc.). Rezultă trei căi de stabilire a modelului de bare:

- intuitiv, pe baza experienței inginereşti acumulate (fig. 9.6f);
- pe baza imaginii traiectoriilor eforturilor unitare principale, stabilită cu ajutorul unor metode numerice (elemente finite, diferențe finite), practic această imagine constând din două familii de curbe ortogonale; după trasarea acestor familii de curbe (fig. 9.6a) se stabilesc zonele cu concentrări de eforturi, pe baza cărora se trasează direcțiile barelor modelului (fig. 9.6b, c);
- cu metoda trasării scurgerii încărcărilor prin element; în acest sens, de un real folos poate fi analogia cu liniile de curent care leagă *sursa* de *terminal* pe căile cele mai scurte; în astfel de cazuri sursa este încărcarea, iar terminalul sunt reacțiunile (fig. 9.6d); curbele astfel obținute se aproximează prin linii poligonale, ataşând în plus bare de legătură pentru realizarea echilibrului transversal (fig. 9.6e).

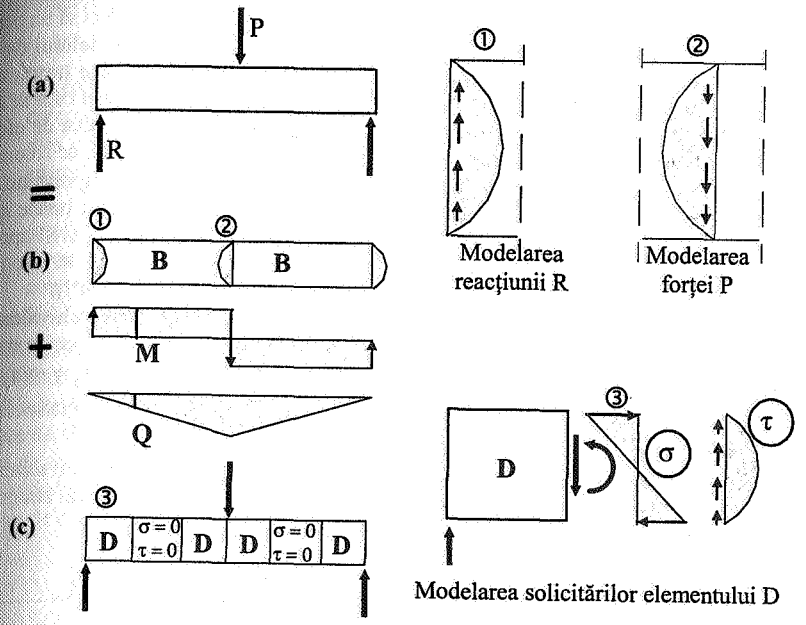


Fig. 9.5. Modul de analiză al elementelor cu zone *B* şi *D*

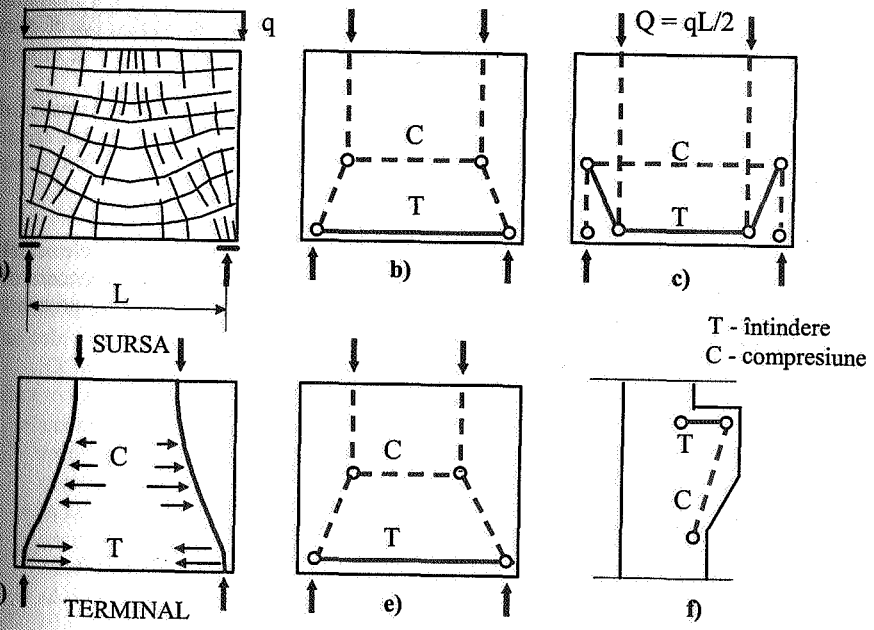


Fig. 9.6. Posibilități de stabilirea a modelului de bare

Modelul de bare se alege în aşa fel încât să nu constituie un mecanism şi deci să nu permită deformaţii incompatibile cu elementul pe care îl modelează. Stabilirea modelului de bare implică propunerea caracteristicilor secţionale şi elastice pentru barele al căror traseu a fost deja stabilit. Dacă modelul de bare este un sistem static determinat interior, aşa cum se alege în mod curent, atunci caracteristicile secţionale şi elastice nu influenţează starea de eforturi din barele modelului. În privinţa direcţiei diagonalelor comprimate ale modelului, se recomandă abateri ale acestora de maxim 15° faţă de traiectoria eforturilor unitare de compresiune. Este important să se stabilească modele cu cât mai puţine bare, respectiv modele la care barele întinse să fie cât mai scurte, deoarece aceste modele conferă o deformabilitate redusă şi se apropie cel mai mult de traseul eforturilor din zona D (fig. 9.6b,c). La realizarea modelului se recomandă ca unghiul dintre barele puternic solicitate să fie mai mare de 45° (preferabil 60°).

Modelul, odată creat, se încarcă în nodurile sale cu forţe concentrate echivalente cu încărcarea reală. Determinare eforturilor în barele modelului se poate face cu orice metodă specifică de calcul (manual sau automat). Soluţia optimă se obţine când $\sum N_i l_i \varepsilon_i = min$, unde N_i este forţa axială în elementul i, l_i - lungimea acestui element, iar ε_i - deformaţia specifică a aceluiaşi element.

Modelul creat pe baza indicaţiilor de mai sus este în strictă concordanţă cu schema de încărcare, ceea ce înseamnă că schimbarea schemei de încărcare a elementului real atrage după sine stabilirea unui nou model de bare pentru acelaşi element.

9.5. CALCULUL BARELOR ŞI AL NODURILOR

În cazul *barelor întinse*, dimensionarea se face la starea limită de rezistenţă, aria de armătură obţinându-se prin împărţirea efortului de întindere la rezistenţa de calcul a armăturii.

Pentru *barele comprimate* ale modelului se pot întâlni trei distribuţii de câmpuri de eforturi:

- distribuţie în formă de evantai (fig. 9.7a), care este o simplificare a câmpului de eforturi unitare cu curbură neglijabilă; nu dezvoltă eforturi unitare transversale;
- distribuţie în formă de gât de sticlă (fig. 9.7b), care dezvoltă eforturi unitare transversale considerabile de compresiune în gâtul sticlei şi de întindere în rest; din cauza acestor întinderi este necesar a se prevedea armături transversale, care se pot determina pe baza modelului din figura 9.7c;
- distribuţie prismatică (fig. 9.7d).

Distribuţiile în formă de evantai şi gât de sticlă se întâlnesc în acele porţiuni ale elementelor unde se aplică forţe concentrate semnificative (reazemele elementelor, zonele de ancorarea a armăturilor postîntinse ale elementelor din beton precomprimat etc.). Distribuţia prismatică este caracteristică zonelor *B*.

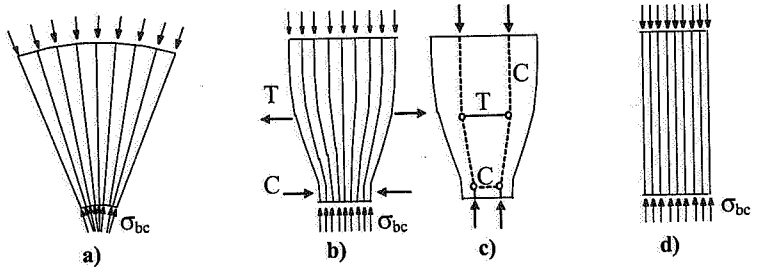


Fig. 9.7. Câmpuri de eforturi unitare

Eforturile unitare de compresiune trebuie să respecte condiţia:

$$\sigma_{bc} \le R_{cc}$$

unde: σ_{bc} este efortul unitar de compresiune (fig. 9.7), calculat pe baza forţei axiale de compresiune şi a ariei minime a câmpului de distribuţie; dacă modelul de bare s-a ales pe baza analizei detaliate a stării de tensiune (σ_{b1}, σ_{b2} şi α) atunci σ_{bc} este chiar efortul unitar principal de compresiune;

R_{cc} – valoarea corectată a rezistenţei la compresiune a betonului, recomandându-se următoarele valori: R_c pentru starea monoaxială de eforturi unitare; $0{,}8R_c$ pentru câmpuri de compresiune cu fisuri paralele cu direcţiile acestora; $0{,}6R_c$ pentru câmpuri de compresiune cu fisuri înclinate;

R_c – rezistenţa de calcul la compresiune monoaxială a betonului.

Nodurile reprezintă zone în care forţele sunt deviate pe o anumită lungime, respectiv lăţime. Există două tipuri de noduri, şi anume: noduri continue, respectiv noduri singulare.

Nodurile continue (fig. 9.8b) reprezintă zonele în care se întâlnesc două câmpuri de eforturi unitare de lăţime mare, sau unde are loc o întâlnire între un câmp de eforturi unitare şi un câmp de armături dispuse la distanţe reduse. Aceste tipuri de noduri nu sunt periculoase, fiind suficient să se asigure ancorarea armăturilor dincolo de traseele extreme ale eforturilor unitare de compresiune (fig. 9.8c).

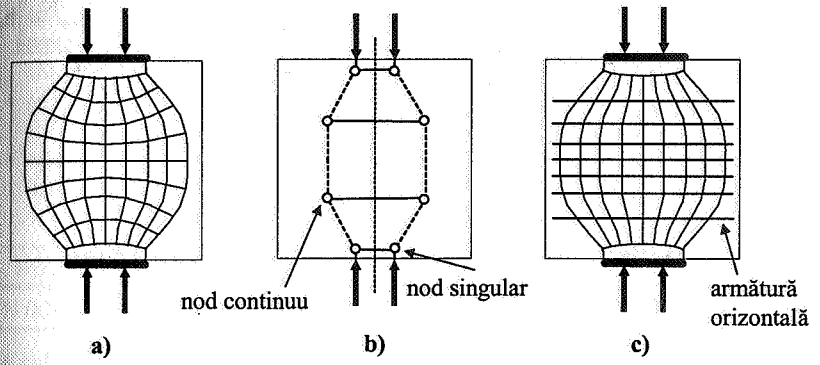


Fig. 9.8. Noduri continue şi singulare

Nodurile singulare reprezintă punctele în care au loc devieri puternice ale forţelor interioare, datorită forţelor concentrate exterioare. În aceste noduri, starea de tensiune este de cele mai multe ori atât de complicată, încât poate îngreuna proiectarea elementului.

O rezolvare practică a nodurilor singulare, în care sunt ancorate şi armături, se poate face având în vedere că [130]:

- geometria nodurilor trebuie să fie în concordanţă cu forţele aplicate nodului; se recomandă ca armăturile ancorate să se distribuie pe o înălţime h_n a nodului, care să corespundă dimensiunilor câmpurilor de eforturi unitare convergente în nodul respectiv;
- în nodurile unde se întâlnesc atât bare comprimate, cât şi bare întinse trebuie să se asigure ancorarea corespunzătoare a armăturilor; lungimea de ancorare începe din punctul în care câmpul de eforturi unitare de compresiune întâlneşte armăturile (fig. 9.9b, c) şi trebuie să depăşească marginea opusă a nodului; dacă armătura nu depăşeşte marginea nodului (fig. 9.9a), atunci armăturile se vor ancora în plan orizontal, pe lăţimea elementului;

- la marginile zonei nodului efortul unitar în beton trebuie să respecte condiția:

$$\sigma_{bn} \le R_{c\,nod}$$

unde: $\sigma_{bn} = \dfrac{N_c}{bb_n}$ este efortul unitar în beton, în zona nodului (fig.9.9);

N_c – forța de compresiune îndreptată spre nod;

b – grosimea elementului în zona nodului;

$b_n = b_r \sin\theta + h_n \cos\theta$ – lățimea nodului (fig. 9.10);

$R_{c\,nod}$ – rezistența de calcul a betonului în nod, egală cu $1{,}1R_c$ în nodurile unde concură numai bare comprimate, respectiv $0{,}8R_c$ în nodurile unde sunt ancorate și bare întinse;

R_c – rezistența de calcul la compresiune monoaxială a betonului.

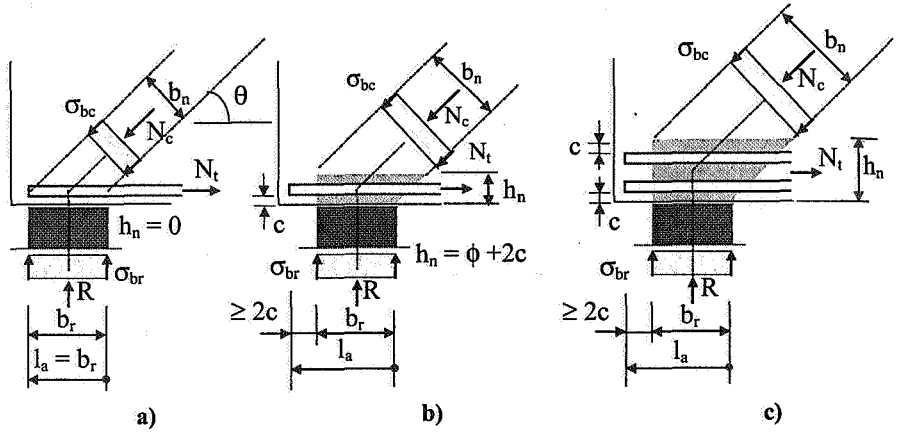


Fig. 9.9. Noduri de ancorare a armăturilor

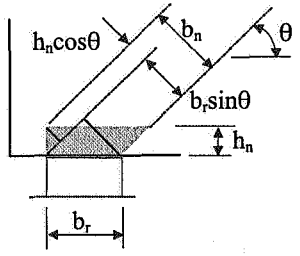


Fig. 9.10. Dimensiunile nodului

Aplicația numerică 9.1. *Trasarea modelului de bare pe baza reprezentării grafice a stării de tensiune obținută cu metoda elementelor finite*

Se cere schița de armare pentru grinda perete din figura Apl.9.1.1, utilizând metoda elementelor finite în vederea reprezentării grafice a stării de tensiune. Calitatea materialelor: C16/20 (R_c = 12,5 N/mm^2) și OB37 (R_a = 210 N/mm^2; E_a = 210000 N/mm^2).

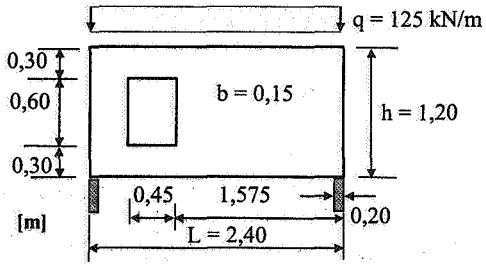


Fig. Apl.9.1.1.

Pentru aplicarea procedeului modelului de bare s-a folosit varianta **PMB** implementată pe calculator [132], care sub AUTOCAD reunește programele TENSPLAN și SPA. Programul TENSPLAN efectuează analiza stării plane de tensiune cu ajutorul elementelor finite dreptunghiulare, în timp ce programul SPA efectuează calculul static al structurii plane articulate a modelului de bare.

Etapele parcurse sunt următoarele:

- discretizarea grinzii perete în elemente finite dreptunghiulare; operația se efectuează prin desenare în AUTOCAD;
- analiza stării plane de tensiune; varianta implementată a procedeului modelului de bare reprezintă grafic starea de eforturi unitare principale; în figura Apl.9.1.2a și b se reprezintă eforturile unitare principale de întindere, respectiv cele de compresiune;
- pe baza stării de tensiune s-a ales modelul de bare din figura Apl.9.1.2c, care are 11 bare și 7 noduri;
- calculul static al modelului de bare; eforturile obținute sunt prezentate în tabelul Apl.9.1 (compresiunile sunt pozitive);

Tabelul Apl.9.1.

Bara	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
N (kN)	0,0	**- 85,0**	175,2	**- 66,2**	38,8	17,8	135,0	35,0	125,8	0,0	43,8

- calculul ariilor de armătură:
  bara 2: $A_a = N_2/R_a = 85{,}0 \cdot 10^3/210 = 404$ mm$^2 \Rightarrow 2\phi16$ (4,02 cm^2)
  bara 4: $A_a = N_4/R_a = 66{,}2 \cdot 10^3/210 = 315$ mm$^2 \Rightarrow 2\phi14$ (3,08 cm^2)
- verificarea nodului 3, de reazem
  – se determină rezultanta forțelor de compresiune ce acționează în barele 6 și 7:

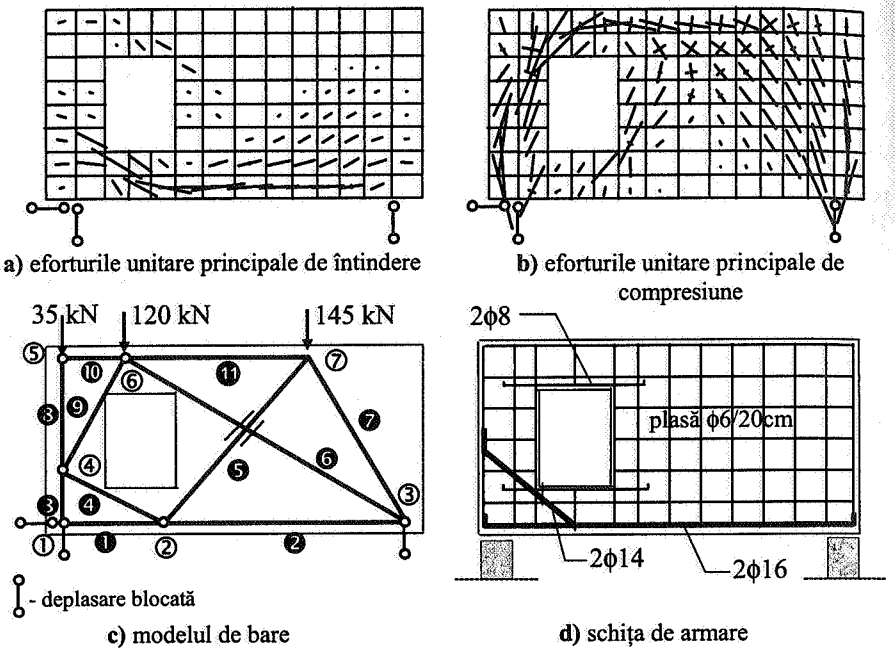
$$N = \sqrt{N_6^2 + N_7^2} = \sqrt{17{,}8^2 + 135{,}0^2} = 136{,}2 \text{ kN};$$

  – cele două bare fac cu orizontala următoarele unghiuri $\alpha_6 = 30{,}858°$, respectiv $\alpha_7 = 59{,}777°$; aceste valori se obțin din coordonatele nodurilor de capăt ale celor două bare;
  – rezultanta N face cu orizontala unghiul $\alpha = 55{,}872°$; acest unghi rezultă din însumarea vectorială a celor două forțe N_6 și N_7;
  – înălțimea nodului este $h_n = \phi + 2c = 16 + 2 \cdot 25 = 66$ mm
  – lățimea nodului este $b_n = b_r \sin\theta + h_n \cos\theta = 200\sin55{,}872 + 66\cos55{,}872 = 203$ mm

– efortul unitar în beton în nod este:

$$\sigma_{bn} = \frac{N_c}{bb_n} = \frac{136{,}2 \cdot 10^3}{150 \cdot 203} = 4{,}5 \text{ N/mm}^2 < R_{c\,nod} = 0{,}8R_c = 0{,}8 \cdot 12{,}5 = 10 \text{ N/mm}^2$$

- schița de armare este prezentată în figura Apl.9.1.2d.



a) eforturile unitare principale de întindere

b) eforturile unitare principale de compresiune

c) modelul de bare

d) schița de armare

Fig. Apl.9.1.2 .

Aplicația numerică 9.2. *Trasarea modelului de bare pe baza scurgerii încărcărilor prin element (metoda sursă - terminal)*

Se cere calculul ariilor de armătură în zona de acționare a unei forțe concentrate $P = 625\,\text{kN}$, care este plasată la distanța a_p = 0,17 m de marginea secțiunii de capăt a elementului (fig. Apl.9.2.1). Pentru materialele utilizate se cunosc: rezistența la întinderea a betonului R_t = 1,17 N/mm^2; rezistența armăturii: R_a = 210 N/mm^2; modulul de elasticitate al oțelului E_a = 210000 N/mm^2. Dimensiunile secțiunii transversale sunt b/h = 0,50/1,60 m.

Sub efectul forței concentrate pot apare fisuri normale și/sau fisuri de despicare, motiv pentru care este necesară armarea locală a capătului grinzii.

Perturbarea produsă de forța concentrată se extinde pe o lungime $a = h$ = 1,60 m de la capătul elementului (Fig. Apl.9.2.2a).

Caracteristicile geometrice ale secțiunii transversale dreptunghiulare la distanța a de la capătul elementului sunt:

$A_b = bh = 500 \cdot 1600 = 8 \cdot 10^5$ mm^2;

$W_b = bh^2/6 = 500 \cdot 1600^2/6 = 213{,}33 \cdot 10^6$ mm^3.

Starea de tensiune la limita zonei de perturbare este dată de valorile extreme ale diagramei de eforturi unitare (s-a neglijat efectul greutății proprii):

$$\sigma_b = \frac{P}{A_b} \pm \frac{Pe}{W_b} = \frac{625 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^5} \pm \frac{625 \cdot 10^3 \cdot 630}{213{,}33 \cdot 10^6} = \begin{cases} 0{,}78 + 1{,}85 = +2{,}63 \text{ N/mm}^2 \\ 0{,}78 - 1{,}85 = -1{,}07 \text{ N/mm}^2 \approx R_t \end{cases}$$

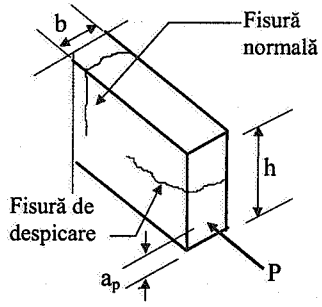


Fig. Apl.9.2.1.

Rezultantele eforturilor unitare de compresiune, respectiv de întindere sunt:

$$N_b = bx\sigma_{compr}/2 = 500 \cdot 1140 \cdot 2{,}63/2 = 749{,}55 \cdot 10^3 \text{ N} = 749{,}55 \text{ kN}$$

$$N_t = b(h-x)\sigma_{int}/2 = 500 \cdot (1600 - 1140) \cdot 1{,}07/2 = 123{,}05 \cdot 10^3 \text{ N} = 123{,}05 \text{ kN}$$

ele acționând în centrul de greutate al celor două triunghiuri.

Așa cum s-a arătat la punctul 9.4, metoda scurgerii încărcării prin element se bazează pe existența unei surse, *forța concentrată P*, și a unui terminal, *diagrama de eforturi unitare normale* σ de la capătul lungimii $a = h$.

Pentru stabilirea modelului de bare se au în vedere două variante privind scurgerea încărcării prin element, pornind de la modul în care forța concentrată P se poate echilibra cu cele două rezultante interioare Nb și Nt. Alegerea între cele două variante se face pe baza criteriului de minim prezentat la punctul 9.4.

Varianta **1**

Modul de scurgere al încărcărilor este reprezentat în figura Apl.9.2.2b. Forța P este echilibrată de diferența $N_b - N_t$ pe traseul α, în consecință forța N_t se echilibrează cu restul de compresiune pe traseul β. Pentru satisfacerea echilibrului este necesară existența unei forțe de întindere orizontale T, care să acționeze la capetele superioare ale traseelor α și β. Modelul de bare este prezentat în figura Apl.9.2.2c.

Varianta **2**

Modul de scurgere al încărcărilor este reprezentat în figura Apl.9.2.2e. În principiu se procedează ca în cazul variantei 1, dar forța N_b se împarte în două valori $N_{b1} = P$ și $N_{b2} = N_t$. Forța N_{b1} acționează în centrul de greutate al trapezului, celelalte două forțe acționând în centrele de greutate al triunghiurilor respective. În acest fel, cele două trasee α și β sunt complet separate. Modelul de bare este prezentat în figura Apl.9.2.2f.

În urma calculului static, efectuat pe calculator cu programul SPA, s-au obținut forțele axiale în barele celor două sisteme, precum și valorile pentru criteriul de minim în vederea alegerii soluției optime.

Forţele axiale (în kN) în barele celor două modele sunt prezentate în tabelul Apl.9.2, iar valorile pentru criteriul de minim sunt:

- pentru *varianta* **1**: $\Sigma N_i l_i \varepsilon_i = 42737$,
- pentru *varianta* **2**: $\Sigma N_i l_i \varepsilon_i = 33738$.

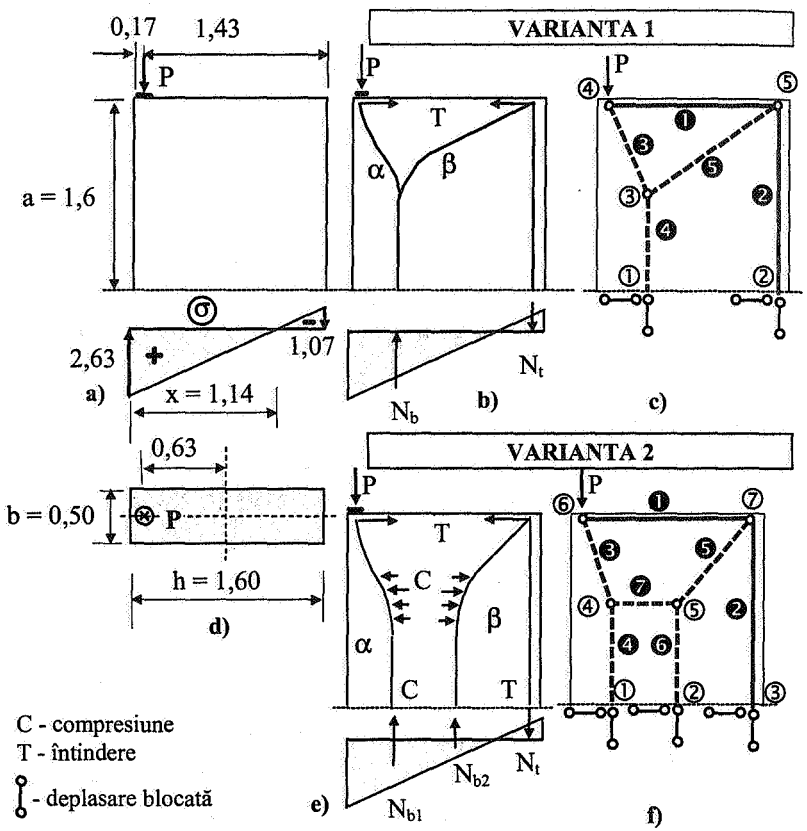


Fig. Apl.9.2.2. Stabilirea modelului de bare pe baza scurgerii încărcării prin element

Având în vedere cele două valori de mai sus, s-a ales în final *varianta* **2** a modelului de bare.

Tabelul Apl.9.2.

Bara	1	2	3	4	5	6	7
Varianta 1	**-175,00**	**-122,66**	649,00	747,66	213,70	-	-
Varianta 2	**-108,33**	**-131,04**	634,31	625,00	170,02	131,04	108,33

Ariile de armătură necesare sunt:

bara 1: $A_a = N_1/R_a = 108{,}33 \cdot 10^3/210 = 516\ \text{mm}^2 \Rightarrow 2\phi12 + 2\phi14\ (5{,}34\ \text{cm}^2)$

bara 2: $A_a = N_2/R_a = 131{,}04 \cdot 10^3/210 = 624\ \text{mm}^2 \Rightarrow 4\phi14\ (6{,}16\ \text{cm}^2)$

Aplicaţia numerică 9.3. *Comparaţie între calculul curent conform teoriei betonului armat şi procedeul modelului de bare*

Se cere calculul la acţiunea momentului încovoietor şi a forţei tăietoare pentru grinda din figura Apl.9.3.1. Se cunosc calităţile celor două materiale C16/20 ($R_c = 12{,}5\text{N/mm}^2$; $R_t = 0{,}95\ \text{N/mm}^2$, cu $m_t = 1$), PC52 ($R_a = 300\text{N/mm}^2$; $E_a = 210000\text{N/mm}^2$), precum şi dimensiunile secţiunii transversale, b/h =0,25/0,55 m.

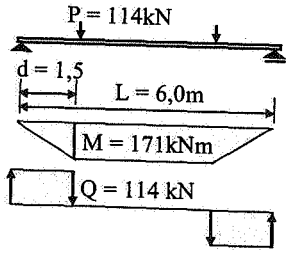


Fig. Apl.9.3.1.

a. Calculul curent conform teoriei betonului armat

Dimensionarea la moment încovoietor

Se adoptă $a = 35$ mm, rezultând $h_0 = 515$ mm.

Aria de armătură întinsă se calculează, în mod curent, cu ajutorul tabelelor, iar în lipsa acestora se poate proceda după cum urmează (vezi nota de subsol 1 de la pct. 6.6.1, pag.173):

$$m = \frac{M}{bh_0^2 R_c} = \frac{171 \cdot 10^6}{250 \cdot 515^2 \cdot 12{,}5} = 0{,}2063$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0{,}2063} = 0{,}234$$

$$p = 100\xi \frac{R_c}{R_a} = 100 \cdot 0{,}234 \frac{12{,}5}{300} = 0{,}973\ \%$$

$$A_a = \frac{p}{100} bh_0 = \frac{0{,}973}{100} 250 \cdot 515 = 1253\ \text{mm}^2$$

Se aleg 4ϕ20, ceea ce înseamnă 12,56 cm^2.

Calculul la forţă tăietoare

$$0{,}5 < \overline{Q} = \frac{Q}{bh_0 R_t} = \frac{114 \cdot 10^3}{250 \cdot 515 \cdot 0.95} = 0{,}93 < c = 4$$

Pentru preluarea forţei tăietoare, se optează pentru armarea transversală formată numai din etrieri simpli, cu două braţe ($n_e = 2$), executaţi din OB37.

Se urmăreşte stabilirea etrierilor în aşa fel încât să fie capabili să preia forţa tăietoare în întregime, ceea ce înseamnă $Q = Q_{eb} = 2\sqrt{bh_0^2 m_t R_t q_e \sqrt{p}}$.

Deoarece nu se ridică armături pe reazem, procentul de armare care intervine în expresia lui Q_{eb} este:

$$p = \frac{A_a}{bh_0} 100 = \frac{1256}{250 \cdot 515} 100 = 0{,}976\ \%;$$

$$2\sqrt{250\cdot 515^2\cdot 1\cdot 0{,}95\cdot q_e\sqrt{0{,}976}} = 114\cdot 10^3$$

Din ecuația de mai sus se obține $q_e = 52{,}2$ N/mm

Din relația $q_e = \dfrac{n_e A_e m_{at} R_a}{a_e}$ se determină raportul:

$$\frac{A_{ae}}{a_e} = \frac{q_e}{n_e m_{at} R_a} = \frac{52{,}2}{2\cdot 0{,}8\cdot 210} = 0{,}115 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Cu $a_e = 250$ mm, rezultă $A_e = 39\text{mm}^2$, alegându-se etrieri cu două brațe ϕ8/250 mm (1,01 cm^2). Între cele două forțe se dispune constructiv ϕ8/300 mm.

b. Calculul cu procedeul modelului de bare

Cunoscând starea de eforturi unitare într-un element încovoiat, s-a ales modelul de bare din figura Apl.9.3.2, cu următoarele precizări:

- barele ❸ și ❽ modelează armătura întinsă, respectiv betonul comprimat; distanța dintre cele două bare este brațul de pârghie z, care se estimează la $(0{,}8\ldots 0{,}9)h_0$; $z = 0{,}85h_0 = 0{,}85\cdot 515 \cong 450$ mm;
- bara ❶ modelează toți etrierii aflați între reazem și forța concentrată;
- bara ❷ modelează armătura întinsă dintre toate capetele inferioare ale etrierilor;
- bara ❹ modelează toate diagonalele comprimate ce pornesc de la reacțiune la partea superioară a tuturor etrierilor dintre reazem și forța P;
- bara ❺ modelează betonul comprimat dintre reacțiune și forța concentrată;
- bara ❻ modelează toate diagonalele comprimate ce pornesc de la partea inferioară a tuturor etrierilor la forța concentrată;
- bara ❼ modelează betonul comprimat dintre toate capetele superioare ale etrierilor.

Sporirea numărului barelor ce modelează etrierii (bare de tipul ❶) și cele două tipuri de diagonale comprimate de tipul ❹ și ❻, conduce la un model mai apropiat de starea de eforturi.

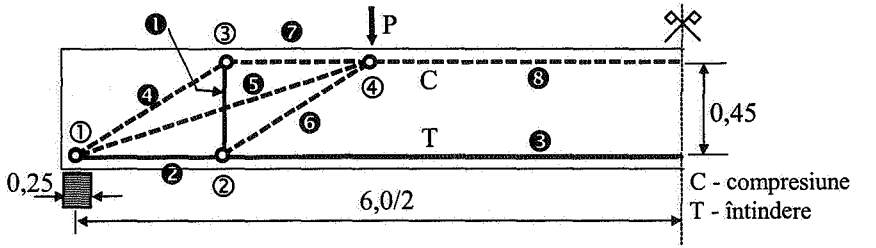
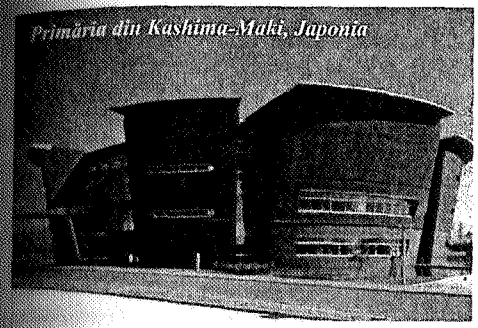


Fig. Apl.9.3.2. Modelul de bare simplificat pentru forță concentrată în vecinătatea reazemului

În bara ❸ a rezultat o forță axială de întindere $N_3 = 380$ kN, ceea ce conduce la o arie a armăturii întinse de $A_a = N_3/R_a = 380\cdot 10^3/300 = 1267$ mm^2, alegându-se 4ϕ20 (12,56 cm^2).

În bara ❶ s-a obținut o forță axială de întindere $N_1 = 87{,}3$ kN, ceea ce conduce la o arie totală a etrierilor de $(n_e A_e)_{tot} = N_1/m_{at}R_a = 87{,}3\cdot 10^3/0{,}8\cdot 210 = 520$ mm^2. Între reazem și forța concentrată se pot dispune 5 etrieri la distanță de 250 mm. Aria necesară a barei pentru un etrier cu două brațe, este $A_e = 520/5n_e = 52$ mm^2. Pentru armarea transversală se aleg etrieri ϕ8 (50,2 mm^2), dispuși la 250 mm.



10

CALCULUL LA OBOSEALĂ

10.1. COMPORTAREA ȘI RUPEREA ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT SUPUSE LA OBOSEALĂ

Fenomenul de oboseală este produs de încărcările mobile date de podurile rulante industriale, de convoaiele rutiere și de cale ferată, sau de utilaje ori mașini cu amplasament fix. Comportarea elementelor din beton armat sub efectul acțiunilor variabile repetate, cu caracter dinamic, este condiționată de evoluția rezistenței materialelor componente și a legăturii dintre beton și armătură.

Oboseala betonului, manifestată prin procesul de accelerare a microfisurării și apoi a fisurării, conduce la scăderea rezistenței betonului și a modulului său de elasticitate. Acest aspect determină scăderea rigidității elementului și creșterea deformațiilor sale. Accentuarea numărului și a deschiderii fisurilor, respectiv creșterea deformațiilor, are loc mai ales în preajma ruperii elementelor supuse la oboseală.

Pentru armătură, creșterea deformațiilor datorită oboselii înseamnă sporirea efortului unitar. Fenomenul de oboseală se manifestă deci printr-o oarecare redistribuire a eforturilor între beton și armătură.

Aderența este influențată de asemenea negativ de încărcările repetate dinamice. Oboseala betonului, prin degradarea structurii acestuia, poate conduce la scăderea efortului unitar de aderență și la apariția unor fisuri înclinate în zona armăturilor.

Comportarea elementelor din beton armat la oboseală este influențată, pe lângă efortul unitar maxim, de numărul n de cicluri repetate și de *coeficientul de asimetrie al ciclului*, $\rho = \dfrac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$, unde σ_{min}, σ_{max} reprezintă eforturile unitare minime, respectiv maxime, produse de acțiuni în beton și în armături. În consecință, se disting: coeficientul de asimetrie pentru beton, ρ_b, respectiv pentru armătură, ρ_a.

Valoarea coeficientului de asimetrie $\rho \in [-1;1)$ caracterizează ciclurile de încărcare-descărcare:

- ciclu oscilant: $0 < \rho < 1$;
- ciclu pulsator: $\rho = 0$;
- ciclu alternant,
  - nesimetric: $-1 < \rho < 0$
  - simetric: $\rho = -1$

Acțiunile repetate produc în elementele structurale solicitări variabile în lungul lor, cuprinse între anumite valori maxime și minime.

De exemplu, în cazul unei grinzi continue, forțele transmise de roțile unui convoi mobil produc momente încovoietoare cu înfășurătoarea având alura din figura 10.1.

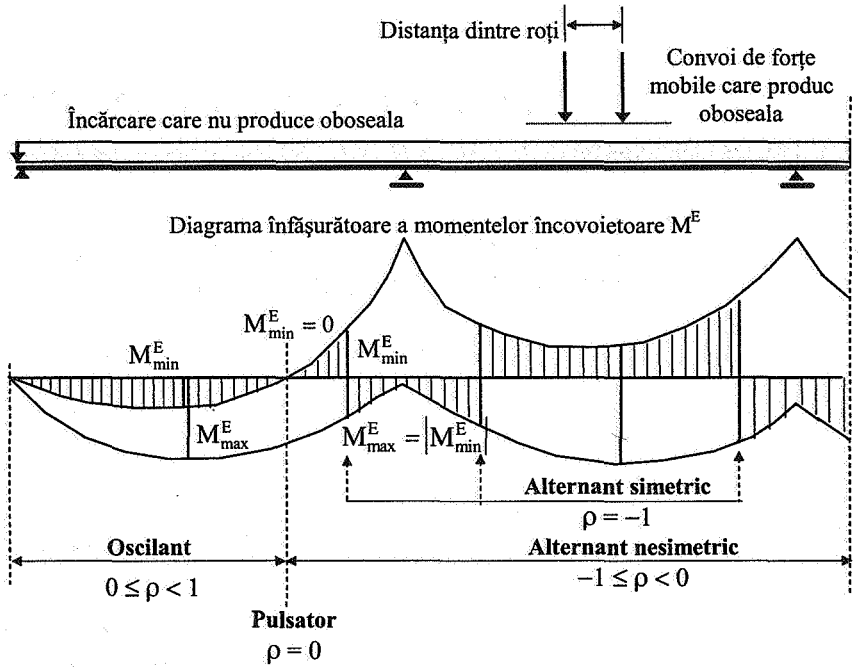


Fig. 10.1. Cicluri de solicitare la oboseală la o grindă continuă cu convoi mobil

Se observă că în funcție de raportul momentelor încovoietoare M^E_{min} / M^E_{max}, în lungul grinzii se întâlnesc mai multe tipuri de cicluri.

Eforturile unitare σ_{min} sunt produse de momentul încovoietor cel mai mic din secțiunea de verificare, iar σ_{max} de momentul încovoietor cel mai mare, în valoare absolută. De exemplu, pentru determinarea eforturilor σ_{min} se utilizează momentele M^E_{min}, pozitive sau negative, conform zonelor haşurate ale diagramei de momente din figura 10.1.

Secțiunile de verificare în lungul grinzii, din punctul de vedere al oboselii, pot să coincidă cu cele în care se face în mod obișnuit verificarea la starea limită de rezistență (momente

maxime în valoare absolută, în câmpuri și pe reazeme), dar apar în plus secțiuni critice, în care solicitarea este mai defavorabilă, și anume cea alternant simetrică.

Ciclul alternant simetric este cel mai defavorabil din punctul de vedere al rezistenței elementului din beton armat, deoarece produce amplitudinea cea mai mare de solicitare $\Delta\sigma = (\sigma_{max} - \sigma_{min})$; fisurile se deschid / închid succesiv în fibrele opuse ale grinzii, iar în armături eforturile unitare variază între $-\sigma_a$ și $+\sigma_a$. În consecință, rezistența la compresiune a betonului este minimă (pct. 10.2.1); de asemenea, pentru $\rho_a = -1$ se produce cea mai mare reducere a rezistenței oțelului (anexa 9).

Ruperea elementelor din beton armat sub efectul acțiunilor repetate se produce casant, fie în urma oboselii betonului, fie a armăturii, prin:

- zdrobirea betonului comprimat, la elementele cu procente mari de armare, solicitate la încovoiere sau în cazul I de compresiune excentrică, la cele din betoane de clasă inferioară și la elementele solicitate în cazul II de compresiune excentrică, indiferent de calitatea betonului și de cantitatea de armătură;
- ruperea armăturii, la elementele cu procente mici sau mijlocii de armare, solicitate la încovoiere sau în cazul I de compresiune excentrică, la elementele întinse și în cazul utilizării armăturilor cu rezistență scăzută la oboseală;
- distrugerea aderenței dintre beton și armătură, dacă nu se asigură prin proiectare și execuție alcătuirea corespunzătoare.

10.2. CALCULUL ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT LA STAREA LIMITĂ DE OBOSEALĂ

Verificarea elementelor din beton armat la starea limită de oboseală se face în stadiul II, de exploatare (cu excepția elementelor comprimate centric, funcționând în stadiul I).

Determinarea solicitărilor de exploatare M^E, N^E, Q^E se face sub efectul acțiunilor grupate corespunzător verificării la starea limită de oboseală, conform relației (5.25) din tabelul 5.4, punctul 5.3:

$$\sum_i P_i^n + \sum_i C_i^n + \sum_i n_i^d V'^n_i + V_{ob}$$

În gruparea pentru starea limită de oboseală, acțiunile permanente, cvasipermanente și variabilele care produc oboseala (V_{ob}) se iau egale cu intensitatea lor normată, iar pentru alte variabile, care nu produc oboseală, se consideră fracțiunea de lungă durată ($n_i^d V_i'^n$).

Dacă oboseala este produsă de acțiunea unor mașini și utilaje cu amplasament fix, se lucrează cu încărcările de calcul, corespunzătoare verificării la starea limită de rezistență.

Eforturile unitare normale și tangențiale în stadiul II, produse de solicitările de exploatare, se determină acceptând comportarea elastică a betonului comprimat și valabilitatea ipotezei secțiunilor plane, așa cum s-a arătat în capitolul 4.

Verificarea elementelor din beton armat la starea limită de oboseală se face punând condițiile de mai jos:

- eforturile unitare normale în stadiul II de exploatare, în beton și în armătura longitudinală, să nu depășească rezistențele de calcul la oboseală, stabilite conform capitolului 5.2;
- eforturile unitare principale de întindere să fie preluate de beton, în limitele indicate în figura 10.3 și de armăturile transversale, cu condiția ca valoarea acestor eforturi să nu depășească rezistența la oboseală a oțelului din care sunt confecționate.

Determinarea secţiunii de beton, de armătură şi dispunerea barelor rezultă din calculul la starea limită de rezistenţă în secţiuni normale şi înclinate; verificarea la oboseală poate conduce la sporirea secţiunii de armătură şi la dispunerea acesteia astfel încât să fie îndeplinite şi condiţiile enunţate mai sus, pe lângă cerinţele stării limită de rezistenţă.

10.2.1. Verificarea eforturilor unitare normale în beton şi în armăturile longitudinale

Condiţiile de verificare în secţiuni normale sunt exprimate de relaţiile (5.32) şi (5.33):

$$\sigma_b \le R_c^o ;\ \sigma_a \le R_a^o$$

Eforturile unitare normale maxime în beton şi în armătură în stadiul II de exploatare pentru secţiuni monosimetrice se determină cu relaţiile date la punctul 4.2.2.2.

Pentru *grinzile încovoiate* cu secţiunea monosimetrică dublu armată, de exemplu, sunt valabile relaţiile (4.9), (4.6) şi (4.7):

$$\sigma_{b\,max} = \frac{M^E}{I_{bi}} x ;\ \sigma_a = n_e\,\sigma_{b\,max}\frac{h_0 - x}{x};\ \sigma'_a = n_e\,\sigma_{b\,max}\frac{x - a'}{x}$$

Rezistenţa de calcul la oboseală a betonului se determină conform punctului 5.2.2.3, cu relaţiile (5.11) şi (5.12), iar rezistenţa de calcul la oboseală a armăturii conform punctului 5.2.3.1, relaţia (5.22):

$$R_c^o = m_{bc} m'_{bc} R_c^* ;\ m'_{bc} = 0{,}6 + 0{,}5\rho_b \le 1{,}0$$

$$R_a^o = m_a^o m_a^s R_a^*$$

Determinarea coeficienţilor de asimetrie ρ_b, ρ_a, ρ'_a, în cazul ciclului oscilant, respectiv $\rho_{a\,inf}$ şi $\rho_{a\,sup}$, în cazul ciclului alternant, se face conform relaţiilor (5.13), (5.23) şi a figurii 10.2:

- *pentru beton*:

$$\rho_b = \frac{\sigma_{b\,min}}{\sigma_{b\,max}} \ge 0$$ – cazul I şi II de compresiune, ciclu oscilant sau pulsator;

$$\rho_b = \frac{M^E_{min}}{M^E_{max}} \ge 0$$ – elemente încovoiate, ciclu oscilant sau pulsator;

$\rho_b = 0$ – elemente solicitate la cicluri alternante;

- *pentru armăturile longitudinale*:

$$\rho_a = \frac{\sigma_{a\,min}}{\sigma_{a\,max}};\ \rho'_a = \frac{\sigma'_{a\,min}}{\sigma'_{a\,max}}$$

Se observă că pentru ciclul oscilant, valoarea coeficientului de asimetrie al eforturilor unitare în beton se poate înlocui cu raportul dintre momentele încovoietoare M^E_{min} şi M^E_{max} din secţiunea de verificare. Din cauza proporţionalităţii dintre eforturile unitare din armături cu cele din beton, se poate admite şi pentru coeficientul de asimetrie al armăturilor aceeaşi valoare ca pentru beton.

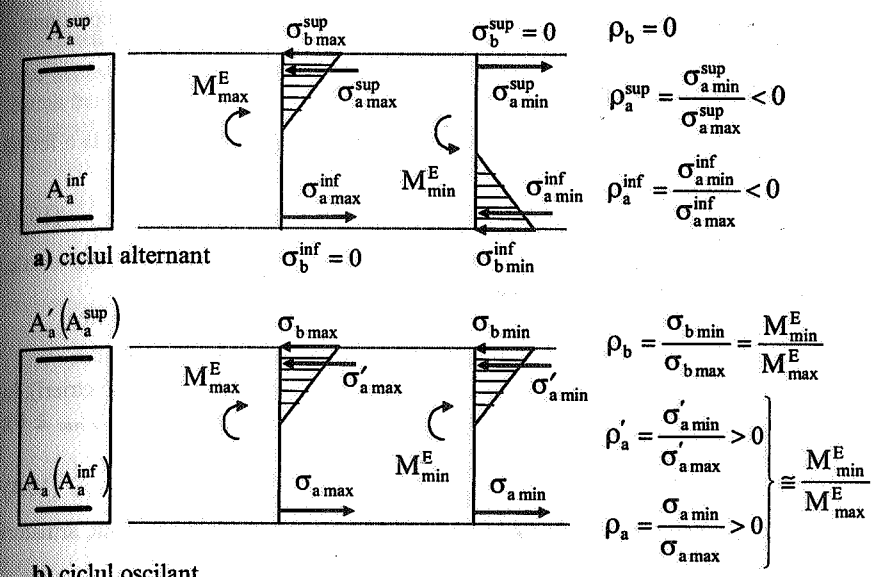


Fig. 10.2. Determinarea coeficienţilor de asimetrie ρ_a şi ρ_b

10.2.2. Verificarea armăturilor transversale

Eforturile unitare principale de întindere $\sigma_1 = \tau_0$ se calculează la nivelul axei neutre, unde eforturile unitare tangenţiale au valoarea maximă τ_0 (cap. 4.2). În cazul în care secţiunile au forma T, de exemplu, calculul se face şi la nivelul în care forma secţiunii se modifică.

Calculul eforturilor unitare principale de întindere se face cu relaţia (4.16):

$$\sigma_1 = \frac{Q_c^E}{bz}$$

în care Q_c^E este valoarea corectată a forţei tăietoare, în concordanţă cu relaţia (4.13).

Braţul de pârghie z al eforturilor interioare în stadiul II se poate calcula în mod simplificat, în cazul secţiunilor dreptunghiulare şi T, cu relaţia: $z = 0{,}85h_0$.

Nivelul de solicitare la eforturi principale de întindere (valoarea relativă a eforturilor σ_1) este dat de raportul:

$$\overline{\sigma}_1 = \frac{\sigma_1}{R_t} \qquad (10.1)$$

Dacă este îndeplinită condiţia :

$$\overline{\sigma}_1 \le 0{,}5 \qquad (10.2)$$

se consideră că eforturile unitare principale de întindere pot fi preluate în întregime de beton; armătura transversală se dispune conform verificării la starea limită de rezistenţă.

Sub efectul încărcărilor care produc oboseala, efortul unitar principal de compresiune $\sigma_2 = \tau_0$ nu trebuie să depăşească valoarea:

$$\sigma_2 \le \alpha R_c = (0{,}1...0{,}2)R_c$$

Având în vedere că $\sigma_2 = |\sigma_1|$ şi $R_c = (10...20)R_t$, relaţia de mai sus conduce la o formă convenţională de verificare a secţiunii de beton, prin condiţia:

$$\overline{\sigma}_1 \le 2{,}0 \qquad (10.3)$$

Eforturile principale de întindere σ_1 se repartizează betonului şi armăturilor transversale, după cum rezultă din figura 10.3 şi anume:

– în zona în care $\overline{\sigma}_1 \le 0{,}5$ eforturile principale de întindere sunt preluate de beton;

– în zonele în care $0{,}5 < \overline{\sigma}_1 \le 2{,}0$ eforturile principale de întindere sunt preluate:

a) *de beton şi de armăturile transversale* (etrieri şi bare înclinate sau numai etrieri), în cazul ciclurilor oscilante sau pulsatorii ($\rho \ge 0$, respectiv $\rho_b = \sigma_{b\,min}/\sigma_{b\,max} \ge 0$); partea preluată de beton fiind:

$$\overline{\sigma}_1 = 0{,}3 \qquad (10.4)$$

b) *numai de către armăturile transversale*, sub formă de etrieri şi, eventual, armături înclinate, în cazul ciclurilor alternante ($\rho < 0$, respectiv $\rho_b = 0$).

Diagrama $\overline{\sigma}_1$ se construieşte pe baza diagramei înfăşurătoare a forţelor tăietoare maxime $Q^E_{c\,max}$, ordonatele având valorile :

$$\overline{\sigma}_1 = \frac{Q^E_c}{bzR_t} \cong \frac{Q^E_c}{0{,}85bh_0R_t}$$

Efortul unitar de întindere preluat de etrieri se determină pe baza relaţiei (4.18), cu $A_{ae} = n_e A_e$:

$$\sigma_{ae} = \frac{\sigma_1 a_e b}{n_e A_e}$$

în care n_eA_e reprezintă aria ramurilor verticale de etrieri din secţiunea respectivă, etrieri stabiliţi anterior conform calculului la starea limită de rezistenţă în secţiuni înclinate, iar b lăţimea grinzii sau a inimii, la nivelul la care s-a calculat σ_1.

Când efortul unitar din etrieri, σ_{ae}, ajunge la valoarea rezistenţei la oboseală a oţelului din care sunt confecţionaţi, R^o_{ae}, rezultă efortul unitar care poate fi preluat de către etrieri:

$$\sigma_{1e} = \frac{n_e A_e}{a_e b} R^o_{ae} \qquad (10.5)$$

având valoarea relativă :

$$\overline{\sigma}_{1e} = \frac{\sigma_{1e}}{R_t} = \frac{n_e A_e}{a_e b}\frac{R^o_{ae}}{R_t} \qquad (10.6)$$

Determinarea rezistenţei la oboseală a etrierilor se face pentru valoarea coeficientului de asimetrie $\rho_a = \rho_{ae} = Q^E_{c\,min}/Q^E_{c\,max}$.

Dacă diagrama $\overline{\sigma}_1$ nu este acoperită în întregime de capacitatea betonului şi a etrierilor, este necesară din calcul şi armătura înclinată; obişnuit se verifică armătura transversală sub forma barelor înclinate (în mod curent la 45°), determinate din calculul la starea limită de rezistenţă în secţiuni înclinate.

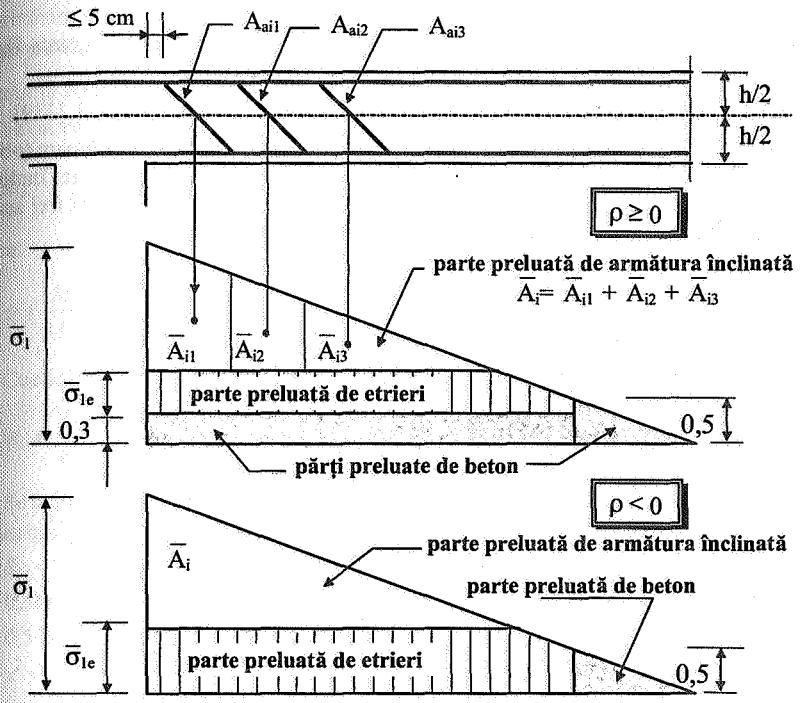


Fig. 10.3. Preluarea eforturilor unitare principale de întindere

Efortul unitar de întindere preluat de o armătură înclinată A_{ai} este dat de relaţia (4.17):

$$\sigma_{ai} = \frac{A_i b}{\sqrt{2}A_{ai}} = \frac{\overline{A}_i bR_t}{\sqrt{2}A_{ai}} \qquad (10.7)$$

în care $\overline{A}_i = \frac{A_i}{R_t}$ este aria părţii din diagrama σ_1, preluată de armăturile înclinate (fig. 10.3).

Considerând că efortul de întindere σ_{ai} din armătura înclinată la 45° ia valoarea rezistenţei la oboseală a armăturii înclinate R^o_{ai}, rezultă aria necesară totală a acestora, A_{ai}:

$$A_{ai} = \frac{\overline{A}_i bR_t}{\sqrt{2}R^o_{ai}} \qquad (10.8)$$

unde determinarea rezistenţei la oboseală a armăturilor înclinate se face pentru coeficientul de asimetrie $\rho_a = \rho_{ai} = \frac{Q^E_{c\,min}}{Q^E_{c\,max}}$.

Armăturile înclinate se repartizează în lungul grinzii astfel ca să fie solicitate în mod egal în raport cu diagrama înfăşurătoare a valorilor maxime σ_1, (fig.10.3), adică

$$\frac{\overline{A}_i}{A_{ai}} = \frac{\overline{A}_{i1}}{A_{ai1}} = \frac{\overline{A}_{i2}}{A_{ai2}} = \frac{\overline{A}_{i3}}{A_{ai3}}$$

În cazul în care variaţia forţei tăietoare este liniară, suprafaţa $\overline{A}_i$ din diagrama $\overline{\sigma}_1$ care revine barelor înclinate poate fi de formă triunghiulară sau trapezoidală.

Pentru diagrama $\overline{A}_i$ triunghiulară[1], se procedează după cum urmează [15], [139]:

- se stabileşte numărul de secţiuni de ridicare şi barele înclinate corespunzătoare (obişnuit se verifică A_{ai} rezultate din calculul la starea limită de rezistenţă în secţiuni înclinate); considerând, de exemplu, că se ridică trei bare având acelaşi diametru în trei secţiuni conform figurii 10.4, diagrama $\overline{A}_i$ trebuie împărţită în trei părţi egale;

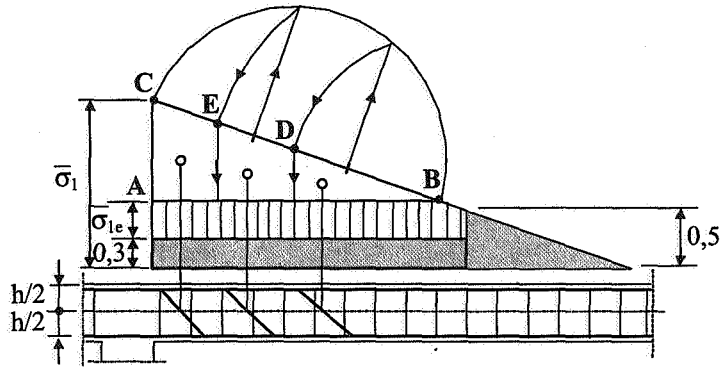


Fig. 10.4. Repartiţia armăturilor înclinate

- se descrie semicercul de diametru *BC*, se împarte segmentul *BC* în trei părţi egale, se ridică perpendiculare pe segment din punctele de diviziune până se intersectează semicercul; se rabat aceste intersecţii înapoi pe *BC*, prin arce cu centrul în *B*, obţinându-se punctele *D* şi *E*. Din punctele *D* şi *E* se coboară linii verticale până la latura *AB*, triunghiul *ABC* fiind astfel împărţit în trei părţi egale. Pentru a obţine poziţia barelor înclinate, se determină centrul de greutate al suprafeţelor obţinute, se duc verticale până la axa mediană a grinzii; barele înclinate trebuie să treacă prin punctele de intersecţie obţinute.

Dacă barele ridicate au arii diferite, segmentul *BC* se împarte proporţional cu ariile din diferite secţiuni de ridicare.

Dacă din acest calcul rezultă alte poziţii ale barelor ridicate decât cele rezultate din verificarea la starea limită de rezistenţă, este necesar ca această verificare să fie refăcută.

Aplicaţia numerică 10. *Verificarea la starea limită de oboseală a elementelor încovoiate*

Se cere verificarea grinzii de rulare din beton armat, prefabricată, simplu rezemată, cunoscând: $b/h/h_p/b_p/h_0$ = 300/750/130/550/690 mm (fig. Apl.10a); calitatea materialelor: beton C20/25, oţel PC52 şi OB37. Solicitările produse de încărcările care produc oboseala,

[1] Există o procedură similară şi pentru diagrama trapezoidală [15].

conform figurii Apl.10b, sunt: $M^E_{max}/M^E_{min}/M^E_{ld}$ = 290/50/189 kNm; $Q^E_{max}/Q^E_{min}/Q^E_{l/2}$ = 240/25/88 kN;

Din calculul la starea limită de rezistenţă s-au determinat:

- armătura longitudinală, din oţel PC52: 6ϕ22
- armătura înclinată la 50 mm de la faţa reazemelor: 2ϕ22, din cele 6 bare
- etrierii dubli, din oţel OB37: ϕ8/150 mm.

Calculul în secţiuni normale

Valoarea corectată a modulului de elasticitate se obţine cu relaţia (4.3):

$$E'_b = \frac{0{,}8E_b}{1+0{,}5\nu\overline{\varphi}} = \frac{0{,}8\cdot 30000}{1+0{,}5\cdot 0{,}65\cdot 1{,}68} = 15520\ \text{N/mm}^2$$

în care:

$$\nu = \frac{M^E_{ld}}{M^E_{max}} = \frac{189}{290} = 0{,}65;\ \overline{\varphi} = k_1 k_2 k_3 \varphi_0 = 0{,}6\cdot 1{,}0\cdot 1{,}0\cdot 2{,}8 = 1{,}68 \text{ (anexele 5 şi 7)}$$

Coeficientul de echivalenţă este dat de relaţia:

$$n_e = \frac{E_a}{E'_b} = \frac{210000}{15520} = 13{,}5$$

Se calculează:

– poziţia axei neutre, rezultând din condiţia (4.4c), particularizată pentru secţiunea T:

$S_{bc} - S_a = 0$

$0{,}5bx^2 + h_p(b_p - b)(x - 0{,}5h_p) - n_e A_a(h_0 - x) = 0$

$0{,}5\cdot 300x^2 + 130(550 - 300)(x - 0{,}5\cdot 130) - 13{,}5\cdot 2281(690 - x) = 0$

$x^2 + 422x - 15570 = 0$; rezultă x = 236 mm.

– momentul de inerţie al zonei comprimate de beton în raport cu axa neutră:

$$I_{bc} = \frac{bx^3}{3} + (b_p - b)\frac{h_p^3}{12} + (b_p - b)h_p(x - 0{,}5h_p)^2 =$$

$$\frac{30\cdot 23{,}6^3}{3} + (55-30)\frac{13^3}{12} + (55-30)13(23{,}6 - 0{,}5\cdot 13)^2 = 231053\ \text{cm}^4$$

– momentul de inerţie al secţiunii ideale de beton în raport cu axa neutră, conform relaţiei (4.8), pentru $A'_a = 0$:

$I_{bi} = I_{bc} + n_e A_a (h_0 - x)^2 = 23{,}1\cdot 10^8 + 13{,}5\cdot 2281(690 - 236)^2 = 86{,}57\cdot 10^8\ \text{mm}^4$

Se calculează eforturile unitare normale maxime în beton şi în armătură, cu relaţiile (4.9) şi (4.6):

$$\sigma_{b\,max} = \frac{290\cdot 10^6}{86{,}57\cdot 10^8}\cdot 236 = 7{,}9\ \text{N/mm}^2$$

$$\sigma_{a\,max} = 13{,}5\cdot 7{,}9\frac{690 - 236}{236} = 205\ \text{N/mm}^2$$

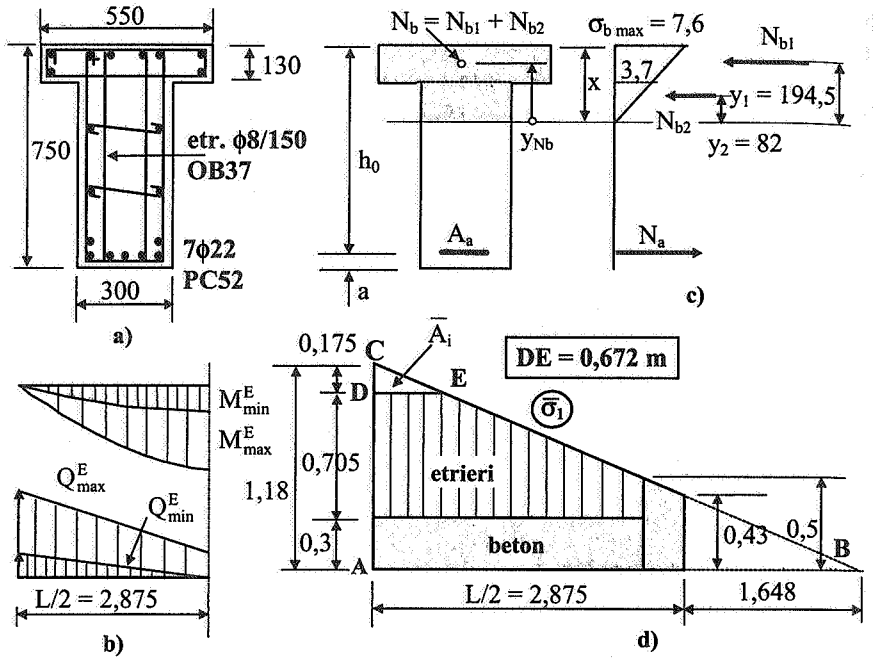


Fig. Apl. 10.

Rezistența de calcul la oboseală a betonului se determină cu relațiile (5.11) și (5.12), iar rezistența de calcul la oboseală a armăturii cu relația (5.22), având în vedere punctul 10.2.1 și figura 10.2b:

$$\rho_b = \rho_a = \frac{M^E_{min}}{M^E_{max}} = \frac{50}{290} = 0,172$$

$$m'_{bc} = 0,6 + 0,5\rho_b = 0,6 + 0,5 \cdot 0,172 = 0,686 < 1,0$$

$$R^o_c = m_{bc} m'_{bc} R^*_c = 1,0 \cdot 0,686 \cdot 15 = 10,29 \text{ N/mm}^2$$

Deoarece armătura nu este sudată, $m^s_a = 1,0$; din anexa 9 rezultă prin interpolare m^o_a :

$$m^o_a = 0,643$$

$$R^o_a = m^o_a R^*_a = 0,643 \cdot 300 = 193 \text{ N/mm}^2$$

Se verifică relațiile (5.32) și (5.33):

$$\sigma_{bmax} = 7,9 < R^o_c = 10,29 \text{ N/mm}^2;$$

$$\sigma_{amax} = 205 > R^o_a = 193 \text{ N/mm}^2$$

În armătură este depășită rezistența la oboseală; se mărește cantitatea de armătură longitudinală cu 1ϕ22, deci $A_a = 2661$ mm^2; refăcând calculele, se obține:

$x = 253$ mm; $I_{bc} = 28,14 \cdot 10^8$ mm^4; $I_{bi} = 96,7 \cdot 10^8$ mm^4

$$\sigma_{b\,max} = \frac{290 \cdot 10^6}{96,7 \cdot 10^8} 253 = 7,58 \text{ N/mm}^2 < R^o_c = 10,29 \text{ N/mm}^2;$$

$$\sigma_{a\,max} = 13,5 \cdot 7,58 \frac{690 - 253}{253} = 176,7 \text{ N/mm}^2 < R^o_a = 193 \text{ N/mm}^2$$

Rezultă că după sporirea armăturii longitudinale, în secțiunile normale ale grinzii nu apare fenomenul de oboseală.

Verificarea în secțiuni înclinate

Poziția rezultantei N_b în raport cu axa neutră se determină cu relația:

$$y_{Nb} = \frac{\int_0^x \sigma_{by} b_y y d_y}{\int_0^x \sigma_{by} b_y d_y} = \frac{y_1 N_{b1} + y_2 N_{b2}}{N_{b1} + N_{b2}}$$

unde y_1 și y_2 reprezintă distanțele măsurate de la axa neutră până la punctele de aplicație ale rezultantelor eforturilor de compresiune din beton, N_{b1} și N_{b2} (fig. Apl.10c):

$$y_1 = x - y_{G\,trapez} = 253 - \frac{130}{3} \cdot \frac{7,6 + 2 \cdot 3,7}{7,6 + 3,7} = 195,5 \text{ mm}$$

$$y_2 = \frac{2}{3}\left(x - h_p\right) = \frac{2}{3}(253 - 130) = 83 \text{ mm}$$

$$N_{b1} = A_{b1}\sigma_{b1\,med} = 550 \cdot 130(7,58 + 3,7)/2 = 403975 \text{ N}$$

$$N_{b2} = A_{b2}\sigma_{b2\,med} = 300 \cdot 123 \cdot 3,7/2 = 68265 \text{ N}$$

$$z = h_0 - x - y_{Nb} = 690 - 253 + \frac{403975 \cdot 195,5 + 68265 \cdot 82}{403975 + 68265} = 616 \text{ mm}$$

Conform relației (4.16), cu $Q^E_c = Q^E_{max}$ rezultă:

$$\sigma_1 = \frac{Q^E_{max}}{bz} = \frac{240000}{300 \cdot 616} = 1,3 \text{ N/mmm}^2; \quad \sigma_{1l/2} \frac{88000}{300 \cdot 616} = 0,476 \text{ N/mm}^2$$

Se calculează valorile relative ale eforturilor unitare principale cu relația (10.1):

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{1,3}{1,1} = 1,18; \quad \bar{\sigma}_{1\,l/2} = \frac{0,476}{1,1} = 0,43$$

Deoarece $0,5 < \bar{\sigma}_1 < 2,0$ rezultă că secțiunea de beton este corect alcătuită, dar este necesar calculul armăturilor transversale, conform relațiilor (10.2) și (10.3).

Se construiește diagrama $\bar{\sigma}_1$, ținând seama de condițiile de la punctul 10.2.2 (fig. Apl.10d).

Rezistența la oboseală a oțelului etrierilor (OB37) se determină pe baza coeficientului de asimetrie pentru etrieri: $\rho_{ae} = \frac{Q^E_{min}}{Q^E_{max}} = \frac{25}{240} = 0{,}104$; din anexa 9 rezultă $m^o_{ae} = 0{,}826$ și $R^o_{ae} = 0{,}826 \cdot 210 = 173{,}5\ \text{N/mm}^2$.

Partea de eforturi unitare principale preluată de etrierii cu patru ramuri de forfecare $\phi 8/150$ mm, se determină conform relației (10.6):

$$\overline{\sigma}_{1e} = \frac{n_e A_e}{a_e b} \frac{R^o_{ae}}{R_t} = \frac{4 \cdot 50{,}3 \cdot 173{,}5}{150 \cdot 300 \cdot 1{,}1} = 0{,}705$$

Din diagrama din figura Apl.10d, se determină partea care trebuie preluată de armăturile înclinate, adică aria $\overline{A}_i$, cu ordonata $1{,}18 - 0{,}3 - 0{,}705 = 0{,}175$:

$$\overline{A}_i = 0{,}175 \cdot 672/2 = 58{,}2\ \text{mm}$$

unde distanța de 672 mm rezultă din asemănarea triunghiurilor *ABC* și *CDE* (fig. Apl. 10d).

Rezistența la oboseală a armăturilor înclinate (PC52) se determină pentru coeficientul de asimetrie $\rho_{ai} = \rho_{ae} = 0{,}104$, pentru care din anexa 9 rezultă $m^o_{ai} = 0{,}626$.

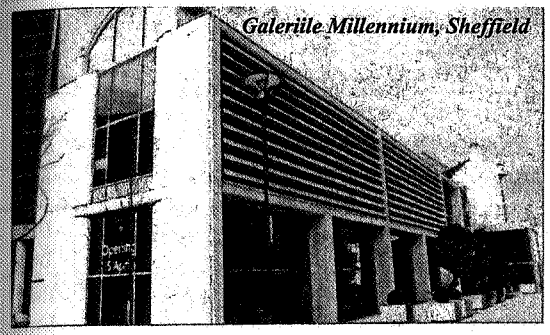
Rezultă $R^o_{ai} = 300 \cdot 0{,}626 = 187{,}8\ \text{N/mm}^2$.

Aria necesară de armătură înclinată se calculează cu relația (10.8):

$$A_{ai,nec} = \frac{\overline{A}_i b R_t}{\sqrt{2} R^o_{ai}} = \frac{58{,}2 \cdot 300 \cdot 1{,}1}{\sqrt{2} \cdot 187{,}8} = 72\ \text{mm}^2$$

$$A_{ai,ef} = 760\ \text{mm}^2 (2\phi 22) > A_{ai,nec}$$

Armătura necesară fiind mai mică decât cea înclinată în prima secțiune de la reazem, alcătuirea este corectă.



Galeriile Millennium, Sheffield

11

CALCULUL DESCHIDERII FISURILOR

Fisurarea elementelor din beton armat sub încărcările de exploatare este un fenomen inevitabil, fiind consecința incapacității betonului de a prelua eforturile unitare de întindere produse de solicitări ca încovoierea, tăierea, torsiunea (fig. 11.1a...d), forțele concentrate de compresiune (fig. 11.1e), sau de eforturi unitare de aderență mari (fig. 11.1f). De asemenea, o fisurare cu caracter întâmplător poate fi produsă de efectele contracției împiedecate a betonului, variației de temperatură și a tasărilor diferențiate ale reazemelor, tasării plastice a betonului proaspăt (fig. 11.1g), acțiunii înghețului și a dezghețului repetat, unor nereguli în tehnologiile de execuție (fig. 11.1i, j). Rezultatele fenomenului de coroziune al armăturii pot de asemenea produce fisuri în masa betonului (fig. 11.1h).

În funcție de cauzele care produc fisuri, acestea pot fi: intrinseci, atunci când sunt generate în interiorul betonului (contracția la uscare, variații de temperatură, tasarea betonului proaspăt, produși de coroziune expansivi etc.) sau extrinseci, atunci când sunt produse de cauze externe (încărcări sau deformații impuse). Centralizarea cauzelor care produc fisuri sunt prezentate în tabelul 11.1 [116].

Rațiunile care fac necesar controlul fisurării elementelor și structurilor din beton armat se referă la aspectul lor, etanșeitatea la apă și gaze, protecția împotriva coroziunii și alte exigențe funcționale. Aceste exigențe definesc limitele care pot fi acceptate pentru deschiderea fisurilor.

Normele actuale prevăd verificări prin calcul pentru controlul fisurării numai în cazul fisurilor produse de acțiunile exterioare. Această modalitate de abordare a controlului fisurării se bazează pe faptul că regulile de alcătuire constructivă și tehnologiile de execuție corespunzătoare permit evitarea dezvoltării deschiderii fisurilor peste limitele admise. În vederea evitării unor fisuri cu deschideri exagerate se impune respectarea condițiilor de exploatare și controlul periodic al stării de fisurare.

În procesul fisurării elementelor din beton armat sub efectul încărcărilor se disting trei etape: formarea fisurilor, etapă ce corespunde momentului premergător apariției fisurilor; apariția fisurilor, etapă în care ele devin vizibile; deschiderea fisurilor la anumite valori care

depind de intensitatea acţiunilor şi care eventual pot afecta durabilitatea construcţiei. În cazul elementelor din beton armat, primele două etape se suprapun, adică la formarea lor fisurile devin vizibile, aşa încât se consideră ca distincte două stări limită:

- apariţia fisurilor;
- deschiderea limită a fisurilor.

Tabelul 11.1. Cauzele care generează fisuri

Fisuri apărute înainte de întărirea betonului		**Tip**
Fenomene datorate comportării betonului proaspăt	Contracţia plastică Tasarea plastică (fig. 11.1g)	Intr. Intr.
Fenomene datorate procesului de execuţie	Deplasarea susţinerilor (fig. 11.1i) Deplasarea cofrajului (fig. 11.1j)	Extr. Extr.
Efecte termice	Îngheţ timpuriu	Extr.
Fisuri apărute după întărirea betonului		
Fenomene fizice	Agregate contractile Contracţia la uscare Microfisurare datorită uzurii	Intr. Intr. Extr.
Fenomene chimice	Coroziunea armăturii (fig. 11.1h) Reacţii alcali - agregate	Intr. Intr.
Efecte termice	Îngheţ - dezgheţ repetat Variaţia termică a mediului Variaţia termică interioară	Extr. Extr. Intr.
Cauze structurale	Acţiuni cu intensitate de proiectare (fig. 11.1a...e) Suprasarcini accidentale Curgerea lentă	Extr. Extr. I & E

Calculul elementelor din beton armat la fisurare se face de regulă numai la starea limită de deschidere a fisurilor, deoarece, sub încărcările de exploatare, majoritatea structurilor din beton armat folosite în construcţii civile, industriale şi poduri lucrează în stadiul II fisurat. Calculul la apariţia fisurilor are un caracter convenţional, deoarece formarea şi apariţia fisurilor se poate produce chiar şi înainte de aplicarea sarcinilor exterioare ca urmare a contracţiei, variaţiilor de temperatură etc. Din motive de impermeabilitate, construcţiile hidrotehnice se verifică la starea limită de apariţie a fisurilor.

Starea de fisurare a unui element din beton armat este caracterizată prin mărimea deschiderii fisurilor şi distanţa dintre acestea. În condiţiile unei anumite stări de eforturi unitare într-un element, mărimea deschiderii fisurilor este funcţie de numărul de fisuri pe unitatea de lungime a elementului, deci funcţie de distanţa dintre fisuri.

La elementele din beton armat distanţa dintre fisuri şi implicit mărimea deschiderii acestora depinde de un număr de parametri ca: procentul de armare, diametrul şi natura suprafeţei armăturii, mărimea efortului unitar din armătură, modul de acţionare al sarcinii (static sau dinamic), distanţa dintre bare, grosimea stratului de acoperire cu beton precum şi calitatea betonului.

Verificarea la starea limită de deschidere a fisurilor se face în stadiul II de exploatare, luând în considerare intensităţile de exploatare (intensităţi de calcul reduse) ale acţiunilor permanente, cvasipermanente şi variabile, în conformitate cu relaţia (5.26) din tabelul 5.4.

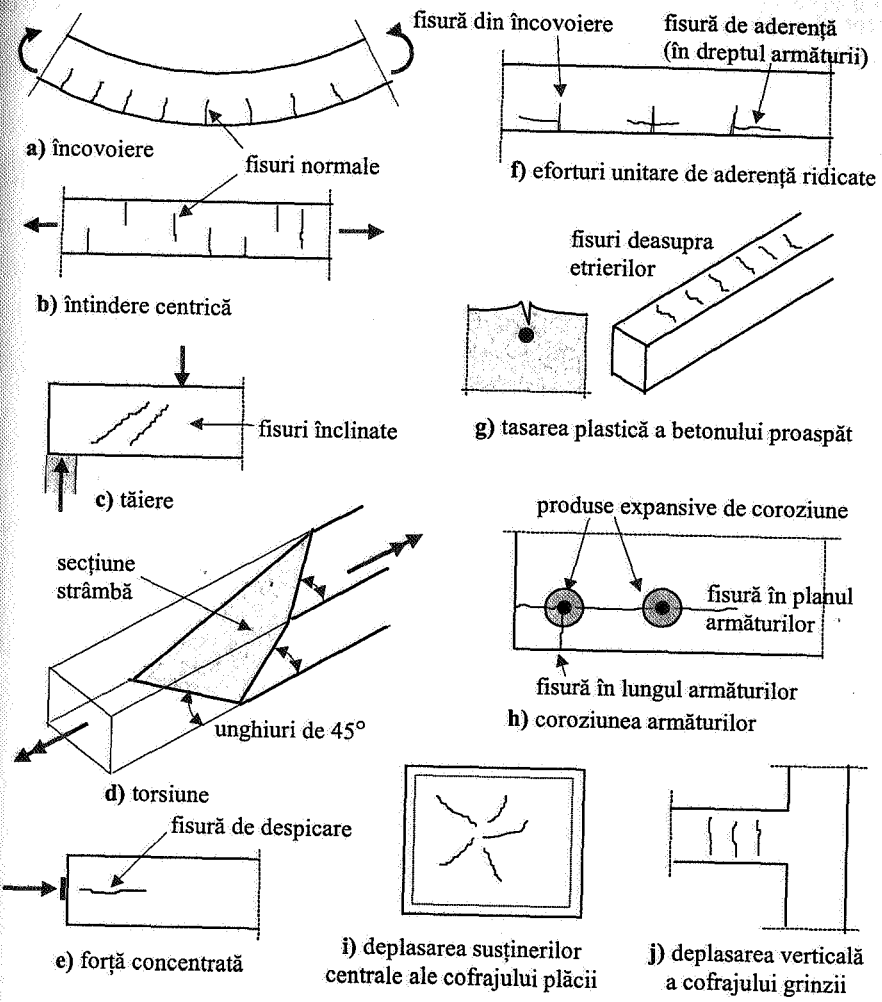


Fig. 11.1. Tipuri de fisuri

11.1. CALCULUL DISTANŢEI DINTRE FISURI

Deducerea distanţei dintre fisuri se face pentru momentul de apariţie al primei fisuri, când solicitarea exterioară (forţa axială N în cazul elementului întins centric din figura 11.2a) este egală cu capacitatea portantă la fisurare N_{capf}.

Solicitarea exterioară este preluată de beton $N_{bf} = A_{bt} R_t$ şi de armătură $N_{af} = A_a \sigma_a$. În secţiunea cea mai slabă se produce fisura F_1. După apariţia fisurii F_1, această secţiune trece în stadiul II, când $N_b = 0$ şi $N_a = N_{capf}$ (fig. 11.2c). Din dreptul acestei secţiuni, betonul

începe să se încarce, iar armătura să se descarce, la o anumită distanță λ_f ajungându-se ca $N_b = N_{bf} = A_{bt}R_t$, iar $N_a = N_{af}$.

Această poziție reprezintă locul probabil de apariție a celei de a doua fisuri F_2.

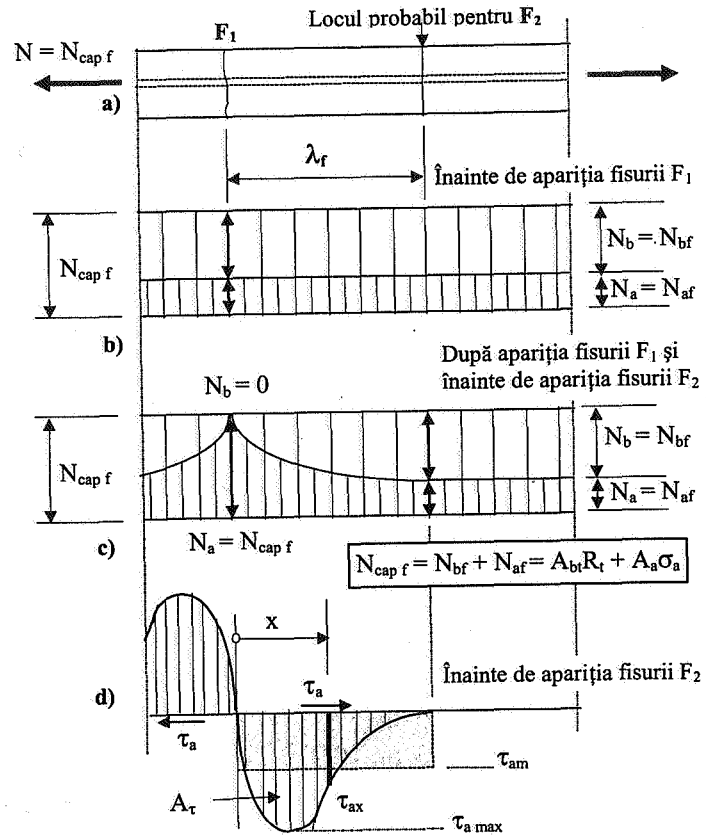


Fig. 11.2. Distanța dintre fisuri la elemente întinse centric

Transmiterea efortului de la armătură la beton, între cele două fisuri, se face prin intermediul eforturilor unitare de aderență τ_a (fig. 11.2d), mărimea ce se transmite pe lungimea λ_f fiind $N_{bf} = A_{bt}R_t$. Relația matematică ce exprimă această transmitere este:

$$A_{bt}R_t = \int_0^{\lambda_f} u\tau_{ax}dx = u\int_0^{\lambda_f} \tau_{ax}dx = uA_\tau = u\tau_{am}\lambda_f$$

în care u este perimetrul barelor.

Din ecuația de mai sus rezultă relația de calcul a distanței dintre fisuri:

$$\lambda_f = \frac{A_{bt}R_t}{u\tau_{am}} \qquad (11.1)$$

În cazul particular în care toate barele au același diametru și având în vedere că $u = \pi d$ și $A_{bt} = 100\,A_a/p = 100\pi d^2/4p$, relația (11.1) devine:

$$\lambda_f = 25\frac{R_t}{\tau_{am}}\frac{d}{p} \qquad (11.1a)$$

Studiile experimentale au dovedit că distanța dintre fisuri depinde și de alți factori, cum ar fi:

- natura solicitării;
- proprietățile de aderență ale armăturii;
- distanța dintre bare;
- grosimea stratului de acoperire cu beton.

Influența naturii solicitării se exprimă prin mărimea unui coeficient k_1 care multiplică termenul din dreapta al relației (11.1a), în funcție de următoarele situații:

- axa neutră în secțiune – caz corespunzător încovoierii, cazului I de compresiune, respectiv întinderii excentrice cu excentricitate mare;
- secțiune complet fisurată – caz corespunzător întinderii centrice sau excentrice cu excentricitate mică.

Proprietățile de aderență ale armăturii cu betonul, adică natura suprafeței armăturii (netedă – OB37 sau profilată – PC52 și PC60), sunt reflectate prin coeficientul $k_2 = R_t/\tau_{am}$.

Introducând notația $A = 25k_1k_2$, relația (11.1a), cu modificarea impusă de natura solicitării, devine:

$$\lambda_f = A\frac{d}{p} \qquad (11.1b)$$

Pentru a prinde în calcul și influența distanței dintre bare și a grosimii stratului de acoperire cu beton, STAS-ul 10109/0-90 prevede următoarea relație pentru calculul valorii medii a distanței dintre fisuri:

$$\lambda_f = 2(c + 0{,}1s) + A\frac{d}{p_t} \qquad (11.2)$$

unde: c este grosimea stratului de acoperire cu beton (mm);

s – distanța dintre axele armăturilor (mm), dar nu mai mult de $15d$; în cazul elementelor întinse centric sau excentric cu mică excentricitate (secțiune complet fisurată) se va avea în vedere și figura 11.3;

A – coeficient ce ține cont de natura solicitării și de proprietățile de aderență ale armăturii, având valori cuprinse în intervalul 6,5...20 (Anexa 21);

d – diametrul armăturii (mm);

$p_t = 100A_a/A_{bt}$ – procentul de armare al armăturii longitudinale întinse;

A_{bt} – aria de înglobare a armăturilor, care se determină considerând pentru fiecare bară o suprafață de înglobare de maximum 7,5d în fiecare sens; dacă barele sunt apropiate (distanța interax $\le 2\cdot 7{,}5d$) nu se face o suprapunere a suprafețelor individuale de înglobare (fig. 11.4); în cazul elementelor încovoiate, A_{bt} nu va depăși 1/2 din aria secțiunii de beton.

În relația (11.2), în cazul când barele de armătură sunt de diametre diferite, d/p_t se înlocuiește conform relației:

$$\frac{d}{p_t} = \frac{A_{bt}}{25\Sigma\pi d} \qquad (11.3)$$

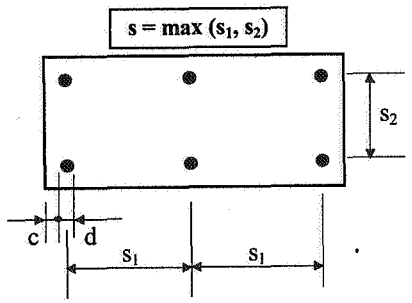


Fig. 11.3. Distanța dintre armăturile elementelor întinse centric sau excentric cu mică excentricitate

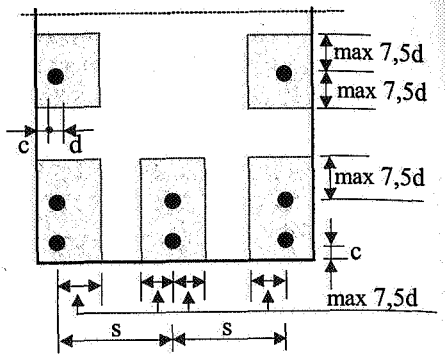


Fig. 11.4. Aria de înglobare a armăturilor

În elementele liniare din beton armat, prezența etrierilor influențează în mod substanțial valoarea reală a distanței dintre fisuri, deoarece etrierii reduc secțiunea efectivă de beton. Dacă diferența dintre λ_f și distanța dintre etrieri a_e nu depășește circa 50 mm, este rezonabil ca valoarea rezultată din relația (11.2) să fie rotunjită în plus sau în minus, până la valoarea a_e.

În cazul plăcilor de planșeu s-a constatat experimental că distanța medie dintre fisuri este aproximativ egală cu grosimea plăcii, dacă distanța dintre armături este aproximativ (15...20)d.

Dacă plăcile sunt armate cu plase sudate din STNB, distanța medie dintre fisuri se apreciază ca fiind un multiplu al distanței dintre barele transversale ale plasei:

$$\lambda_f = n_t l_t \tag{11.4}$$

unde: n_t este un număr întreg, care se determină cu relațiile:

$$n_t \geq \frac{h_p}{30 d_t} \text{ pentru } l_l \leq 30 d_t; \tag{11.4a}$$

$$n_t \geq \frac{h_p l_l}{900 d_t^2} \text{ pentru } l_l > 30 d_t; \tag{11.4b}$$

h_p – grosimea plăcii;
l_t, l_l – distanța dintre axele armăturilor transversale, respectiv longitudinale;
d_t – diametrul armăturilor transversale.

11.2. CALCULUL DESCHIDERII FISURILOR NORMALE

După formarea fisurilor, datorită creșterii în continuare a încărcărilor până la treapta de exploatare, acestea se deschid până la valoarea medie α_f. Betonul întins dintre fisuri participă la preluarea eforturilor, de aceea deformațiile specifice în armătură și beton au o distribuție neliniară între două fisuri consecutive.

În figura 11.5 se consideră un element întins centric, respectiv unul încovoiat, având fisurile F_1 și F_2 la distanța λ_f. Valoarea maximă a deformației specifice de întindere în beton este ε_{tu} și apare la jumătatea distanței dintre fisuri (fig.11.5c), în timp ce alungirea maximă a armăturii este ε_a și apare în dreptul fisurii (fig.11.5d). Deformațiile specifice variabile pot fi înlocuite cu deformațiile specifice medii ε_{tm} și ε_{am} (fig.11.5 c,d).

Pe baza figurii 11.5 se poate scrie că, pe distanța λ_f dintre fisuri, alungirea armăturii este egală cu deschiderea fisurii plus alungirea betonului întins:

$$\lambda_f \varepsilon_{am} = \alpha_f + (\lambda_f - \alpha_f)\varepsilon_{tm} \tag{11.5}$$

rezultând:

$$\alpha_f = \frac{(\varepsilon_{am} - \varepsilon_{tm})\lambda_f}{1 - \varepsilon_{tm}} \tag{11.5a}$$

Având în vedere că, în stadiul II, $\varepsilon_a \cong 0{,}75...1{,}25$ ‰ și $\varepsilon_{tu} = 0{,}1...0{,}15$ ‰, rezultă că termenul ε_{tm} se poate neglija față de unitate și față de ε_{am}. În aceste condiții, relația (11.5a) se scrie:

$$\alpha_f = \varepsilon_{am} \lambda_f \tag{11.5b}$$

Pentru a ține cont de conlucrarea betonului întins dintre fisuri cu armătura, se definește indicele de conlucrare a betonului cu armătura longitudinală $\psi = \varepsilon_{am}/\varepsilon_a$. Deoarece $\varepsilon_a = \sigma_a / E_a$, relația (11.5b) pentru calculul valorii medii a deschiderii fisurii devine:

$$\alpha_f = \lambda_f \psi \frac{\sigma_a}{E_a} \tag{11.6}$$

În cazul elementelor supuse la încărcări repetate importante (grinzile de rulare, pereții celulelor de silozuri etc.), valorile α_f determinate cu relația (11.6) se majorează cu 50%.

Determinarea coeficientului ψ se face admițând că $\varepsilon_{am} = (\varepsilon_a + \varepsilon_a^{\lambda/2})/2$, $\varepsilon_a^{\lambda/2}$ fiind deformația specifică a armăturii la mijlocul distanței dintre fisuri. Expresia lui ψ devine:

$$\psi = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_a^{\lambda/2}}{2\varepsilon_a} = \frac{\sigma_a + \sigma_a^{\lambda/2}}{2\sigma_a} \tag{11.7}$$

Scăderea efortului unitar de la valoarea σ_a, în dreptul fisurii, la valoarea $\sigma_a^{\lambda/2}$, la mijlocul distanței dintre fisuri, se produce datorită creșterii efortului unitar în beton până la valoarea R_t căreia îi corespunde deformația specifică ε_{tu}; are loc un transfer de efort de la armătură la beton, prin intermediul aderenței.

Efortul ce se transmite prin aderență, de la armătură la beton, pe distanța $\lambda_f/2$ este:

$$N_{ad} = \int_0^{\lambda_f/2} u\tau_{ax} dx = \frac{\lambda_f}{2} u\tau_{am}$$

și el produce variația $\Delta\sigma_a$ a efortului unitar în armătură:

$$\Delta\sigma_a = \frac{N_{ad}}{A_a} = \frac{\lambda_f u \tau_{am}}{2A_a}$$

Având în vedere că $\lambda_f u \tau_{am} = A_{bl} R_t$ din relația (11.1), rezultă că efortul unitar la mijlocul distanței dintre fisuri este:

$$\sigma_a^{\lambda/2} = \sigma_a - \Delta\sigma_a = \sigma_a - \frac{\lambda_f u \tau_{am}}{2A_a} = \sigma_a - \frac{A_{bl} R_t}{2A_a}$$

Relația (11.7) devine:

$$\psi = 1 - \frac{A_{bl} R_t}{4 A_a \sigma_a} \tag{11.7a}$$

Ţinând seama de relaţia (11.7a) şi luând în considerare efectul încărcărilor de lungă durată sau repetate, STAS 10107/0-90 prevede următoarea expresie pentru indicele de conlucrare a betonului cu armătura întinsă:

$$\psi = 1 - \beta(1 - 0{,}5\nu)\frac{A_{bt}R_{tk}}{A_a\sigma_a} \tag{11.8}$$

unde: ν este raportul dintre solicitarea produsă de fracţiunea de lungă durată a încărcării totale de exploatare şi solicitarea totală de exploatare;

$\beta = 0{,}5$ pentru armăturile din oţel PC, respectiv 0,3 pentru armăturile din oţel OB37;

σ_a – efortul unitar în secţiunea fisurată în stadiul II de exploatare (conform pct.4.2.2.3); în situaţii curente se poate lua aproximativ:

$$\sigma_a \cong 0{,}85R_a\frac{A_{a\ nec}}{A_{a\ ef}} \tag{11.9}$$

unde: $A_{a\,nec}$ – aria secţiunii de armătură necesară din calculul la starea limită de rezistenţă;

$A_{a\,ef}$ – aria secţiunii de armătură prevăzută efectiv.

Din figura 11.5f se constată că efortul ce se poate transmite între beton şi armătură prin fenomenul de aderenţă nu poate depăşi valoarea $A_a\sigma_a$, motiv pentru care raportul $A_{bt}R_{tk}/A_a\sigma_a$ are cel mult valoarea 1,0 [47].

În relaţia (11.8) s-a introdus rezistenţa caracteristică la întindere a betonului R_{tk}, deoarece se analizează o porţiune de o anumită lungime la starea limită de exploatare, când încărcările sunt mai mici decât la starea limită de rezistenţă. De aceea, din punct de vedere probabilistic, rezistenţa la întindere a betonului este mai apropiată de valoarea caracteristică decât de cea de calcul. Pentru cazurile uzuale se admite ca pentru indicele de conlucrare ψ să se utilizeze valorile aproximative ce se obţin din anexa 22.

Pentru plăci armate cu plase sudate din STNB se ia $\psi = 0{,}8$ dacă $n_t \geq 2$ şi $\nu \leq 0{,}5$, respectiv $\psi = 1$ în celelalte cazuri.

Pentru elementele solicitate la oboseală $\psi = 1$, ceea ce înseamnă că se acceptă ipoteza distrugerii aderenţei, rezultând deshideri mai mari ale fisurilor.

Modelul de calcul adoptat pentru obţinerea relaţiei (11.6) este bazat pe ipoteza unei distribuţii uniforme a fisurilor, la distanţe relativ reduse ($\lambda_f \cong 15...25$; 30 cm), ceea ce este valabil în cazul elementelor cu procente de armare obişnuite.

Pentru elementele cu *procente mici de armare* (sub 0,3% la elementele solicitate la încovoiere, respectiv sub 0,4% la cele solicitate la întindere), fisurarea are un caracter nesistematic. Încercările experimentale au arătat că în aceste cazuri este posibil să apară una sau numai câteva fisuri, cu poziţii întâmplătoare şi cu deschideri mult mai mari decât valorile obţinute cu relaţia (11.6).

Pentru deducerea relaţiei de calcul în acest caz, se porneşte de la premiza că armătura trebuie să fie ancorată în stânga şi dreapta fisurii cu lungimea de ancoraj l_a, lungime pe care $\tau_a \neq 0$. Pe lungimea $2l_a$ efortul unitar σ_a are distribuţia reală din figura 11.6b, ancorarea armăturii în beton făcându-se în conformitate cu diagrama din figura 11.6c.

Deformaţia specifică medie a armăturii elementelor cu *procente mici de armare* este:

$$\varepsilon_{am} = \frac{\alpha_f}{2l_a}, \text{ respectiv } \varepsilon_{am} = \frac{\sigma_{am}}{E_a} = \frac{\sigma_a}{2E_a}$$

rezultând:

$$\alpha_f = \frac{\sigma_a}{E_a}l_a \tag{11.10}$$

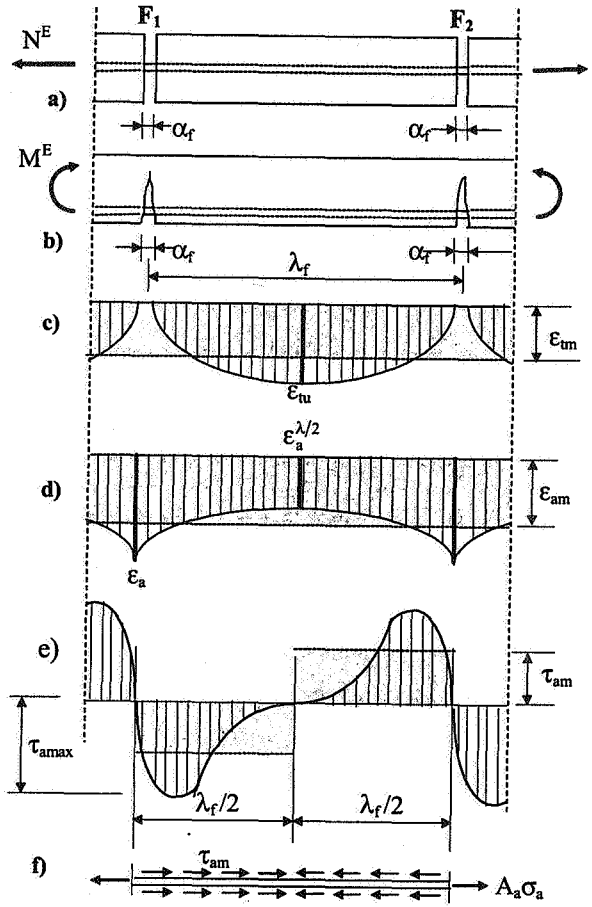


Fig.11.5. Modelul de calcul pentru deschiderea fisurilor

Forţa de întindere din armătură $A_a\sigma_a$ se transmite la beton prin fenomenul de aderenţă, în conformitate cu relaţia:

$$\pi d l_a \tau_{a\,med} = \frac{\pi d^2}{4}\sigma_a$$

de unde rezultă lungimea de ancorare:

$$l_a = \frac{d}{4}\frac{\sigma_a}{\tau_{a\,med}} \tag{11.11}$$

Înlocuind (11.11) în relaţia (11.10), rezultă relaţia pentru calculul deschiderii medii a fisurii elementelor cu procente mici de armare:

$$\alpha_f = \frac{d}{4}\frac{\sigma_a^2}{E_a\tau_{a\,med}} \tag{11.12}$$

în care valoarea medie a efortul unitar de aderență se ia după cum urmează: $\tau_{a\,med} = 2{,}4R_t$ pentru bare cu profil periodic; $1{,}5R_t$ pentru bare netede; R_t pentru bare netede, în pereții executați în cofraje glisante ai rezervoarelor și silozurilor.

Relația (11.12) nu se folosește în cazul armării cu plase sudate STNB, deoarece în acest caz ancorarea armăturii nu se face prin aderență, ci datorită armăturii transversale.

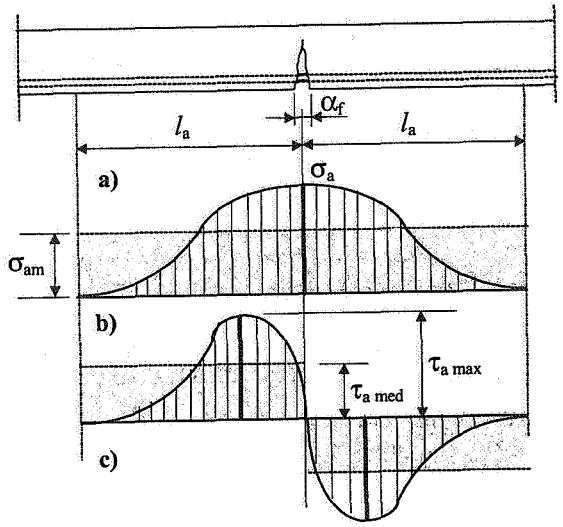


Fig. 11.6. Modelul de calcul pentru fisurile nesistematice

11.3. CALCULUL DESCHIDERII FISURILOR ÎNCLINATE

Verificarea deschiderii fisurilor înclinate este o prevedere relativ recentă în cadrul normelor de calcul al elementelor din beton armat și este consecința faptului că modelele de calcul adoptate în prezent pentru verificarea la starea limită de rezistență la tăiere sunt mai apropiate de comportarea reală. În aceste condiții este posibil ca armarea transversală rezultată din calculul la starea limită de rezistență să nu mai satisfacă, în mod implicit, condițiile necesare stării limită de fisurare.

Deschiderea medie a fisurilor înclinate se calculează cu relația :

$$\alpha_{fi} = \lambda_f \psi_i \frac{\sigma_{at}}{E_a} \qquad (11.13)$$

unde: λ_f este distanța medie dintre fisuri determinată cu relația (11.2); se acceptă aceeași distanță între fisurile înclinate ca și între fisurile normale, considerându-se că fisurile înclinate sunt produse de acțiunea momentului încovoietor și apoi "înclinate" ("rotite") de acțiunea forței tăietoare.

ψ_i – indicele de conlucrare al betonului întins cu armătura transversală, care se ia după cum urmează:

- $0{,}8(1+0{,}2\nu)$ pentru etrieri din OB37;
- $0{,}7(1+0{,}3\nu)$ pentru etrieri din PC52 sau PC60;
- $0{,}9(1+0{,}1\nu)$ pentru barele transversale din STNB ale carcaselor sudate;

σ_{at} – efortul unitar mediu în armăturile transversale (bare înclinate și etrieri) intersectate de fisura înclinată; σ_{at} se determină în stadiul II de exploatare cu relațiile (4.17), respectiv (4.18); se admite să se ia în considerare o valoare medie pentru toate armăturile intersectate de fisura înclinată, egală cu valoarea $\sigma_{at} \cong 0{,}9R_{at} = 0{,}9m_{at}R_a$.

11.4. CONTROLUL FISURĂRII ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT

Verificarea la starea limită de fisurare se face punând condiția ca sub acțiunea încărcărilor de exploatare, în gruparea fundamentală, deschiderile medii ale fisurilor normale și înclinate față de axa elementului să nu depășească valorile limită de mai jos:

- pentru elemente supuse presiunii unui lichid sau a unui material necoeziv, la care se pun condiții de etanșeitate:

  $\alpha_{f\,adm} = 0{,}1$ mm, în cazul elementelor întinse centric sau excentric cu mică excentricitate (de exemplu, verificarea în secțiunile verticale ale pereților rezervoarelor cilindrice pentru depozitarea apei, aceste secțiuni fiind supuse numai unei forțe axiale de întindere n_θ – fig. 11.7a);

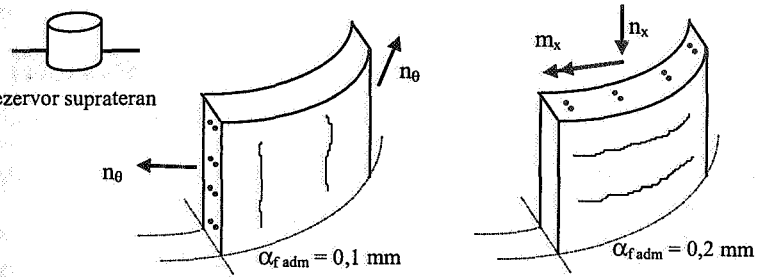
  $\alpha_{f\,adm} = 0{,}2$ mm, în restul cazurilor (de exemplu, verificarea în secțiunile orizontale ale pereților rezervoarelor cilindrice pentru depozitarea apei, aceste secțiuni fiind supuse la acțiunea unei forțe axiale de compresiune nx și a unui moment încovoietor m_x – fig. 11.7b);

- pentru alte elemente:

  $\alpha_{f\,adm} = 0{,}1$ mm, dacă sunt supuse unui mediu agresiv;

  $\alpha_{f\,adm} = 0{,}2$ mm dacă sunt expuse direct (neprotejate) acțiunii intemperiilor;

  $\alpha_{f\,adm} = 0{,}3$ mm, în restul cazurilor.



a) secțiune complet fisurată **b)** secțiune cu zonă comprimată

Fig. 11.7. Condiții de verificare a deschiderii fisurilor la pereții rezervoarelor cilindrice din beton armat

11.4.1. Controlul fisurării prin calcul

În cazul fisurilor normale, starea limită de fisurare este satisfăcută atunci când:

$$\alpha_f \le \alpha_{f\,adm} \qquad (11.14)$$

unde α_f este deschiderea medie a fisurilor determinată cu relația (11.6); în cazul elementelor cu procente de armare mici (sub 0,3% în cazul încovoierii, respectiv sub 0,4% în cazul întinderii) se ia în considerare cea mai mare valoare dintre cele calculate cu relațiile (11.6) și (11.12).

În cazul fisurilor înclinate, starea limită de fisurare este satisfăcută atunci când:

$$\alpha_{fi} \le \alpha_{f\,adm} \tag{11.15}$$

în care α_{fi} este deschiderea medie a fisurilor înclinate determinată cu relația (11.13).

11.4.2. Controlul simplificat al fisurării

Conform experienței acumulate, în cazul elementelor curente, la care dimensionarea (calculul și alcătuirea) la starea limită de rezistență este corect efectuată, verificarea deschiderii fisurilor este întotdeauna satisfăcută. Având în vedere această constatare, desprinsă din practica curentă, STAS 10107/0-90 acceptă să nu se efectueze calculul de verificare a deschiderii fisurilor dacă sunt îndeplinite anumite condiții.

Nu este necesară verificarea deschiderii *fisurilor normale*, pentru elementele realizate cu armături din oțel OB37, PC52 și PC60, dacă este satisfăcută condiția:

$$p_t/d \ge (p_t/d)_{min} \tag{11.16}$$

în care valorile minime ale raportului p_t/d sunt date în anexa 23 în funcție de tipul armăturii, natura solicitării și $\alpha_{f\,adm}$.

Relația (11.14) pusă sub forma:

$$\left[2(c+0{,}1s)+A\frac{d}{p_t}\right]\psi\frac{\sigma_a}{E_a} \le \alpha_{f\,adm}$$

permite determinarea valorilor minime ale raportului p_t/d.

Valorile $(p_t/d)_{min}$ din anexa 23 au fost calculate având în vedere mărimi acoperitoare uzuale pentru parametrii ce intervin în relația de mai sus.

Pentru plăcile armate cu plase sudate din STNB, la care $\alpha_{f\,adm} = 0{,}3$ mm, nu este necesară verificarea prin calcul a deschiderii fisurilor normale dacă sunt satisfăcute condițiile din anexa 24.

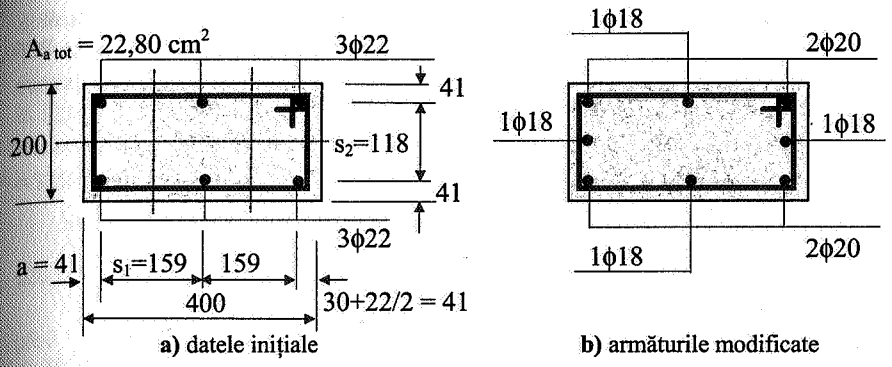
În cazul *fisurilor înclinate* nu este necesară verificarea prin calcul a stării limită de fisurare dacă $\alpha_{f\,adm} = 0{,}3$ mm sau când $\alpha_{f\,adm} = 0{,}2$ mm și $\overline{Q} = Q^E/bh_0R_t \le 1{,}5$.

Aplicația numerică 11.1. *Verificarea deschiderii fisurilor pentru un element întins centric*

Se cere verificarea la starea limită de deschidere a fisurilor a unui tirant expus direct intemperiilor mediului ($\alpha_{f\,adm} = 0{,}2$ mm), pentru care caracteristicile secțiunii sunt prezentate în figura Apl.11.1a. Efortul axial de întindere este caracterizat de valorile $N^E = 600$ kN, respectiv $N^E_{ld} = 420$ kN. Calitatea materialelor folosite: C16/20 ($R_{tk} = 1{,}43$ N/mm^2) și PC 60 ($R_a = 350$ N/mm^2; $E_a = 210000$ N/mm^2).

Din tabelul 13.3 se obține grosimea stratului de acoperire cu beton $c = 30$ mm.

Distanța de la centrul de greutate al armăturii până la marginea secțiunii de beton este: $a = c + d/2 = 30 + 22/2 = 41$ mm.



a) datele inițiale **b)** armăturile modificate

Fig. Apl. 11.1.

Aria de înglobare A_{bt} poate fi obținută având în vedere prevederile din figura 11.4, prevederi care necesită cunoașterea valorii $7{,}5d = 7{,}5 \cdot 22 = 165$ mm. Deoarece $7{,}5d = 165\text{mm} > s_1/2 = 79{,}5$ mm, respectiv $7{,}5d = 165$ mm $> s_2/2 = 59$ mm, rezultă că ariile individuale s-ar suprapune pe ambele direcții ale secțiunii. Având în vedere acest lucru rezultă că, pentru acest caz, $A_{bt} = bh = 200 \cdot 400 = 80000$ mm^2. În figura Apl.11.1 s-au delimitat ariile de înglobare individuale, determinate de jumătatea distanței dintre armături.

$$p_t = 100\frac{A_{a\,tot}}{A_{bt}} = 100\frac{2280}{80000} = 2{,}85\%$$

Controlul simplificat al fisurării

$p_t/d = 2{,}85/22 = 0{,}130$

Având în vedere tipul de oțel folosit – PC60, deschiderea admisă a fisurilor – $\alpha_{f\,adm} = 0{,}2$ mm și tipul de solicitare al elementului – întindere centrică, din anexa 23 rezultă $(p_t/d)_{min} = 0{,}208$. Deoarece $p_t/d = 0{,}130 < (p_t/d)_{min} = 0{,}208$, rezultă că este necesar un calcul detaliat.

Controlul fisurării prin calcul

$\nu = N^E_{ld}/N^E = 420/600 = 0{,}7$

Efortul unitar în armătură în cazul întinderii centrice este:

$$\sigma_a = \frac{N^E}{A_{a\,tot}} = \frac{600000}{2280} = 263 \text{ N/mm}^2 \ (= 0{,}75R_a)$$

Calculul *distanței dintre fisuri* necesită stabilirea distanței dintre armături, pentru evaluare căreia se are în vedere prevederea din figura 11.3:

$s = max\,(s_1; s_2) = max\,(159; 118) = 159$ mm

În funcție de tipul armăturii și natura solicitării, din anexa 21 rezultă coeficientul $A = 10$.

$$\lambda_f = 2(c+0{,}1s)+A\frac{d}{p_t} = 2(30+0{,}1\cdot 159)+10\frac{22}{2{,}85} = 169 \text{ mm} - \text{conf. rel. (11.2)}$$

GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL BUCUREȘTI

Deschiderea fisurilor

Indicele de conlucrare ψ se determină din anexa 22. În funcție de tipul armăturii – PC60, coeficientul $\nu = 0,7$ și procentul de armare $p_t = 2,83\%$, rezultă $\psi = 1,0$.

Conform relației (11.6), se calculează deschiderea medie a fisurilor:

$$\alpha_f = \lambda_f \psi \frac{\sigma_a}{E_a} = 169 \cdot 1,0 \frac{263}{210000} = 0,211 \text{ mm} > \alpha_{f\,adm} = 0,2 \text{ mm}$$

Deoarece starea limită de fisurare nu este satisfăcută, sunt posibile două variante.

Varianta **1** - modificarea diametrului armăturilor

Se modifică armarea inițială prin reducerea diametrelor barelor:

$4\phi18 + 4\phi20$ ($10,16 + 12,56 = 22,72$ cm^2) $\cong 6\phi22$ ($22,80$ cm^2).

Noua dispunere a armături este prezentată în figura Apl.11.1b, pentru care rezultă

$s_1 = 160$ mm, $s_2 = 120/2 = 60$ mm,

respectiv $s = max\,(s_1; s_2) = max\,(160; 60) = 160$ mm.

Deoarece, în acest caz, aria totală de armătură rămâne practic neschimbată, efortul unitar în armătură nu trebuie recalculat.

Barele au diametre diferite, deci se apelează la relația (11.3):

$$\frac{d}{p_t} = \frac{A_{bt}}{25\Sigma\pi d} = \frac{80000}{25\pi(4 \cdot 18 + 4 \cdot 20)} = 6,7$$

$$\lambda_f = 2(30 + 0,1 \cdot 160) + 10 \cdot 6,7 = 159 \text{ mm} \quad \text{– conform relației (11.2)}$$

Se menține aceeași valoare pentru indicele de conlucrare $\psi = 1,0$, iar din relația (11.6) se calculează:

$$\alpha_f = 159 \cdot 1,0 \frac{263}{210000} = 0,199 \text{ mm} \cong \alpha_{f\,adm}$$

Varianta **2** - calculul detaliat al indicelui de conlucrare ψ

Pentru varianta inițială de armare, se efectuează un calcul detaliat al indicelui de conlucrare ψ cu relația (11.8).

Pentru armăturile din oțel PC, rezultă coeficientul $\beta = 0,5$.

$$\psi = 1 - \beta(1 - 0,5\nu)\frac{A_{bt} R_{tk}}{A_a \sigma_a} = = 1 - 0,5(1 - 0,5 \cdot 0,7)\frac{80000 \cdot 1,43}{2280 \cdot 263} = 0,938$$

Deoarece $\frac{A_{bt} R_{tk}}{A_a \sigma_a} = 0,191 < 1$, valoarea lui ψ este corectă.

Conform calculelor anterioare $\lambda_f = 169$ mm.

Din relația (11.8) rezultă deschiderea medie a fisurilor:

$$\alpha_f = \lambda_f \psi \frac{\sigma_a}{E_a} = 169 \cdot 0,938 \frac{263}{210000} = 0,199 \text{ mm}$$

Deoarece, în ambele variante de calcul, procentul de armare (2,83%) este mai mare decât 0,3% nu este necesar calculul deschiderii fisurii și cu relația (11.12).

Starea limită de fisurare este satisfăcută deoarece, în ambele variante tratate anterior:

$\alpha_f = 0,199$ mm $\cong \alpha_{f\,adm} = 0,20$ mm.

Aplicația numerică 11.2. *Verificarea deschiderii fisurilor pentru un element încovoiat*

Se cere verificarea la starea limită de deschidere a fisurilor a unei grinzi aflată în condiții normale de exploatare ($\alpha_{f\,adm} = 0,3$ mm), pentru care caracteristicile secțiunii sunt prezentate în figura Apl.11.2.1. Efortul de încovoiere este caracterizat de valorile $M^E = 145$ kNm, respectiv $M^E_{ld} = 103$ kNm. Calitatea materialelor folosite: C25/30 ($R_{tk} = 1,86$ N/mm^2; $E_b = 32500$ N/mm^2; $\overline{\varphi} = 2,7$) și PC 52 ($R_a = 300$ N/mm^2; $E_a = 210000$ N/mm^2).

Grosimea stratului de acoperire cu beton rezultă din tabelul 13.3: $c = 25$ mm.

Aria de înglobare se obține pe baza prevederilor figurii 11.4 și a valorii $7,5d$, care pentru $\phi20$ înseamnă 150mm, respectiv 165 mm pentru $\phi22$.

Deoarece $s/2 < 7,5d$, ariile de înglobare individuale se pot extinde pe orizontală numai până la mijlocul distanței dintre bare (fig. Apl.11.2.2). Pe verticală extinderea se poate face cu $7,5d$.

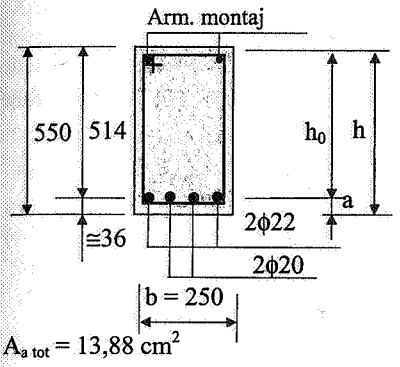


Fig. Apl.11.2.1. Secțiunea transversală

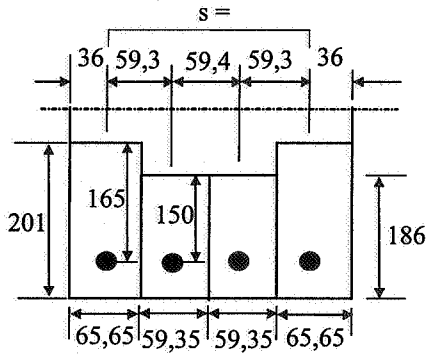


Fig. Apl.11.2.2. Aria de înglobare

Ariile de înglobare individuale ale armăturilor sunt:

- pentru armăturile din colțuri $(36 + 59,3/2) \cdot (36 + 7,5 \cdot 22) = 65,65 \cdot 201 = 13196$ mm^2
- pentru armăturile intermediare $(59,3/2 + 59,4/2) \cdot (36 + 7,5 \cdot 20) = 59,35 \cdot 186 = 11039$ mm^2

Suma acestor arii individuale este:

$2(13196 + 11039) = 48470$ mm^2 $< 250 \cdot 550/2 = 68750$ mm^2, deci $A_{bt} = 48470$ mm^2

Controlul simplificat al fisurării

Verificarea condiției $p_t/d \geq (p_t/d)_{min}$ nu poate fi făcută în mod direct deoarece barele au diametre diferite. De aceea, în baza relației (11.3), raportul p_t/d se calculează în mod indirect după cum urmează:

$$\frac{p_t}{d} = \frac{25\Sigma\pi d}{A_{bt}} = \frac{25 \cdot \pi \cdot (2 \cdot 22 + 2 \cdot 20)}{48470} = 0,136$$

Având în vedere tipul de oțel folosit – PC52, deschiderea admisă a fisurilor – $\alpha_{f\,adm} = 0,3$ mm și tipul de solicitare al elementului – încovoiere, din anexa 23 rezultă $(p_t/d)_{min} = 0,043$. Se constată că $p_t/d = 0,136 > (p_t/d)_{min} = 0,043$, ceea ce înseamnă că nu este necesară verificarea prin calcul la starea limită de fisurare, totuși aceasta se face în mod ilustrativ.

Controlul fisurării prin calcul

$$\nu = M_{ld}^E / M^E = 103/145 = 0{,}714$$

Calculul efortului unitar în armătură - conform punctului 4.2.2.2

$$E_b' = \frac{0{,}8}{1+0{,}5\nu\overline{\varphi}} E_b = \frac{0{,}8}{1+0{,}5\cdot 0{,}714\cdot 2{,}7} 32500 = 13239 \text{ N/mm}^2$$

$$n_e' = \frac{E_a}{E_b'} = \frac{210000}{13239} = 15{,}86$$

Poziția axei neutre rezultă din relația (4.10), având în vedere că $A_a' = 0$:

$$0{,}5bx^2 - n_e A_a (h_o - x) = 0{,}5 \cdot 250x^2 - 15{,}86 \cdot 1388 (514 - x) = 0$$

Din rezolvarea ecuației de mai sus rezultă $x = 225$ mm
Momentul de inerție al secțiunii ideale omogene de beton este:

$$I_i = \frac{bx^3}{3} + n_e A_a (h_0 - x)^2 = \frac{250 \cdot 225^3}{3} + 15{,}86 \cdot 1388 \ (514-225)^2 = 278782 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_a = n_e' \frac{M^E}{I_i}(h_0 - x) = 15{,}86 \frac{145 \cdot 10^6}{278782 \cdot 10^4}(514 - 225) = 238{,}4 \text{ N/mm}^2 \ (= 0{,}79 R_a)$$

Distanța dintre fisuri - conform relației (11.2), modificată cu relația (11.3)
În funcție de tipul armăturii și natura solicitării, din anexa 21 se obține $A = 6{,}5$.

$$\lambda_f = 2(c + 0{,}1s) + A\frac{A_{bt}}{25\Sigma\pi d} = 2(25 + 0{,}1 \cdot 59{,}4) + 6{,}5\frac{1}{0{,}136} = 109{,}6 \text{ mm}$$

Deschiderea fisurilor - conform relației (11.8)
Pentru armăturile din oțel PC, rezultă coeficientul $\beta = 0{,}5$.

$$\psi = 1 - \beta(1 - 0{,}5\nu)\frac{A_{bt} R_{tk}}{A_a \sigma_a} = 1 - 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}5 \cdot 0{,}714)\frac{48470 \cdot 1{,}86}{1388 \cdot 238{,}4} = 0{,}912$$

Deoarece $\frac{A_{bt} R_{tk}}{A_a \sigma_a} = 0{,}272 < 1$, valoarea lui ψ este corectă.

$$\alpha_f = \lambda_f \psi \frac{\sigma_a}{E_a} = 109{,}5 \cdot 0{,}912 \frac{238{,}4}{210000} = 0{,}113 \text{ mm}$$

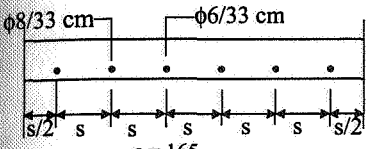
Deoarece $p = 100 A_c / bh_0 = 100 \cdot 1388 / 250 \cdot 514 = 1{,}08\ \% > 0{,}3\ \%$ nu este necesar calculul deschiderii fisurii și cu relația (11.12).

Starea limită de fisurare este satisfăcută deoarece $\alpha_f = 0{,}113$ mm $< \alpha_{f\,adm} = 0{,}30$ mm.

Aplicația numerică 11.3. *Verificarea deschiderii fisurilor pentru o placă încovoiată*

Se cere verificarea la starea limită de deschidere a fisurilor pentru o placă aflată în condiții normale de exploatare ($\alpha_{f\,adm} = 0{,}3$ mm), de grosime $h_p = 80$ mm și pentru care există două variante de armare (fig. Apl.11.3). Calitatea materialelor: C16/20 ($R_{tk} = 1{,}43$ N/mm^2; $E_b = 27000$ N/mm^2; $\overline{\varphi} = 3{,}0$); PC52 ($R_a = 300$ N/mm^2; $E_a = 210000$ N/mm^2); STNB ($R_a = 370$ N/mm^2; $E_a = 200000$ N/mm^2). Raportul $\nu = q_{ld}^E / q^E$ este egal cu 0,7.

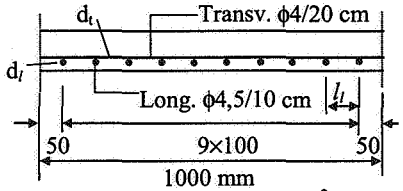
Varianta 1 - PC52



nr. total de bare = 1000/s = 6,06 bare/m

$A_{a\,nec}/A_{a\,ef} = 1{,}96/2{,}38$ cm^2/m

Varianta 2 - STNB plasă 123 GR 159



$A_{a\,nec}/A_{a\,ef} = 1{,}46/1{,}59$ cm^2/m

Fig. Apl.11.3.

Conform tabelului 13.3, grosimea stratul de acoperire cu beton $c = 10$ mm.

Varianta 1 de armare

Aria de înglobare se obține pe baza prevederilor figurii 11.4 și a valorii 7,5*d*, care pentru ϕ6 înseamnă 45 mm, respectiv 60 mm pentru ϕ8. Deoarece $s/2 = 82{,}5$ mm $> 7{,}5d$, ariile de înglobare individuale nu sunt în contact unele cu altele. Pe verticală extinderea se face cu 7,5*d*. În aceste condiții dimensiunile ariei individuale se calculează cu relația:

$$(s_{orizontală}) \cdot (s_{verticală}) = (2 \cdot 7{,}5d) \cdot (c + d/2 + 7{,}5d)$$

Ariile de înglobare individuale ale armăturilor sunt:

- pentru bara ϕ6: $90 \cdot (10 + 6/2 + 7{,}5 \cdot 6) = 5220$ mm^2
- pentru bara ϕ8: $120 \cdot (10 + 8/2 + 7{,}5 \cdot 8) = 8880$ mm^2

Suma acestor arii inviduale, pentru barele ϕ6 și ϕ8, al căror număr pe o lățime de 1 metru este: $1000 : 33 = 3{,}03$ bare, adică 3,03ϕ6 și 3,03ϕ8, este:

$$3{,}03 \cdot 5220 + 3{,}03 \cdot 8880 = 42723 \text{ mm}^2 > bh/2 = 1000 \cdot 80/2 = 40000 \text{ mm}^2,$$

deci $A_{bt} = 40000$ mm^2

Controlul simplificat al fisurării

Verificarea condiției $p_t/d \geq (p_t/d)_{min}$ nu poate fi făcută în mod direct, deoarece barele au diametre diferite. De aceea, în baza relației (11.3), raportul p_t/d se calculează în mod indirect după cum urmează:

$$\frac{p_t}{d} = \frac{25\Sigma\pi d}{A_{bt}} = \frac{25 \cdot \pi \cdot (3{,}03 \cdot 6 + 3{,}03 \cdot 8)}{40000} = 0{,}083$$

Având în vedere tipul de oțel folosit – PC52, deschiderea admisă a fisurilor – $\alpha_{f\,min} = 0{,}3$ mm și tipul de solicitare al elementului – încovoiere, din anexa 23 rezultă $(p_t/d)_{min} = 0{,}043$. Se constată că $p_t/d = 0{,}083 > (p_t/d)_{min} = 0{,}043$, ceea ce înseamnă că nu este necesară verificarea prin calcul la starea limită de fisurare, care se face totuși în mod ilustrativ.

Controlul fisurării prin calcul

Efortul unitar în armătură

În cazul plăcilor, calculul efortului unitar în armătură cu relația (11.9) prezintă suficientă exactitate:

$$\sigma_a \cong 0{,}85 R_a \frac{A_{a\,nec}}{A_{a\,ef}} = 0{,}85 \cdot 300 \frac{196{,}3}{238} = 210 \text{ N/mm}^2$$

Distanța dintre fisuri - conform relației (11.2), corectată cu relația (11.3)
În funcție de tipul armăturii și natura solicitării, din anexa 21 se obține A = 6,5.

$$\lambda_f = 2(c+0{,}1s)+A\frac{A_{bt}}{25\Sigma\pi d} = 2\cdot(10+0{,}1\cdot 165)+6{,}5\frac{1}{0{,}083} = 131 \text{ mm}$$

Deschiderea fisurilor - conform relației (11.8)
Indicele de conlucrare al armăturii cu betonul întins dintre fisuri se determină în mod simplificat din anexa 22. În funcție de calitatea armăturii – PC52, $v > 0{,}7$ și $p_t = 100A_a/A_{bt} =$ $= 100\cdot 238/40000 = 0{,}595\%$, rezultă $\psi = 0{,}88$.

$$\alpha_f = \lambda_f \psi \frac{\sigma_a}{E_a} = 131\cdot 0{,}88\frac{210}{210000} = 0{,}115 \text{ mm}$$

Deoarece $p = 100A_a/bh_0 = 100\cdot 238/1000\cdot 66{,}5 = 0{,}358\ \% > 0{,}3\%$ nu este necesar calculul deschiderii fisurii și cu relația (11.12).
Starea limită de fisurare este satisfăcută deoarece $\alpha_f = 0{,}118$ mm $< \alpha_{f\,adm} = 0{,}30$ mm.

Varianta 2 de armare

Controlul simplificat al fisurării

Plasa sudată 123GR159 este caracterizată prin distanța între axele armăturilor longitudinale $l_l = 100$ mm, diametrul armăturilor longitudinale $d_l = 4{,}5$ mm $< 7{,}1$ mm, distanța între axele armăturilor transversale $l_t = 200$ mm și diametrul armăturilor transversale $d_t = 4$ mm $> 3{,}5$ mm. Având în vedere cele de mai sus, condiția de limitare a fisurilor la valoarea $\alpha_{f\,adm} = 0{,}3$ mm și grosimea plăcii $h_p = 80$ mm < 100 mm, din anexa 24 rezultă că nu este necesar un control al fisurării prin calcul. În mod ilustrativ se face și verificarea prin calcul a stării limită de fisurare.

Controlul fisurării prin calcul

Efortul unitar în armătură - conform relației (11.9)

$$\sigma_a \cong 0{,}85R_a\frac{A_{a\,nec.}}{A_{a\,ef}} = 0{,}85\cdot 370\frac{146}{159} = 272 \text{ N/mm}^2\ (= 0{,}74R_a)$$

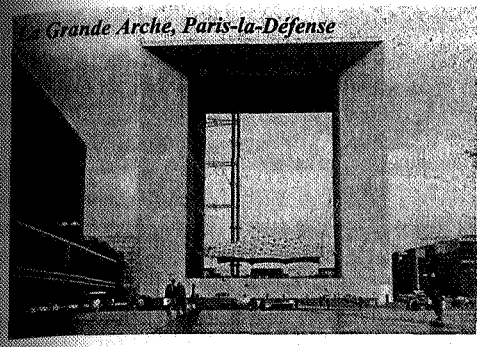
Distanța dintre fisuri - conform relației (11.4)
Deoarece $l_l = 100$ mm $< 30d_t = 30\cdot 4 = 120$ mm, se calculează raportul:

$$\frac{h_p}{30d_t} = \frac{80}{30\cdot 4} = 0{,}67 .$$

Numărul întreg care satisface relația (11.4a) este $n_t = 1$, deci:
$\lambda_f = n_t l_t = 1\cdot 200 = 200$ mm.
Deschiderea fisurilor - conform relației (11.8)
Deoarece dubla condiție $n_t \geq 2$ și $v \leq 0{,}5$ nu este respectată, rezultă $\psi = 1$.

$$\alpha_f = \lambda_f \psi \frac{\sigma_a}{E_a} = 200\cdot 1{,}0\frac{272}{200000} = 0{,}272 \text{ mm}$$

Starea limită de fisurare este satisfăcută, deoarece $\alpha_f = 0{,}272$ mm $< \alpha_{f\,adm} = 0{,}30$ mm.


La Grande Arche, Paris-la-Défense

12

CALCULUL DEFORMAȚIILOR

12.1. NECESITATEA VERIFICĂRII DEFORMAȚIILOR

Printre cerințele metodei stărilor limită se află și cea referitoare la asigurarea unei rigidități corespunzătoare a elementelor structurale. Rigiditatea este o mărime abstractă greu de cuantificat și, în consecință, este dificilă stabilirea unor valori limită adecvate. Din această cauză, asigurarea unei rigidități corespunzătoare se face indirect prin verificarea deformațiilor elementului deoarece urmărirea construcțiilor în exploatare a permis stabilirea unor valori limită admisibile.

Verificarea deformațiilor se face prin menținerea acestora sub anumite limite, care se aleg având în vedere o serie de criterii.

Deoarece pentru cele mai multe tipuri de structuri fracțiunea de scurtă durată reprezintă o parte relativ mică din totalul acțiunilor, se consideră rezonabil ca verificarea la starea limită de deformații să se efectueze numai sub efectul fracțiunii de lungă durată a încărcărilor de exploatare.

Este de subliniat faptul că deformarea cofrajului sub efectul greutății betonului proaspăt poate crea senzația nemulțumitoare a existenței unor deformații semnificative.

În cazul elementelor încovoiate, *criteriile psihologice* sunt un element important în stabilirea valorii limită a deformațiilor, deoarece deformațiile excesive pot cauza neliniștea utilizatorilor spațiului respectiv, deși siguranța elementului nu este afectată. Se apreciază că săgețile mai mici decât a 250-a parte din deschiderea elementului ($f < L/250$) nu vor atrage atenția oamenilor. Mărimea săgeților trebuie analizată în comparație cu linia care unește reazemele elementului. Dacă sunt așteptate săgeți mai mari decât $L/250$ și nu există alte posibilități de limitare a deformațiilor, este recomandabil ca elementul să se realizeze cu o contrasăgeată. Dacă elementul nu este vizibil pe toată lungimea, împreună cu reazemele sale, este posibilă o relaxare a condiției limită.

Deformaţiile exagerate pot cauza *deficienţe în exploatarea structurii* în diferite feluri, aşa cum ar fi în cazul grinzilor care susţin porţile glisante de dimensiuni mari la unele tipuri de hale industriale, al grinzilor căilor de rulare ale podurilor rulante sau al grinzilor de fundaţie ale macaralelor pe şine. În asemenea situaţii, proiectantul trebuie să obţină informaţiile necesare referitoare la valoarea maximă a săgeţilor, a forţelor pe care le aduce utilajul respectiv etc.

Deteriorarea pereţilor despărţitori constituie unul dintre cele mai frecvente efecte negative pe care îl pot produce săgeţile excesive ale elementelor încovoiate. Deoarece există o serie întreagă de factori de care depinde acest fenomen, este foarte dificil să se stabilească limita de la care se poate evita deteriorarea pereţilor despărţitori. În general, normele internaţionale de calcul recomandă valori limită ale săgeţilor în intervalul $L/300 \ldots L/500$.

Este important de subliniat că pentru protecţia pereţilor despărţitori şi a altor tipuri de finisaje se va lua în considerare numai creşterea săgeţii după realizarea acestor elemente, inclusiv efectul curgerii lente a betonului.

Controlul vibraţiilor este necesar pentru a evita disconfortul oamenilor sau deranjarea unor aparate sensibile. Obişnuit, se iau în considerare numai sursele de vibraţii de pe planşeu sau din imediata vecinătate a acestuia. Influenţa altor surse de vibraţii, cum ar fi cele produse de circulaţia vehiculelor sau de unele utilaje grele de pe planşee, ar putea fi diminuată prin procedee speciale de izolare. Cel mai des se verifică efectul vibraţiilor produse de paşii oamenilor, într-o anumită plajă de frecvenţă, sau cele produse de căderea unui obiect greu. În cele ce urmează se tratează numai deformaţiile sub încărcări statice.

Pentru calculul deformaţiilor elementelor din beton armat se folosesc modulii de rigiditate EI, care ţin cont de comportarea elementului în stadiul II de exploatare, atât sub efectul încărcărilor de lungă durată (EI_d), cât şi sub al celor de scurtă durată (EI_s).

Calculul la starea limită de deformaţii implică determinarea valorii săgeţii f, sau a unei părţi a acesteia Δf, în stadiul de exploatare şi compararea cu valorile admise. În conformitate cu STAS 10107/0-90, verificarea la starea limită de deformaţii se face cu luarea în considerare a intensităţilor de exploatare ale acţiunilor permanente, cvasi-permanente şi variabile de lungă durată, în conformitate cu relaţia (5.27) din tabelul 5.4.

12.2. MODULUL DE RIGIDITATE

Modelul de calcul pentru evaluarea rigidităţii elementelor solicitate la încovoiere cu forţă axială în stadiul II de exploatare este prezentat în figura 12.1. Astfel, în cazul general al elementelor solicitate la încovoiere cu forţă axială, modulul de rigiditate se determină pornind de la legea de variaţie a curburii elementului $M - \phi$:

$$\phi = \frac{1}{\rho} = \frac{M^{II}}{EI} \tag{12.1}$$

în care ρ este raza de curbură, $\phi = 1/\rho$ reprezentând curbura fibrei medii deformate.

Din relaţia (12.1) rezultă:

$$EI = \frac{M^{II}}{1/\rho} \tag{12.2}$$

în care M^{II} este momentul încovoietor în stadiul II de exploatare.

Pe baza deformatei fibrei medii (fig. 12.1), se poate scrie:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_b}{x} \tag{12.3}$$

Având în vedere că $\varepsilon_b = \sigma_{b\,max}/E'_b$, relaţia (12.3) se scrie sub forma:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_{b\,max}}{xE'_b} \tag{12.4}$$

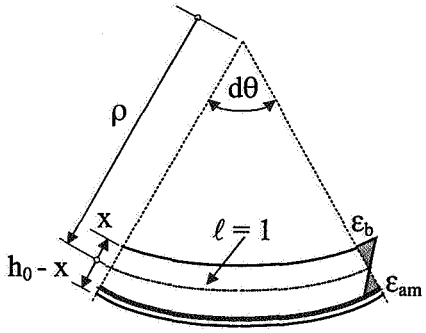


Fig. 12.1. Deformare din încovoiere

Înlocuind curbura medie dată de relaţia (12.4) în relaţia (12.2), se obţine următoarea expresie de calcul a modulului de rigiditate:

$$EI = \frac{M^{II} x E'_b}{\sigma_{b\,max}} \tag{12.5}$$

în care înălţimea zonei comprimate x şi efortul unitar de compresiune în beton $\sigma_{b\,max}$ se determină în stadiul II de exploatare, conform punctului 4.2.2.2.

Modulul de deformaţie al betonului cu agregate obişnuite E'_b se determină cu relaţia (4.3a):

$$E'_b = \frac{0{,}8}{1 + 0{,}5\nu\overline{\varphi}} E_b$$

Modulul de rigiditate are valori particulare în funcţie de durata încărcării, după cum urmează:

- EI_d pentru evaluarea deformaţiilor sub efectul încărcărilor de lungă durată, atunci când intervine fenomenul de curgere lentă; în acest caz modulul de deformaţie al betonului E'_b, necesar în relaţia (12.5) se determină cu relaţia (4.3a) pe baza valorilor $\nu = M^E_{ld}/M^E$ şi $\overline{\varphi}$;
- EI_s pentru evaluarea deformaţiilor sub efectul încărcărilor de scurtă durată, atunci când nu intervine fenomenul de curgere lentă; valoarea E'_b se determină cu relaţia (4.3a) considerând $\overline{\varphi} = 0$.

Momentul încovoietor M^{II} poate avea următoarele valori:

– M^{E}_{ld}, dacă se calculează săgeata sub efectul încărcării de lungă durată;

– M^{E}, dacă se calculează săgeata sub efectul încărcării totale de exploatare.

În cazul elementelor din beton armat solicitate la încovoiere, STAS 10107/0-90 permite utilizarea relației:

$$EI = E'_b I_{bi} \tag{12.6}$$

în care I_{bi} este momentul de inerție al secțiunii ideale de beton, calculat cu relația (4.8).

În cazul elementelor solicitate preponderent la compresiune (secțiunea transversală comprimată în întregime), în calculul deformațiilor axiale modulul de rigiditate axial EA are valoarea:

$$EA = E'_b A_b + E_a A_a \tag{12.7}$$

În cazul elementelor solicitate preponderent la întindere (secțiunea transversală fisurată în întregime), determinarea modulului de rigiditate axial EA se face cu luarea în considerare a deformației specifice medii ε_{am} a armăturii.

În aceste condiții, alungirea unui element supus la întindere, în stadiul II de exploatare, este:

$$\Delta l = \varepsilon_{am} l = \psi \varepsilon_a l = \psi \frac{\sigma_a}{E_a} l = \psi \frac{N^{II} l}{E_a A_a} = \frac{N^{II} l}{EA}$$

de unde rezultă:

$$EA = \frac{E_a A_a}{\psi} \tag{12.8}$$

În relația de mai sus, indicele de conlucrare al betonului cu armătura longitudinală ψ se determină cu relația (11.8) sau cu ajutorul anexei 22.

12.3. CALCULUL SĂGEȚILOR ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE

Se admite ca săgețile să fie determinate după regulile structurilor omogene, elastice, introducând pentru modulul de rigiditate EI valorile calculate la punctul 12.2.

Săgeata elementelor încovoiate în stadiul II de exploatare se obține prin dubla integrare a ecuației fibrei medii deformate a elementului:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = \phi = -\frac{M^{II}}{EI}$$

Acest procedeu este dificil de aplicat, chiar dacă secțiunea transversală este constantă, deoarece rigiditatea elementului este variabilă din cauza fisurării betonului (fig.12.2).

În calculul săgeților se admit următoarele simplificări, pentru a ține seama de variabilitatea rigidității în lungul elementului:

- pentru grinzile și plăcile simplu rezemate și în mod general pentru porțiunile de element cu moment încovoietor de același semn, modulul de rigiditate EI se poate considera

constant; pentru porțiunea respectivă se ia în considerare valoarea corespunzătoare celei mai solicitate secțiunii (fig. 12.2);

- la elementele cu continuitate, la care valorile modulului de rigiditate calculat pentru zonele pozitive și negative ale diagramei de moment încovoietor (EI_p, respectiv EI_n) diferă cu cel mult 50%, se acceptă să se ia în calcule o valoare unică:

$$EI = (EI_p + EI_n)/2$$

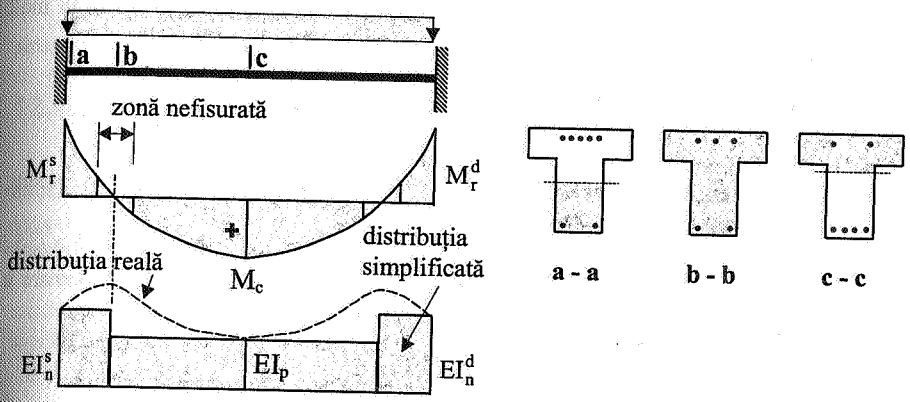


Fig. 12.2. Variabilitatea rigidității elementelor încovoiate

În cazul grinzilor simplu rezemate sau al consolelor, săgeata maximă se determină cu relația:

$$f_{max} = S \frac{M_{max}}{EI} L^2 \tag{12.9}$$

unde S este un coeficient ce depinde de tipul încărcării și modul de rezemare (fig. 12.3).

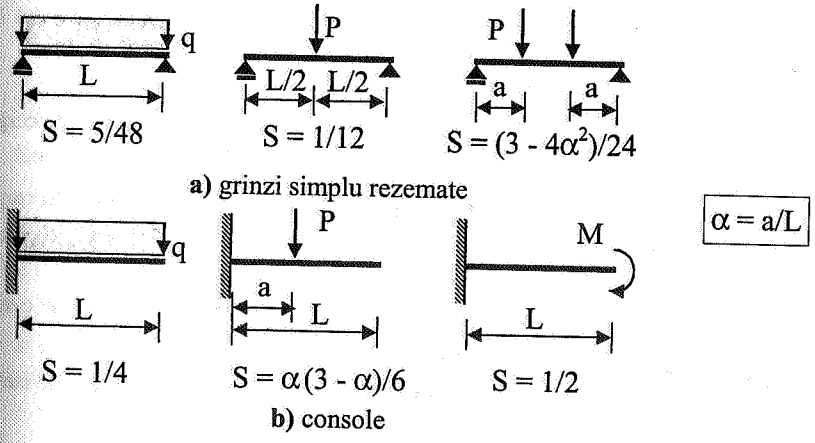


Fig. 12.3. Valorile coeficientului *S*

Pentru barele drepte ale sistemelor static nedeterminate sau static determinate cu încărcări care nu se regăsesc în figura 12.3, săgeata se poate determina cu relaţia Maxwell-Mohr:

$$f = \int_0^L \frac{mM}{EI}\,ds \tag{12.10}$$

utilizând procedeul Vereşceaghin de integrare sau metoda grinzilor conjugate.

Săgeata în oricare deschidere a elementelor cu continuitate poate fi evaluată în mod aproximativ cu relaţia [124]:

$$f = \left[S\frac{M_c}{EI_p} - 0{,}5\left(\frac{M_r^s}{EI_n^s} + \frac{M_r^d}{EI_n^d}\right)\left(\frac{1}{8} - S\right)\right]L^2$$

în care coeficientul S se obţine din figura 12.3, semnificaţia momentelor încovoietoare, luate în valori absolute, fiind cea care rezultă din figura 12.2.

În cazul grinzilor cu inimă zveltă solicitate la forţe tăietoare mari şi când $h > L/5$, deformaţiile de forfecare pot avea o influenţă semnificativă. În acest caz, o aproximare a acestei influenţe se poate face prin amplificarea săgeţii f cu coeficientul [124]:

$$1 + \frac{1{,}5}{S}\left(\frac{h}{L}\right)^2$$

cu S conform figurii 12.3.

12.4. CRITERII PENTRU CONTROLUL DEFORMAŢIILOR

În conformitate cu STAS 10107/0-90, calculul la starea limită de deformaţii constă în verificarea valorii săgeţii f sau a unei părţi a acesteia Δf, în stadiul II de exploatare, astfel ca să nu depăşească valorile admise, stabilite în funcţie de deschiderea elementului L şi destinaţia acestuia, conform condiţiilor din tabelul 12.1 [31].

Semnificaţia termenilor din tabelul 12.1 este următoarea:

$f_{ld}\left(q_{ld}^E\right)$ este săgeata de lungă durată (cu luarea în considerare a deformaţiilor de curgere lentă) din încărcarea de exploatare de lungă durată;

$f_{sd}\left(q_1^E\right)$ – săgeata de scurtă durată (fără luarea în considerare a deformaţiilor de curgere lentă) din încărcarea de exploatare care acţionează înainte de executarea elementelor nestructurale;

$f_{sd}\left(q_{ld}^E\right)$ – săgeata de scurtă durată (fără luarea în considerare a deformaţiilor de curgere lentă) din încărcarea de exploatare de lungă durată;

$f_{sd}\left(p^E\right)$ – săgeata de scurtă durată (fără luarea în considerare a deformaţiilor de curgere lentă) din încărcarea utilă produsă de aglomeraţie de oameni;

$f_{sd}\left(q^o\right)$ – săgeata totală din încărcările considerate în calculul la oboseală;

q^E – încărcarea totală de exploatare;

q_{ld}^E – încărcarea de exploatare de lungă durată;

q_1^E – fracţiunea din încărcarea totală de exploatare q^E care se aplică înainte de executarea elementelor nestructurale;

q^o – încărcările considerate în calculul la oboseală.

Explicarea condiţiilor de verificarea din tabelul 12.1, în funcţie de destinaţia elementelor structurale, pentru cazuri trei particulare, este prezentată în paragrafele următoare.

12.4.1. Planşee curente

În cazul planşeelor curente, care susţin sau sunt în contact cu pereţi despărţitori sau alte elemente nestructurale sensibile la deformaţii excesive, se cere verificarea acelei părţi din săgeată Δf care se dezvoltă după realizarea elementului structural analizat, inclusiv sub efectele curgerii lente.

În figura 12.4 se prezintă evoluţia săgeţii unui element încovoiat pe care este prevăzută amplasarea unor pereţi despărţitori sensibili la deformaţii excesive. Se presupune următoarea scară a timpului:

– timpul t_0 : realizarea elementului de rezistenţă şi a unor elemente nestructurale rezistente la deformaţii, producând încărcare q_1^E

– timpul t_1 : realizarea pereţilor despărţitori; se presupune că deformaţiile de curgere lentă dezvoltate în perioada de timp $t_0 \ldots t_1$ sunt neglijabile; până în acest moment, pe element acţionează încărcarea q_1^E (fig. 12.4a), săgeata corespunzătoare fiind $f_{sd}\left(q_1^E\right)$; se consideră că dezvoltarea curgerii lente începe numai după executarea pereţilor despărţitori

– timpul $t > t_1$, aplicarea încărcării utile; sub efectul încărcărilor aplicate până la acest moment, se înregistrează săgeata $f_{sd}\left(q_{ld}^E\right)$ (fig. 12.4b); pereţii despărţitori vor fi afectaţi de deformaţiile care se dezvoltă în continuare, atât sub efectul restului de încărcare cât şi al curgerii lente

– timpul t_∞, consumarea deformaţiilor de curgere lentă (fig. 12.4c, d); sub fracţiunea de lungă durată a încărcării de exploatare q_{ld}^E săgeata este $f_{ld}\left(q_{ld}^E\right)$, în timp ce sub încărcarea totală de exploatare q^E săgeata creşte până la valoare maximă $f_{ld}\left(q^E\right)$.

Variaţia maximă a săgeţii este (fig. 12.4d):

$$f_{ld}\left(q^E\right) - f_{sd}\left(q_1^E\right)$$

dar în conformitate cu STAS 10107/0-90 pentru verificarea deformaţiilor se ia în considerare variaţia săgeţii în raport cu încărcarea de lungă durată (fig. 12.4c):

$$\Delta f = f_{ld}\left(q_{ld}^E\right) - f_{sd}\left(q_1^E\right)$$

Valorile limită sunt prezentate la poziţiile 1 şi 2 din tabelul 12.1.

Tabelul 12.1. Condiţiile de verificare la starea limită de deformaţii[1]

Tipul de element	Relaţia de verificare	Denumirea elementelor structurale	Limite admise[2]
Elemente componente ale planşeelor	$f_{ld}\left(q_{ld}^{E}\right) - f_{sd}\left(q_{1}^{E}\right) \le \Delta f_{adm}$	1. Planşee care susţin sau au ataşate elemente nestructurale care pot fi deteriorate de deformaţiile mari ale planşeelor	$\Delta f_{adm} = \frac{L}{400}$
		2. Planşee care nu susţin sau nu au ataşate elemente nestructurale care pot fi deteriorate de deformaţiile mari ale planşeelor	$\Delta f_{adm} = \frac{L}{250}$
	$\Delta f = f_{sd}\left(p_{ld}^{E}\right) \le \Delta f_{adm}$	3. Planşeele sălilor de spectacole, inclusiv cele ale balcoanelor acestora; gradenele tribunelor	$\Delta f_{adm} = \frac{L}{350}$
Grinzi de rulare	$f_{ld}\left(q^{o}\right) \le f_{adm}$	4. Poduri rulante manuale	$f_{adm} = \frac{L}{500}$
		5. Poduri rulante electrice	$f_{adm} = \frac{L}{700}$

12.4.2 .Planşee ale sălilor de spectacole şi gradenelor sportive

În cazul acestei categorii de planşee, sarcina utilă produsă de aglomeraţia de oameni este o încărcare de scurtă durată.

Accesul spectatorilor pe aceste planşee poate avea loc relativ repede după terminarea lucrărilor, atunci când se poate presupune că deformaţiile de curgere lentă sub efectul încărcării permanente este încă nesemnificativ. În acest caz, la săgeata de scurtă durată produsă de încărcarea permanentă $f_{sd}\left(g^{E}\right)$ se adaugă săgeata din încărcarea utilă din aglomeraţia de oameni $f_{sd}\left(p^{E}\right)$.

Dacă accesul publicului spectator se face după o lungă perioadă de timp, deformaţiile de curgere lentă s-au consumat, înregistrându-se săgeata de lungă durată sub efectul încărcării permanente $f_{ld}\left(g^{E}\right)$, la care se adaugă săgeata din încărcarea utilă din aglomeraţia de oameni $f_{sd}\left(p^{E}\right)$.

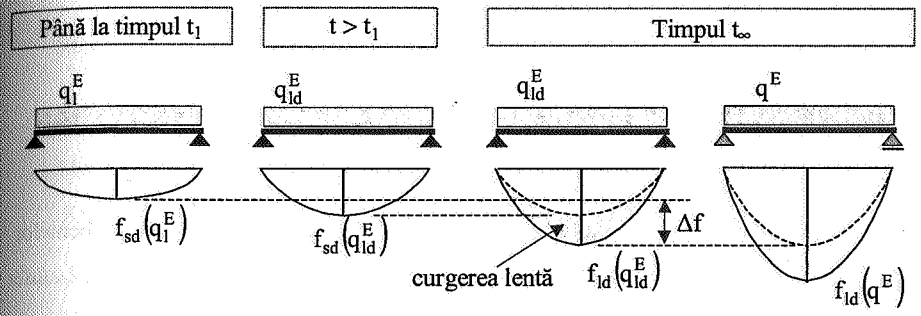
Se constată că indiferent de momentul accesului publicului, este importantă numai fracţiunea produsă de încărcarea utilă dată de spectatori p^{E}, fără a lua în considerare efectul curgerii lente:

$$\Delta f_p = f_{sd}\left(p^{E}\right)$$

[1] Unele relaţii din tabel au fost parţial modificate faţă de cele din STAS 10107/0-90 pentru o mai bună concordanţă cu semnificaţia mărimii supuse verificării

[2] Prin prescripţii speciale, bine justificate, se pot admite şi alte valori maxime ale săgeţilor, precum şi limitări de săgeţi pentru alte tipuri de elemente, necuprinse în tabelul 12.1.

În conformitate cu STAS 10107/0-90, condiţia pentru controlul deformaţiilor planşeelor sălilor de spectacole şi gradenelor se face conform tabelului 12.1 poziţia 3, dar luând în considerare săgeata de scurtă durată produsă numai de fracţiunea de lungă durată a încărcării $f_{sd}\left(p_{ld}^{E}\right)$.



a) deformata înainte de realizarea pereţilor despărţitori

b) deformata de scurtă durată sub încărcarea de lungă durată

c) efectul curgerii lente asupra deformatei

d) săgeata maximă, sub încărcarea totală de exploatare

Fig. 12.4. Fracţiunea săgeţii supusă controlului pentru protecţia pereţilor despărţitori

12.4.3. Alte tipuri de elemente structurale

În cazul grinzilor căilor de rulare ale podurilor rulante din halele industriale deformaţiile sunt produse de greutatea proprie a grinzii şi căii şi preponderent de sarcinile mobile generate de podul rulant.

Pentru buna funcţionare a podurilor rulante este necesar ca variaţia săgeţii sub sarcinile mobile să fie limitate la anumite valori. Din cauza greutăţii reduse a grinzii şi căii de rulare, săgeata din încărcarea permanentă este nesemnificativă şi la fel va fi şi efectul curgerii lente. Din acest motiv, pentru simplificarea calculelor se ia în considerare săgeata totală fără a ţine cont de efectul curgerii lente.

În conformitatea cu STAS 10107/0-90 verificarea deformaţiei grinzii căii de rulare se face sub efectul sarcinii luate în calculul la oboseală, conform relaţiei 5.25 din tabelul 5.4. Limitarea săgeţii totale a grinzii căii de rulare se face la valorile prezentate la punctele 4 şi 5 din tabelul 12.1.

Aplicaţia numerică 12. *Verificarea la starea limită de deformaţie a unui element din beton armat supus la încovoiere.*

Se cere verificarea săgeţii unei grinzi încovoiate cu secţiunea dreptunghiulară (fig. Apl.12). Grinda este simplu rezemată şi face parte dintr-un planşeu prefabricat, urmând să susţină elemente nestructurale care se pot deteriora în cazul unor deformaţii prea mari. Se cunosc: $b/h/h_0$ = 250/550/510 mm; calităţile materialelor: C20/25 (E_b = 30000 N/mm^2) şi PC52 (E_a = 210000 N/mm^2); din calculul la încovoiere în secţiuni normale, la starea limită de rezistenţă, a rezultat armătura longitudinală A_a = 1570 mm^2 (5ϕ20).

Intensitățile normate luate în considerare sunt:

- greutatea proprie a elementelor structurale = 14,70 kN/m
- greutatea finisajelor (tencuială şi pardoseală) = 4,20 kN/m
- greutatea pereților despărțitori = 3,00 kN/m
- încărcarea utilă = 25,00 kN/m

din care rezultă:

- încărcarea totală de exploatare:

$q^E = 14{,}7 + 4{,}2 + 3{,}0 + 25{,}0 = 46{,}9$ kN/m;

- fracțiunea de lungă durată a încărcării de exploatare:

$q_{ld}^E = 14{,}7 + 4{,}2 + 3{,}0 + 0{,}6 \cdot 25 = 36{,}9$ kN/m;

- partea din încărcarea de exploatare care se aplică înainte de executarea elementelor nestructurale:

$q_1^E = 14{,}7$ kN/m.

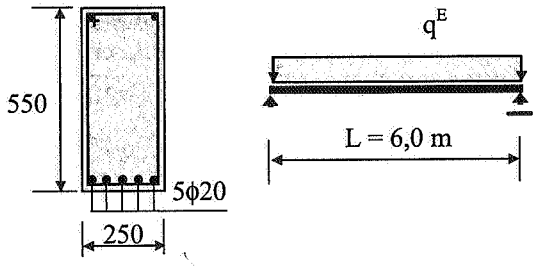


Fig. Apl.12.

Modulul de rigiditate EI_d

Deoarece toate încărcările acționează în același mod (uniform distribuit), influența acțiunii de lungă durată rezultă:

$$\nu = \frac{q_{ld}^E}{q^E} = \frac{36{,}9}{46{,}9} = 0{,}79$$

Din relația (5.18) se determină $\overline{\varphi} = \varphi_0 = 2{,}8$, în care φ_0 rezultă din anexa 5, iar $k_1 = k_2 = k_3 = 1{,}0$ (anexa 7), în cazul unor condiții normale de solicitare a elementului şi de umiditate a mediului.

Valoarea modulului de deformație al betonului se determină cu relația (4.3a):

$$E_b' = \frac{0{,}8}{1 + 0{,}5\nu\overline{\varphi}} E_b = \frac{0{,}8 \cdot 30000}{1 + 0{,}5 \cdot 0{,}79 \cdot 2{,}8} = 11396 \text{ N/mm}^2$$

Coeficientul de echivalență se determină cu relația:

$n_e = E_a / E_b' = 210000/11396 = 18{,}4$

Poziția axei neutre, în stadiul II de exploatare, se calculează cu relația (4.4b):

$$S_{bc} = n_e A_a (h_0 - x) \text{ sau } \frac{bx^2}{2} = n_e A_a (h_0 - x)$$

$\frac{250x^2}{2} = 18{,}4 \cdot 1570\,(510 - x)$; rezultă $x = 247$ mm

Momentul de inerție al secțiunii fisurate rezultă din relația (4.8):

$$I_{bi} = I_{bc} + n_e A_a (h_0 - x)^2 = \frac{250 \cdot 247^3}{3} + 18{,}4 \cdot 1570\,(510 - 247)^2 = 3{,}25 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Modulul de rigiditate EI_d se determină din relația (12.6):

$$EI_d = E_b' I_{bi} = 11396 \cdot 3{,}25 \cdot 10^9 = 37{,}08 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Calculul săgeții totale $f_{ld}(q^E)$

Săgeata se calculează cu relația (12.9), în care $S = 5/48$ pentru grinda simplu rezemată, încărcată cu încărcări uniform distribuite (fig. 12.3), iar $M_{max} = M^E = q^E L^2/8$:

$$f_{ld}(q^E) = \frac{5}{384}\frac{q^E L^4}{EI_d} = \frac{5}{384}\frac{46{,}9 \cdot 6000^4}{37{,}08 \cdot 10^{12}} = 21{,}3 \text{ mm}$$

Se apreciază că rigiditatea grinzii este corespunzătoare deoarece:

$f_{ld}(q^E) = 21{,}3 \text{ mm} < L/250 = 6000/250 = 24 \text{ mm}$

Calculul săgeții de lungă durată $f_{ld}(q_{ld}^E)$

Săgeata de lungă durată sub efectul încărcării de exploatare de lungă durată este:

$$f_{ld}(q_{ld}^E) = \frac{5}{384}\frac{q_{ld}^E L^4}{EI_d} = \frac{5}{384}\frac{36{,}9 \cdot 6000^4}{37{,}08 \cdot 10^{12}} = 16{,}8 \text{ mm}$$

Calculul modulului de rigiditate EI_s şi al săgeții de scurtă durată $f_{sd}(q_1^E)$

Săgeată $f_{sd}(q_1^E)$ se determină sub efectul încărcării aplicate înainte de executarea pereților despărțitori, adică sub efectul greutății proprii a elementelor structurale, utilizând un modul de rigiditate EI_s.

$E_b' = 0{,}8\, E_b = 0{,}8 \cdot 30000 = 24000 \text{ N/mm}^2$ ($\nu = 0$)

$n_e = E_a / E_b' = 210000/24000 = 8{,}75$

$$\frac{bx^2}{2} = n_e A_a (h_0 - x)$$

$\frac{250x^2}{2} = 8{,}75 \cdot 1570\,(510 - x)$; rezultă $x = 188$ mm

$$I_{bi} = I_{bc} + n_e A_a (h_0 - x)^2 = \frac{250 \cdot 188^3}{3} + 8{,}75 \cdot 1570\,(510 - 188)^2 = 1{,}98 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$EI_s = E_b' I_{bi} = 24000 \cdot 1{,}98 \cdot 10^9 = 47{,}5 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$f_{sd}\left(q_1^E\right) = \frac{5}{384}\frac{q_1^E L^4}{EI_s} = \frac{5}{384}\frac{14{,}7 \cdot 6000^4}{47{,}5 \cdot 10^{12}} = 5{,}22 \text{ mm}$$

Verificarea la starea limită de deformație se referă la suplimentul de săgeată care se produce după executarea elementelor nestructurale:

$$\Delta f = f_{ld}\left(q_{ld}^E\right) - f_{sd}\left(q_1^E\right) = 16{,}8 - 5{,}22 = 11{,}58 \text{ mm}$$

Valoarea admisă a suplimentului de săgeată, conform punctului 1 din tabelul 12.1, este:

$$\Delta f_{adm} = L/400 = 6000/400 = 15 \text{ mm}$$

Deoarece $\Delta f = 11{,}58$ mm $< \Delta f_{adm} = 15$ mm, condiția de verificare este satisfăcută.

Stația de metrou Alameda, Valencia, Spania

13

PREVEDERI DE ALCĂTUIRE

Prezentul capitol se referă la alcătuirea elementelor liniare (grinzi și stâlpi) și a plăcilor plane obișnuite, pentru clădiri civile și industriale, conform prevederilor cuprinse în STAS 10107/0-90, respectiv în Codul de practică NE 012 și Specificația tehnică ST 009.

Recomandările de alcătuire cu caracter general de valabilitate, precum și cele amintite în alte capitole, sunt completate cu cele specifice elementelor de rezistență participante la structuri în zone seismice.

Pentru ilustrarea acestui ultim aspect, la sfârșitul capitolului este prezentat un exemplu de calcul și alcătuire a unui cadru monolit din beton armat, rezistent la încărcări seismice.

13.1. ELEMENTE DIN BETON ARMAT ÎN STRUCTURI SEISMICE

13.1.1. Clase de participare la preluarea acțiunilor seismice

Un factor important în calculul și alcătuirea elementelor structurale din beton armat îl constituie apartenența lor la structuri supuse seismelor. Acțiunile seismice provoacă solicitări mari dezvoltate într-un timp redus și pot determina depășirea comportării elastice a materialelor, în consecință elementele structurale au așa-zise incursiuni în domeniul postelastic. Acțiunea orizontală, alternantă, solicită mai puternic anumite zone ale elementelor, unde se pot forma articulații plastice, prin atingerea pragului de curgere a armăturilor. Zonele cele mai solicitate, în care se presupune că pot să apară depășiri ale comportării elastice, se numesc *zone potențial plastice*.

Articulațiile plastice sub acțiuni seismice apar prin inițierea curgerii armăturilor situate în partea superioară, respectiv inferioară a secțiuni transversale, întinse succesiv ca urmare a alternanței momentelor încovoietoare (fig. 13.1a și b); fisurile se deschid și se închid rapid. Această comportare duce la reducerea capacității portante a elementului. Evitarea degradărilor periculoase se face prin modul specific de calcul al eforturilor din acțiunea seismică (cap. 6 și 7), completat cu măsuri de alcătuire constructivă specifice diferitelor tipuri de structuri.

Modul de calcul şi de alcătuire este diferenţiat conform răspunsului posibil al structurii, ţinându-se seama de amploarea estimată a incursiunilor în domeniul postelastic, în condiţiile de activitate seismică din ţara noastră [19]. În funcţie de intensitatea mişcării telurice, se consideră:

– *zone cu seismicitate ridicată* (zonele seismice de calcul A...E);

– *zone cu seismicitate redusă* (zona seismică de calcul F).

Indiferent de intensitatea seismică, structurile trebuie să reziste la acţiunea cutremurelor, conţinând elemente structurale care preiau încărcările corespunzătoare.

Elementele structurale destinate să asigure absorbţia şi disiparea energiei induse de cutremure se împart în trei clase.

Clasa a cuprinde elementele care dezvoltă deformaţii post-elastice semnificative, necesitând asigurarea unei ductilităţi corespunzătoare; prevederile de alcătuire constructivă şi de calcul sunt diferenţiate, în cazurile când este necesar, pentru zonele potenţial plastice (zone spre care se dirijează localizarea deformaţiilor postelastice) şi restul zonelor din aceste elemente – zonele curente. Dacă poziţiile articulaţiilor plastice se determină cu suficientă exactitate, celelalte zone din structura respectivă pot fi încadrate în clasa b.

Localizarea zonelor potenţial plastice se face pe baza analizei comportării postelastice a structurilor [19]. În cazurile în care nu se face un calcul aprofundat al structurii în domeniul postelastic, reglementările tehnice specifice permit stabilirea estimativă a poziţiei zonelor potenţial plastice şi a lungimii acestor zone (pct. 13.1.3).

Clasa b cuprinde elementele pentru care se pune condiţia să lucreze în stadiul elastic sub acţiuni seismice, deoarece trebuie să corespundă unuia din următoarele criterii:

- să fie suficient de rigide, pentru a transmite forţele seismice între diferite elemente componente ale structurilor; de exemplu, nodurile de cadre, planşeele lucrând ca şaibe orizontale etc.;
- să fie etanşe; de exemplu, rezervoare de lichide, recipiente de gaze sub presiune şi altele.

De asemenea, sunt cuprinse şi elementele proiectate să lucreze în stadiul elastic, în urma dirijării dezvoltării unui anumit mecanism de plastificare structural.

Aceste elemente se dimensionează şi se armează cu un grad superior de asigurare în raport cu restul structurii din care fac parte, în funcţie de prevederile specifice tipului respectiv de structură.

Clasa c cuprinde elementele care lucrează în stadiul elastic sub acţiunea seismică, deoarece din această acţiune le revin solicitări reduse; răspunsul elastic la solicitarea seismică este asigurat de o armare minimă constructivă (de exemplu, în cazul pereţilor structurali slab solicitaţi, la clădiri cu puţine niveluri).

În anumite situaţii, elementele nu participă la preluarea acţiunilor seismice, fie din cauză că se deplasează liber, fără să se deformeze sub efectul componentei orizontale a acestor acţiuni (de exemplu, grinzile principale prefabricate de acoperiş, rezemate articulat pe stâlpii halelor parter), fie din cauză că deplasarea laterală este împiedicată de elemente mult mai rigide, cum ar fi diafragme sau contravântuiri.

Ductilitatea reprezintă capacitatea unui material, a unei secţiuni, a unui element sau a unei structuri de a dezvolta deformaţii plastice semnificative înainte de rupere, având astfel o importanţă deosebită în capacitatea de disipare a energiei induse de seism. În acelaşi timp, ductilitatea asigură, prin capacitatea de rotire a articulaţiilor plastice, retransmiterea inelastică a eforturilor în structurile static nedeterminate, dinspre secţiuni sau elemente suprasolicitate, spre zone mai puţin solicitate.

Cuantificarea comportării ductile se face prin cantitatea de energie absorbită şi disipată în cursul ciclurilor produse de acţiunea seismică.

Ductilitatea se poate exprima şi prin raportul valorilor unor caracteristici de deformare în momentul ruperii şi valorile acestor caracteristici în momentul atingerii limitei de curgere reală sau convenţională a armăturii întinse (*indicele de ductilitate*). Pentru secţiunile elementelor supuse la încovoiere cu sau fără forţă axială, caracteristica de deformare utilizată este rotirea capabilă a secţiunii, indicele de ductilitate secţională fiind $\mu_\varphi = \phi_{ultim} / \phi_{curgere}$ [18].

Ductilitatea betonului este relativ redusă, dar poate fi îmbunătăţită printr-o armare corespunzătoare; de exemplu, în cazul betonului comprimat, confinarea cu armătură longitudinală şi în special cu etrieri măreşte de câteva ori deformaţia specifică ultimă.

13.1.2. Grupe de stâlpi

Rezistenţa unei structuri la acţiunile seismice depinde în primul rând de comportarea elementelor portante verticale, care în consecinţă necesită măsuri mai severe de calcul şi de alcătuire.

Prescripţiile de armare ale stâlpilor sunt diferenţiate în funcţie de gruparea lor, dată în tabelul 13.1.

Tabelul 13.1. Gruparea stâlpilor

Grupa stâlpilor	Încadrarea stâlpilor în clasa:	Zona seismică de calcul	Categoria de elemente
A	a	A...E	stâlpi participanţi la structuri rezistente la seism
B	b şi c	A...E	
	a şi b	F	
C	c	F	
	stâlpi neparticipanţi la structuri rezistente la seism		

13.1.3. Poziţiile şi lungimile de calcul ale zonelor potenţial plastice

Prevederile de faţă se referă la elementele liniare (rigle, stâlpi) care fac parte din cadre etajate participante la preluarea acţiunilor seismice, în zonele seismice de calcul A...E.

Aceste prevederi se aplică în cazurile curente, când nu se efectuează un calcul postelastic aprofundat al structurii la solicitări seismice pentru stabilirea cu suficientă certitudine a poziţiei zonelor plastice potenţiale.

Din acest motiv, pentru asigurarea ductilităţii elementelor, se consideră zone potenţial plastice, având o lungime l_p, zonele de la *extremităţile tuturor stâlpilor* şi de la *extremităţile tuturor riglelor* cadrelor, deşi nu în toate aceste secţiuni se formează articulaţii plastice (fig. 13.1c).

Prevederi pentru stâlpi

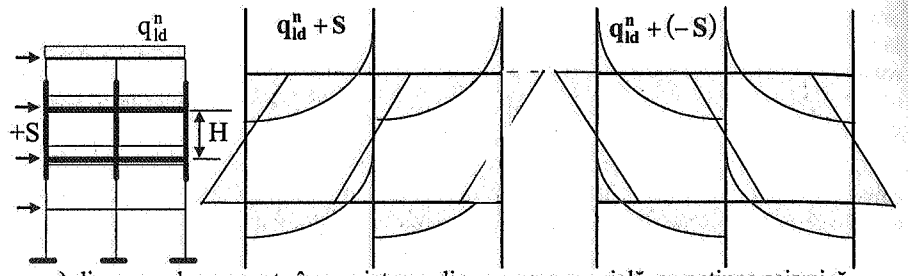
Lungimea l_p a zonei potenţial plastice se alege cea mai mare dintre valorile date de condiţiile:

$$l_p \geq (H_s / 6;\ h_s;\ 600 \text{ mm}) \qquad (13.1)$$

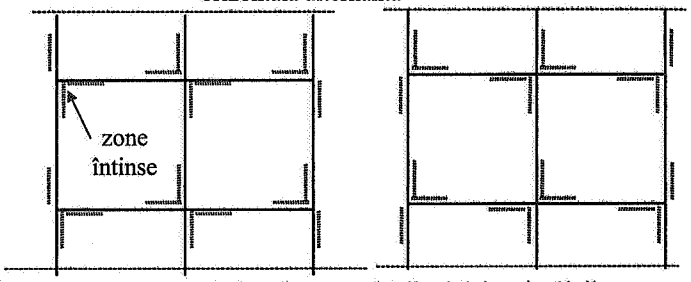
unde: H_s este înălţimea liberă a stâlpului la nivelul considerat (fig. 13.1c);

h_s – dimensiunea maximă a secţiunii stâlpului.

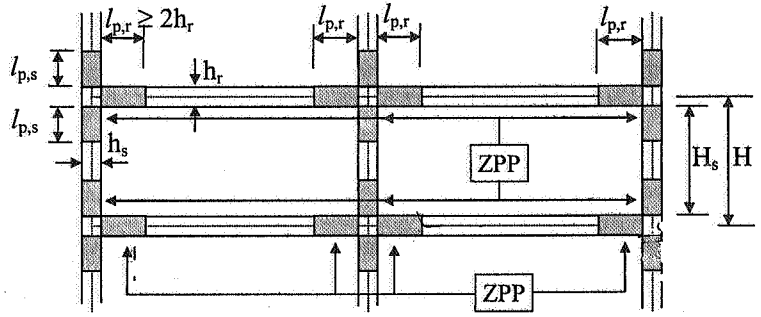
Lungimea l_p determinată cu relaţia (13.1) *se majorează cu* 25%, dacă la dimensionarea secţiunii stâlpului se admite, conform punctului 6.7, o valoare $\xi_{lim} = 0{,}4 < \xi \leq \xi_b$.



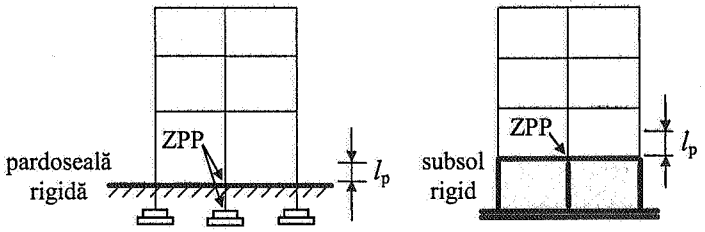
a) diagrame de momente încovoietoare din gruparea specială, cu acțiune seismică orizontală alternantă



b) alternanța zonelor întinse la extremitățile riglelor și stâlpilor



c) poziția zonelor potențial plastice ZPP în rigle ($l_{p,r}$) și stâlpi ($l_{p,s}$)



d) poziția zonelor potențial plastice la baza stâlpilor

Fig. 13.1. Pozițiile zonelor potențial plastice la cadrele rezistente la seism

Măsurarea lungimii l_p se face de la marginea inferioară, respectiv superioară a riglelor care delimitează un nivel curent al cadrului (fig. 13.1c).

La baza cadrului, l_p se măsoară de la *nivelul de încastrare* al stâlpului, care poate fi nivelul fundației, sau nivelul părții superioare a peretelui, dacă stâlpul reazemă pe peretele din beton armat al unui subsol rigid (fig. 13.1d). Dacă la baza unui stâlp, deasupra fundației, există un element constructiv suficient de rigid pentru a împiedica deformația liberă a stâlpului, de exemplu o structură de pardoseală rigidă, poate să apară o zonă plastică la acest nivel; în acest caz, l_p se măsoară de la nivelul superior al pardoselii (fig. 13.1d).

Prevederi pentru grinzi

Lungimea zonei potențial plastice la grinzile cu înălțime constantă este:

$$l_p = 2\,h_r \qquad (13.2)$$

unde h_r este înălțimea secțiunii riglei.

Măsurarea lungimii l_p se face de regulă de la fața stâlpilor care delimitează rigla (fig. 13.1c).

13.2. GROSIMEA STRATULUI DE ACOPERIRE CU BETON A ARMĂTURILOR

Acoperirea cu beton a armăturilor se măsoară de la marginea elementului din beton, până la cea mai apropiată armătură considerată.

Stratul de acoperire cu beton trebuie să asigure aderența corespunzătoare a armăturilor și protecția acestora împotriva agenților fizici și chimici din mediul în care funcționează elementul. Grosimea necesară a stratului de acoperire cu beton depinde de condițiile de expunere din mediul înconjurător, de dimensiunile elementelor, clasa betonului, condițiile de control din timpul execuției, poziția elementului structural într-o construcție etc.

Definirea condițiilor de mediu, în conformitate cu NE013, este dată la punctul 4.5.7.

În funcție de agresivitatea mediului, se consideră:

- *medii obișnuite*, fără agresivitate chimică, în care construcțiile pot fi expuse la intemperii și la umidități ridicate;
- *medii cu agresivitate chimică*: zona litoralului Mării Negre și medii conținând gaze sau pulberi cu acțiune agresivă asupra betonului.

Valorile grosimilor stratului de acoperire cu beton a armăturilor pentru construcțiile situate în *medii obișnuite* sunt date în STAS 10107/0-90, iar pentru alte tipuri de medii, în reglementări specifice.

În continuare, se tratează cazul construcțiilor situate în medii obișnuite.

Construcțiile sunt compuse din elemente structurale care pot fi expuse în mod diferit la acțiunea intemperiilor și a umidității, atât prin poziția lor în ansamblul structurii, cât și prin gradul de protecție, asigurat de finisaje.

Se disting patru categorii de expunere în STAS 10107/0-90, conform tabelului 13.2.

În tabelul 13.3 se dau grosimile minime necesare de acoperire cu beton c a armăturilor longitudinale de rezistență, în funcție de categoriile de expunere din tabelul 13.2 și de tipul de elemente; pe lângă aceste valori, c trebuie să respecte și prevederea:

$$c \geq 1{,}2d, \textit{ dar nu mai mult de } 50 \text{ mm} \qquad (13.3)$$

în care: c este grosimea de acoperire cu beton a armăturii;
d – diametrul armăturii longitudinale considerate.

Tabelul 13.2. Categoriile de expunere în medii neagresive conform STAS 10107/0-90

Categoria	Condiţiile de mediu	Exemple
I	Spaţii închise, cu umiditatea relativă ≤ 75%	Interiorul clădirilor civile (inclusiv bucătării şi grupuri sanitare) Halele industriale cu umiditate redusă
	În aer liber	Exteriorul clădirilor protejate prin tencuire sau alte finisaje
II	Spaţii închise, cu umiditatea relativă >75%	Grupurile sanitare şi bucătăriile, în spaţiile de utilizare publică Halele industriale cu umiditate ridicată Acoperişul recipientelor de lichide Subsolurile neîncălzite
	În aer liber	Exteriorul clădirilor neprotejate, neexpuse la îngheţ-dezgheţ în stare umezită
III	Spaţii închise, cu condens tehnologic	Halele industriale cu degajări de aburi
	În aer liber	Construcţiile expuse la îngheţ-dezgheţ în stare umezită: cheiuri, stâlpi pentru estacade, canale deschise, diguri
	În contact cu apă sau alte lichide, neagresive chimic	Pereţii şi fundul recipientelor de lichide: rezervoare, bazine, castele de apă
	În contact cu pământul	Elementele prefabricate Elementele monolite turnate în cofraje sau pe beton de egalizare: grinzi, stâlpi, pereţi
IV	În contact cu pământul şi eventual cu apă subterană fără agresivitate chimică	Elementele monolite turnate direct în săpătură: fundaţii, ziduri de sprijin

Tabelul 13.3. Grosimea minimă a stratului de acoperire cu beton a armăturilor longitudinale, pentru elemente din beton de clasă ≥ C16/20, în medii fără agresivitate

Tipul de element	Categoria elementului, conform tabelului 13.2					
	I		II		III	IV
	monolit; preturnat pe şantier	prefabr. uzinat	monolit; preturnat pe şantier	prefabr. uzinat	indiferent de modul de execuţie	
	c_{min}, mm					
Plăci plane şi curbe; nervuri dese cu b < 150 mm	10	10	15	15	20	-
Pereţi structurali	15(30)	10	20(30)	15	30	45
Grinzi; stâlpi; bulbii diafragmelor	25	20	30	25	35	-
Fundaţii; fundul recipientelor de apă	-	-	-	-	35	45

Observaţii:
- valorile din paranteze se referă la armăturile de rezistenţă ale pereţilor turnaţi în cofraj glisant.
- la panourile mari prefabricate de faţadă se aplică reglementările specifice acestor structuri.
- la plăci şi pereţi, grosimile minime ale stratului de acoperire cu beton date în tabelul 13.3 şi conform condiţiei (13.3), se referă la armăturile de pe primul rând.

Grosimea stratului de acoperire cu beton a armăturilor longitudinale trebuie să fie de regulă *multiplu de 5 mm* şi se obţine prin rotunjirea în plus (sau cu cel mult cu 2 mm în minus) a valorilor determinate pe baza tabelului 13.3 şi a relaţiei (13.3).

Grosimea minimă a stratului de acoperire cu beton a armăturilor transversale este dată în tabelul 13.4.

Tabelul 13.4. Grosimea minimă de acoperire cu beton a armăturilor transversale, mm

Tipul de armătură	Categoria elementului conform tabelului 13.2				
	I		II	III	IV
	monolit sau preturnat pe şantier	prefabricat uzinat			
etrierii şi barele transversale ale carcaselor sudate	15	10	15	20	25

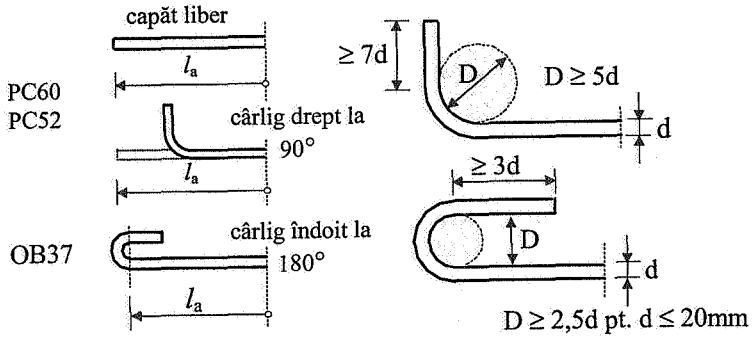
În unele situaţii, pentru *c* se adoptă alte valori minime faţă de cele date în tabelul 13.3 şi anume:
- *valori majorate cu 5 mm* pentru elementele realizate din betoane obişnuite de clasă C8/10 şi C12/15 din categoriile II, III şi IV, respectiv elementele realizate din betoane cu agregate uşoare din categoria II;
- în cazul elementelor aflate în contact direct cu lichide, dar care au faţa de contact protejată prin tencuire sau placare cu faianţă, se iau *valorile pentru elementele de categoria* II (în caz contrar, încadrarea este evident categoria III);
- în cazul părţilor subterane ale clădirilor, care au partea supraterană încadrată în categoriile I şi II, se pot adopta *aceleaşi valori ca pentru partea supraterană* (în loc de valorile pentru categoria III); diferenţa de grosime a stratului de acoperire, necesară în partea subterană, se realizează prin tencuire cu mortar de ciment având rezistenţa de cel puţin 10 N/mm^2.

13.3. ANCORAREA ARMĂTURILOR

În zonele de ancorare ale armăturilor în beton, acestea pot fi prevăzute cu:
- *capete drepte*, pentru:
  - barele realizate din PC60 sau PC52, sub formă de plase sau carcase, legate sau sudate;
  - barele realizate din OB37, cu rol de montaj;
- *cârlige* (ciocuri), pentru:
  - barele din OB37, solicitate la întindere (fig. 13.2a);
  - barele din PC60, PC52, întinse, fără ca ciocurile să fie obligatorii (fig. 13.2);
  - etrierii din bare laminate la cald, netede sau cu profil periodic (fig. 13.6a,b).

În alte cazuri, ancorarea se poate realiza prin:
- *bare sudate* perpendicular pe armăturile care trebuie ancorate, pentru:
  - plase sudate din STNB (fig. 13.5) sau carcase sudate (fig. 13.6c);
  - bare realizate din PC52, PC60, dacă lungimea de ancorare nu se poate realiza altfel (fig.13.3);
- *îndoirea barelor*, în nodurile cadrelor din zone seismice (fig. 13.27);

- *bucle cu diametrul mărit*, în situațiile când efortul de întindere din armături se transmite în cea mai mare parte la extremitățile elementelor: este cazul tiranților, al grinzilor pereți (fig. 13.4);
- *ancoraje speciale* realizate cu piese metalice, frete etc.



a) măsurarea lungimii de ancorare la capătul barelor

b) dimensiunile cârligelor

Fig. 13.2. Ancorarea armăturilor longitudinale din bare laminate la cald

Având în vedere cele de mai sus, barele *fără cârlige* la capete se utilizează pentru:
- armăturile longitudinale de rezistență din PC60 și PC52;
- armăturile care pot fi comprimate într-o grupare oarecare de încărcări, pentru a realiza transmiterea coaxială a efortului de compresiune între armătură și beton (fig. 13.15d);
- armăturile longitudinale de montaj, indiferent de tipul oțelului;
- armăturile longitudinale sau transversale din STNB.

În cazul etrierilor din bare laminate la cald, *cârligele sunt obligatorii.*

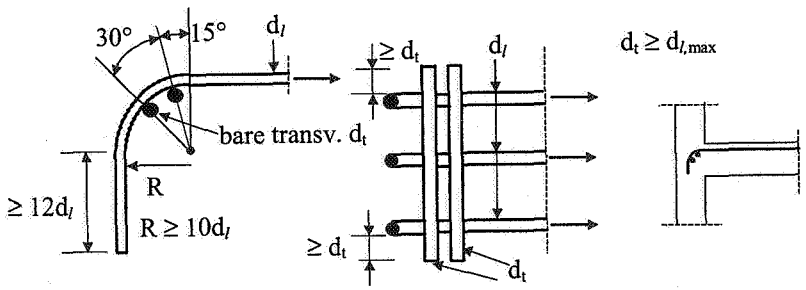


Fig. 13.3. Îmbunătățirea ancorării barelor longitudinale prin sudarea unor bare transversale

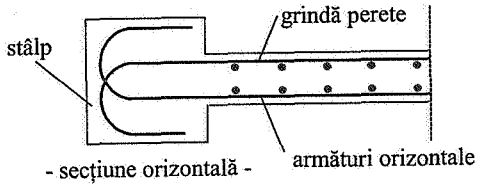


Fig. 13.4. Ancorarea barelor prin bucle

13.3.1. Ancorarea armăturilor longitudinale

Pentru ca efortul de întindere sau de compresiune să se transmită de la armătură la beton, este necesară ancorarea barelor dincolo de secțiunea în care sunt solicitate cel mai puternic. Lungimea de înglobare în beton a unei armături, măsurată de la ultima secțiune în care bara este necesară din calcul, se numește *lungime de ancorare.*

Această lungime depinde de tipul de oțel, prin suprafața armăturii (netedă sau profilată) și de mijloacele de ancorare cu care este prevăzută bara în zona de capăt a ei (cârlige, bare transversale sudate etc.). Forța totală se transmite de la armătură la beton prin aderență și prin mijloacele de ancorare. De multe ori, din considerente de alcătuire, barele se prelungesc în elementele din beton armat mai mult decât lungimea de ancorare teoretică, necesară din calcul.

13.3.1.1. Ancorarea armăturilor din bare laminate la cald

Lungimea de ancorare depinde de condițiile de realizare a aderenței, modul de solicitare, tipul armăturilor, calitatea betonului etc.

Se consideră ca lucrând în condiții severe de solicitare:
- armăturile din zonele potențial plastice ale elementelor care fac parte din structuri amplasate în zonele seismice de calcul A...F;
- armăturile elementelor supuse la forțe concentrate mari, aplicate la o distanță de cel mult 40d (d fiind diametrul armăturii) față de marginea interioară a reazemelor, ținându-se seama astfel de solicitarea predominantă la tăiere a acestor armături;
- armăturile elementelor solicitate la oboseală.

Se consideră ca lucrând în condiții defavorabile de aderență:
- armăturile situate în partea superioară a elementelor cu $h \geq 300$ mm, având poziția orizontală în timpul turnării betonului (sau cu înclinarea până la 45° față de orizontală);
- armăturile orizontale din elementele structurale verticale (diafragme, pereții rezervoarelor etc.), cu h mare și grosimea ≤ 300 mm;
- armăturile pentru care se presupune că tehnologia de execuție sau alte cauze nu permit realizarea unei aderențe bune (de exemplu, la structurile executate în cofraje glisante).

Condițiile severe de solicitare se pot cumula cu condiții defavorabile de aderență; dacă nu intervine nici una din situațiile enumerate mai sus, aderența se consideră bună, iar condițiile de solicitare, normale.

Pentru armăturile longitudinale de rezistență din bare laminate la cald, *lungimea necesară de ancorare* l_a, dincolo de secțiunea în care sunt solicitate maximal, se calculează cu relația:

$$l_a = \lambda_a \, d \tag{13.4}$$

în care d este diametrul armăturii care se ancorează, iar λ_a rezultă din relația[1]:

$$\lambda_a = n_{anc} \frac{R_a}{R_t} + \lambda_{a0} \tag{13.5}$$

Coeficienții n_{anc} și λ_{a0} sunt dați în tabelul 13.5, în funcție de condițiile de aderență și de solicitare.

[1] Dacă barele nu sunt solicitate la valoarea maximă R_a, în relația (13.5) se introduce valoarea reală a efortului unitar în armătură σ_a, cu condiția ca $\sigma_a \geq 0{,}5R_a$.

Tabelul 13.5. Coeficienții n_{anc} și λ_{a0} pentru calculul lungimii de ancorare l_a

Condiții de aderență și de solicitare	aderență bună, condiții de solicitare normale		condiții defavorabile de aderență sau condiții severe de solicitare		λ_{a0}
	n_{anc}				
Tipul de oțel	PC60, PC52	OB37	PC60, PC52	OB37	
Armături întinse	0,05	0,08	0,07	0,12	12
Armături comprimate	0,03	0,05	0,04	0,07	10

Observație: valorile din tabelul 13.5 *se majorează* cu 20% în cazul cumulării condițiilor severe de solicitare cu condiții defavorabile de aderență.

Pentru cazurile curente, se admite ca λ_a pentru *armăturile întinse* să se determine direct, conform tabelului 13.6.

Valoarea coeficientului λ_a, determinată cu relația (13.5) sau din tabelul 13.6, se majorează cu 50% în cazul elementelor din beton ușor, armate cu bare din oțel OB37, dimensionate prin calcul.

În figura 13.2 sunt indicate dimensiunile cârligelor de la capătul armăturilor din bare laminate la cald și modul cum se iau în considerare la realizarea lungimii de ancorare. Lungimea desfășurată a cârligelor îndoite la 90°, în cazul barelor din oțel PC60 sau PC52, se include în lungimea necesară de ancorare, calculată cu relația (13.4); pentru barele din oțel OB37, lungimea de ancorare se măsoară până la secțiunea în care începe curbura cârligelor îndoite la 180°, fără a se lua în calcul lungimea desfășurată a acestora.

Tabelul 13.6. Coeficientul λ_a pentru armături întinse

Oțel	Beton	Aderență bună, condiții normale de solicitare	Condiții de aderență defavorabile *sau* condiții severe de solicitare	Condiții de aderență defavorabile *și* condiții severe de solicitare
PC60 PC52	C8/10* C12/15	35	45	55
	C16/20 C20/25	30	40	50
OB37	C8/10 C12/15	40	50	60
	C16/20 C20/25	35	45	55

Observație. *Barele din oțel PC60 nu se folosesc pentru armarea betonului de clasă C8/10.

În cazul armăturilor din zonele potențial plastice, incursiunea în domeniul postelastic presupune creșterea eforturilor maxime conform ramurii de consolidare a diagramei de calcul σ_a - ε_a (fig. 5.5); în acest caz, în relația (13.5) se introduce valoarea majorată $1{,}25R_a$ conform Codului de proiectare pentru structuri în cadre de beton armat, NP007-97 [18].

13.3.1.2. Ancorarea plaselor sudate

Ancorarea plaselor sudate se obține numai prin efectul de împănare în beton, realizat de armăturile transversale, perpendiculare pe direcția de transmitere a eforturilor.

Se consideră că fiecare nod al plasei (fig. 13.5) poate transmite de la armătură la beton o forță F_i, conform relației:

$$F_i = 15\, d_t\, l_l\, R_t \tag{13.6}$$

unde: d_t este diametrul armăturii transversale;

l_l – distanța între axele armăturilor care se ancorează, dar nu mai mult de $30d_t$.

Forța preluată de o bară transversală, care intersectează barele longitudinale pe o lățime de 1 m, este egală cu:

$$F_t = n_l\, F_i$$

unde n_l este numărul barelor longitudinale, pentru o lățime de 1 m, adică $1000 / l_l$.

Forța de întindere care trebuie să se transmită la capătul lungimii de ancorare a barelor longitudinale este:

$$F = A_a\, R_a = N_a \tag{13.7}$$

în care A_a este aria armăturii de rezistență longitudinală, pe o lățime de 1 m (mm^2/m).

Numărul barelor transversale necesare n_t rezultă din ecuația:

$$F = n_t\, F_t$$

$$n_t = \frac{F}{F_t} = \frac{A_a R_a}{n_l F_i} \tag{13.8}$$

Lungimea de ancorare necesară pentru o plasă sudată se stabilește cu relația:

$$l_a = \sum n_t\, l_t \tag{13.9}$$

unde l_t este distanța dintre axele barelor transversale.

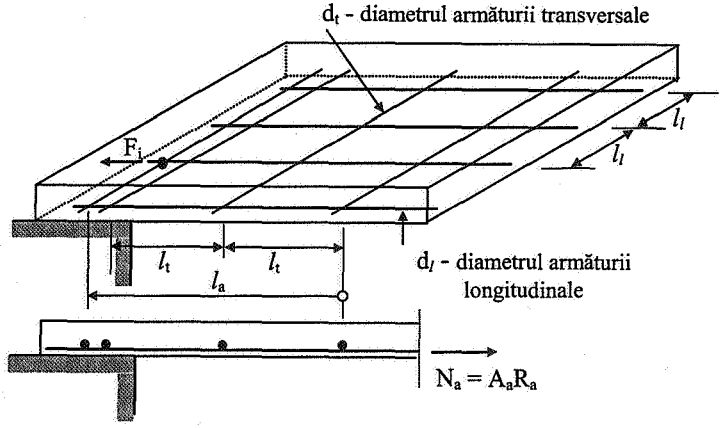
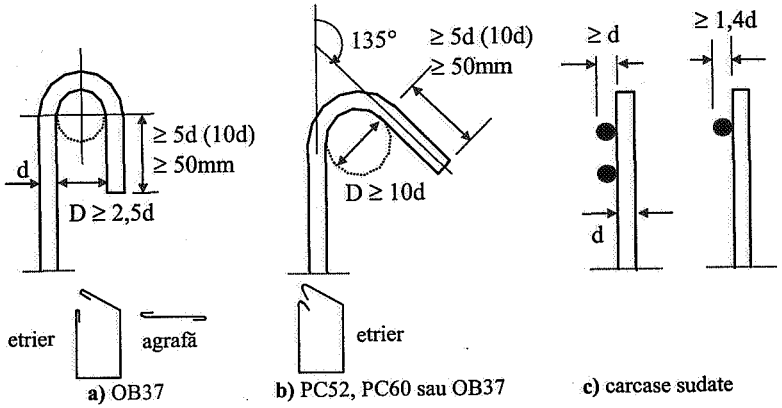


Fig. 13.5. Ancorarea plaselor sudate din sârmă

13.3.2. Ancorarea armăturilor transversale

Etrierii sau agrafele din bare laminate la cald (OB37, PC52 şi PC60) se ancorează prin cârlige îndoite la 135° sau la 180° în cazul etrierilor din OB37, respectiv la 135° în cazul etrierilor din PC52 sau PC60. Dimensiunile cârligelor sunt prezentate în figura 13.6a şi b. Porţiunile curbe ale cârligelor trebuie să fie continuate prin porţiuni rectilinii, având lungimea $\geq 5d$ (d este diametrul etrierului) şi cel puţin 50 mm.



Observaţie: valorile din paranteze se referă la etrierii stâlpilor din grupa A

Fig. 13.6. Ancorarea armăturilor transversale

La stâlpii făcând parte din grupa A, lungimea minimă a porţiunii drepte a cârligelor trebuie să fie $\geq 10d$.

Barele transversale ale carcaselor sudate se ancorează prin sudarea lor pe barele longitudinale (fig. 13.6c). Pe porţiunea de ancorare, barele transversale trebuie să fie sudate pe:
- două bare longitudinale, având diametrul cel puţin egal cu diametrul barei transversale;
- o bară longitudinală, având diametrul cel puţin egal cu $1{,}4d$.

13.4. ÎNNĂDIREA ARMĂTURILOR

În elementele structurale este nevoie de multe ori de înnădirea barelor, din cauza tehnologiei de execuţie, a lungimii limitate de livrare a barelor, a diametrelor diferite necesare pe lungimea elementelor.

Înnădirea armăturilor se face prin:
- *suprapunerea fără sudură a barelor*, transmiterea efortului de la o bară la alta realizându-se prin intermediul betonului, datorită aderenţei; se pot înnădi în acest mod bare având capete drepte (fig. 13.7, 13.9 şi 13.15) sau armături având capetele îndoite cu rază mare de curbură (fig. 13.27);
- *sudarea barelor* (fig. 13.10, 13.11);
- *alte sisteme de înnădire* (dispozitive mecanice, manşoane metalo-termice, bucle suprapuse la îmbinările elementelor prefabricate), omologate sau conform unor reglementări tehnice specifice.

Pentru alegerea tipului de îmbinare a armăturilor se va ţine seama de următoarele:
- este obligatorie înnădirea prin sudură, pentru:
  - barele cu $d \geq 32$ mm sau, conform [18], barele cu $d \geq 25$ mm
  - barele cu $d \geq 16$ mm, situate în zonele potenţial plastice ale elementelor care fac parte din structuri din zone seismice; la elementele verticale ale clădirilor etajate (stâlpi, pereţi structurali), această prevedere se aplică numai pentru nivelul de bază
  - barele longitudinale ale elementelor solicitate la întindere centrică sau excentrică cu mică excentricitate (tiranţi, tălpile întinse ale fermelor etc.), cu excepţia anumitor situaţii precizate în STAS 10107/0-90
- *se recomandă înnădirea prin sudură*, pentru:
  - barele cu $d \geq 25$ mm conform [31]
- *nu se permite înnădirea prin sudură*, pentru:
  - barele cu $d \leq 10$ mm
  - barele din sârmă, cu excepţia sudurilor prin puncte de la nodurile plaselor sudate executate în uzine
- *înnădirea prin suprapunerea barelor* este permisă în restul cazurilor.

13.4.1. Înnădiri prin suprapunere

13.4.1.1. Înnădirea barelor laminate la cald

Lungimea de suprapunere necesară pentru realizarea înnădirii armăturilor de rezistenţă se determină cu relaţia:

$$l_s = k_s \, l_a \qquad (13.10)$$

în care l_a este lungimea de ancorare, conform punctului 13.3.1.1.

Coeficientul k_s are valorile date în funcţie de raportul r_i dintre aria armăturilor înnădite prin suprapunere în secţiunea curentă i şi aria tuturor armăturilor din aceeaşi secţiune:

$k_s = 1 + 0{,}50 \, r_i$, pentru înnădiri în zone întinse;
$k_s = 1 + 0{,}25 \, r_i$, pentru înnădiri în zone comprimate.

În cazul armăturilor inelare ale pereţilor cilindrici sau tronconici, lungimea de suprapunere trebuie să fie $l_s \geq 1{,}5 \, l_a$, iar decalarea secţiunilor de înnădire trebuie să se facă la o lungime $\geq l_s$ (fig.13.7); numărul maxim de bare înnădite într-o secţiune este 1/4 din aria totală de armătură în cazul barelor netede OB37, respectiv 1/2 din aria de armătură, în cazul barelor profilate PC52 şi PC60.

În cazul stâlpilor, în general toate barele se înnădesc în aceeaşi secţiune (fig. 13.15).

Pentru elementele încovoiate sau comprimate/întinse excentric, cu axa neutră în secţiune, dacă pe lungimea de înnădire efortul în armătura întinsă scade, astfel ca la unul din capete să devină $\sigma_a \leq 0{,}25 R_a$, se admite să se ia $k_s = 1$ (cu excepţia riglelor şi stâlpilor cadrelor din zone seismice). Raportul σ_a / R_a se poate aproxima prin raportul momentelor încovoietoare din secţiunile respective, M_i / M_j (fig.13.8).

Dacă barele rămân solicitate la compresiune în oricare grupare de acţiuni, lungimea de înnădire prin suprapunere trebuie să fie:

$l_s \geq 30 \, d$, pentru elementele din betoane de clasă < C20/25;
$l_s \geq 20 \, d$, pentru elementele din betoane de clasă ≥ C20/25.

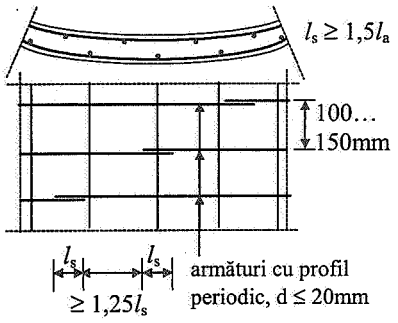


Fig. 13.7. Înnădirea armăturilor inelare prin suprapunere

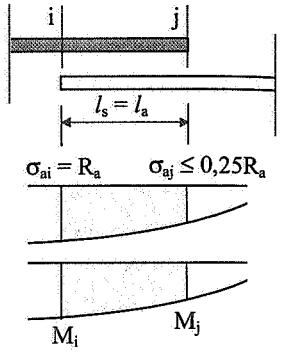


Fig. 13.8. Înnădirea barelor cu solicitări reduse la unul din capete

Între barele care se înnădesc trebuie să fie un spațiu de $1{,}2d$ și cel puțin 25 mm, deoarece transmiterea efortului se face prin aderență. Dacă dimensiunile elementului nu permit respectarea acestei prevederi, înnădirea se poate realiza prin petrecerea barelor fără spațiu și legarea lor cu sârmă.

13.4.1.2. Înnădirea plaselor sudate

Lungimea de suprapunere a plaselor sudate diferă în funcție de realizarea înnădirii (după direcția barelor de rezistență sau după direcția barelor de repartiție) și în funcție de gradul de solicitare a barelor. Lungimea de suprapunere se măsoară între barele marginale ale plaselor, perpendiculare pe direcția de înnădire. În figura 13.9 sunt date lungimile de suprapunere ale plaselor sudate în zonele întinse [21].

În zonele comprimate, lungimile de suprapunere se iau: $l_s \geq 30d$ pentru clasă mai mică decât C20/25; $l_s \geq 20d$ pentru clasă mai mare sau egală cu C20/25.

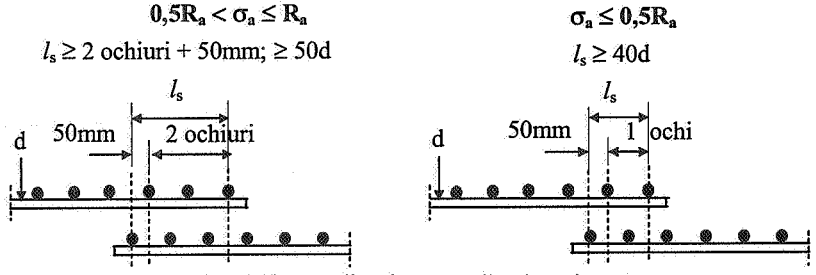


Fig. 13.9. Înnădirea plaselor sudate în zonele întinse

13.4.2. Înnădiri prin sudură

Înnădirea armăturilor prin sudură se face cu procedeele de sudare obișnuite, conform reglementărilor specifice din *Instrucțiunile tehnice pentru sudarea armăturilor din oțel-beton* (C28-83), unde se indică și dimensiunile minime ale cordoanelor de sudură. Calculul sudurilor se face în același mod ca pentru îmbinările sudate ale construcțiilor metalice.

Pentru a asigura transmiterea centrică a efortului de la o bară la alta, cordoanele de sudură se dispun pe cât posibil simetric față de armătura care se înnădește. Cordoanele de sudură asimetrice provoacă o stare de solicitare locală suplimentară, de aceea nu sunt indicate, decât dacă alcătuirea și armarea transversală (etrierii) permit preluarea acestor solicitări.

Înnădirile sudate frecvent utilizate sunt prezentate în continuare [4].

Sudurile manuale prin topire cu arc electric (fig. 13.10) se pot executa prin suprapunerea barelor sau cu eclise.

Dacă înnădirea se face prin suprapunere, capătul barelor se va îndoi, astfel ca poziția cordoanelor de sudură să fie simetrică față de axa barelor (fig. 13.10a).

În cazul ecliselor confecționate din bare rotunde (fig. 13.10b), aria celor două eclise trebuie să fie mai mare cu 20% decât aria barei înnădite, adică forța capabilă a ecliselor trebuie să fie cu 20% mai mare decât a barelor.

Dacă accesul electrodului este posibil numai dintr-o parte, înnădirea se poate face printr-o eclisă din oțel cornier (fig. 13.10c); lungimea de sudură se dublează în acest caz.

Lungimile necesare ale sudurilor și ale ecliselor rezultă din figura 13.10.

Dacă dispunerea cordoanelor este nesimetrică, lungimile minime se dublează față de cele din figura 13.10a și b.

Se pot suda cu acest procedeu bare având același diametru sau bare la care diferența diametrelor satisface condițiile prescrise [4].

La dispunerea armăturilor în elemente trebuie să se țină seama de prezența ecliselor, pentru respectarea spațiilor libere necesare unei betonări corespunzătoare.

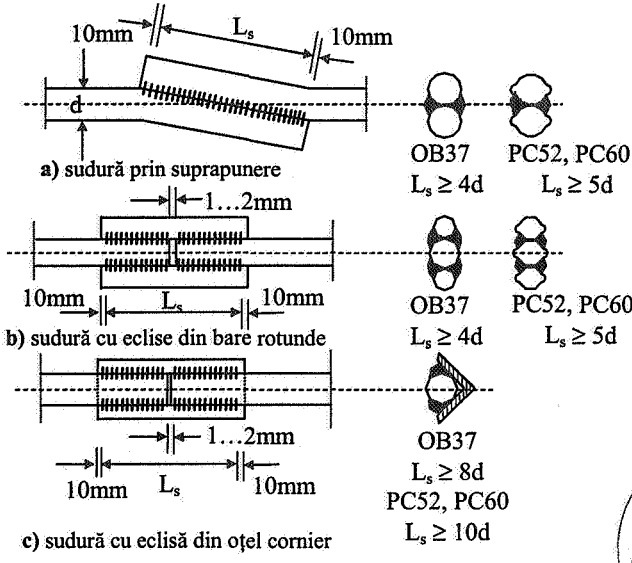


Fig. 13.10. Înnădiri sudate cu arc electric

GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL BUCUREȘTI

Sudurile manuale cap la cap sunt realizate în baie de zgură, într-o cochilie metalică. Acest tip de sudură se poate folosi în cazul barelor cu $d \geq 25$ mm. Soluția este indicată pentru înnădirea barelor de diametre diferite, a barelor solicitate la oboseală sau în situațiile când electrodul nu are acces decât dintr-o parte.

Formele de prelucrare ale capetelor barelor orizontale și verticale sudate cap la cap și lungimea minimă a cochiliilor sunt date în figura 13.11.

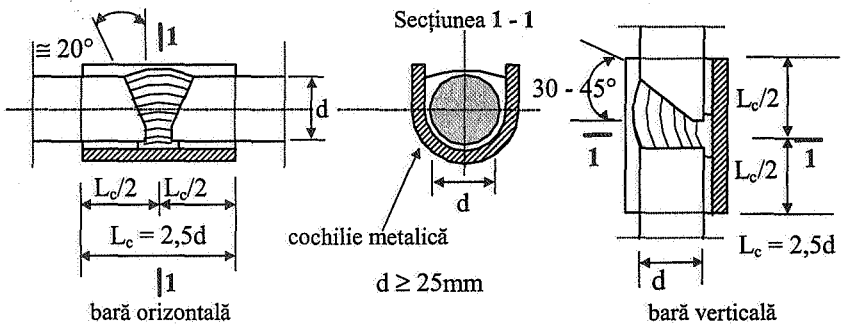


Fig. 13.11. Sudarea armăturilor cap la cap în cochilie

13.5. PREDIMENSIONAREA ELEMENTELOR DE REZISTENȚĂ DIN BETON ARMAT

Înainte de dimensionarea propriu-zisă, prin calculul secțiunilor necesare de beton și de armătură, se apreciază, conform unor prevederi cu caracter constructiv, dimensiunile elementelor structurale. Acest lucru este necesar pentru determinarea greutății proprii a structurilor și a rigidității elementelor, pentru calculul static. Pe de altă parte, limitările constructive impuse pot garanta, în general, o stare de deformație corespunzătoare. Dimensiunile minime impuse de normele specifice diferitelor tipuri de structuri trebuie în general respectate, chiar dacă din punctul de vedere al capacității portante ar rezulta dimensiuni mai mici.

13.5.1. Predimensionarea stâlpilor

În figura 13.12 sunt prezentate câteva forme utilizate pentru secțiunile transversale ale stâlpilor.

Dimensiunile minime ale secțiunii transversale sunt: 250 mm pentru stâlpii monoliți ($D \geq 250$ mm în cazul stâlpilor circulari), respectiv 200 mm pentru cei prefabricați, cu solicitări reduse.

În cazul structurilor etajate, stâlpii pot avea secțiuni diferite pe înălțimea structurii; se recomandă ca retragerile (reducerea secțiunii) să se facă concomitent numai pe o direcție și la cel puțin 2–3 niveluri să se păstreze secțiunea constantă; de regulă, stâlpii din fațade se execută cu lățimea constantă pe toată înălțimea, cu retrageri numai spre interiorul clădirii.

Dimensiunile laturilor secțiunilor de formă dreptunghiulară, sau de alte forme ortogonale (L, T, I), se aleg de regulă multiplu de 50 mm.

Raportul dintre laturile secțiunii se alege astfel, încât $h/b \leq 2,5$; în cazul secțiunilor compuse T, I, L etc., limitarea se referă la raportul între dimensiunile maxime pe cele două direcții $h_x / h_y \leq 2,5$ (fig. 13.12).

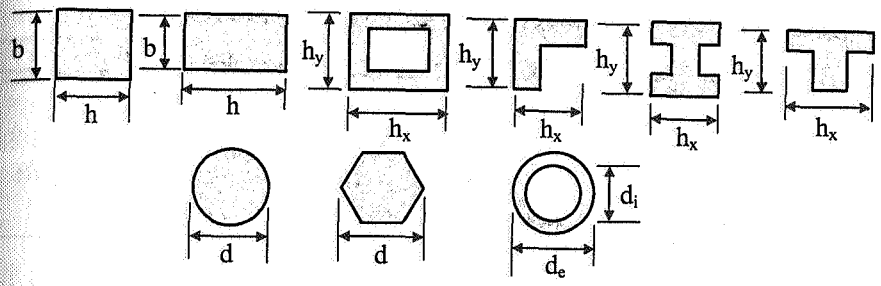


Fig. 13.12. Forme uzuale pentru secțiunea stâlpilor

Pentru predimensionarea dimensiunilor secțiunii transversale a stâlpilor se poate pleca de la condiții privind flexibilitatea, conform punctului 6.3.

Pentru stâlpii cadrelor din zone seismice se poate utiliza relația:

$$h = \frac{N}{0,3bR_c^*}$$

în care N este forța axială ce provine din gravitaționale normate de lungă durată.

Evaluarea forței axiale din stâlp se face în funcție de suprafața de planșeu aferentă stâlpului și numărul de niveluri.

13.5.2. Predimensionarea grinzilor

În figura 13.13 sunt prezentate câteva forme uzuale pentru secțiunile transversale ale grinzilor monolite sau prefabricate.

În cazul grinzilor prefabricate executate în tipare fixe, pentru ușurarea decofrării sunt necesare evazări ale fețelor laterale, cu o pantă de circa 1%; dacă se utilizează tipare rabatabile sau detașabile prin translatare laterală, evazările nu sunt necesare.

În lungul deschiderii, grinzile pot avea înălțimea constantă sau variabilă, de asemenea pot avea vute etc.

Dimensiunea minimă a înălțimii secțiunii transversale h, în funcție de deschiderea l a grinzilor, dimensiunile optime pentru înălțime și rapoartele h/b recomandate sunt date în tabelul 13.7.

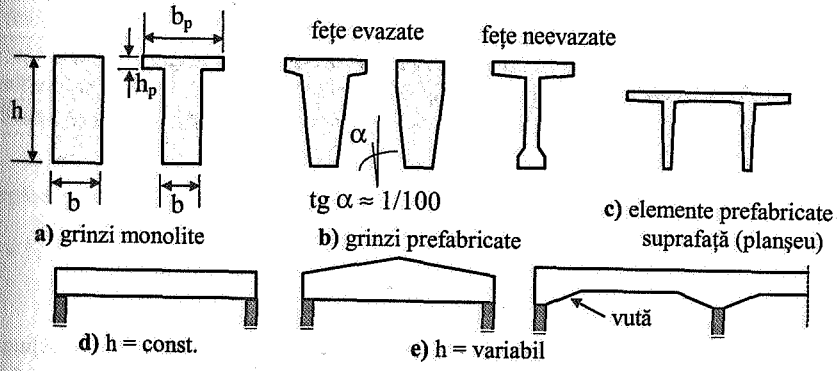


Fig. 13.13. Forme uzuale de grinzi

Tabelul 13.7. Dimensiuni pentru grinzi

Dimensiunea	Prescripţii şi recomandări în funcţie de tipul grinzilor
Înălţimea minimă, h_{min}	$l/15$ – grinzi principale $l/12$ – rigle de cadre din zone seismice $l/20$ – grinzi secundare şi nervuri dese simplu rezemate $l/25$ – nervuri dese încastrate elastic
Înălţimea optimă, h_{opt}	$l/(8...12)$ – grinzi principale $l/(12...15)$ – grinzi secundare
Lăţimea inimii grinzilor, b	$h/b = 1,5...3$ – secţiuni dreptunghiulare $h/b = 2...3$ – secţiuni T $h/b \le 2$ – pentru cazurile în care $M_{tors}/M_{incov} \ge 1/3$

Pentru grinzile monolite înălţimea se adoptă, de regulă, multiplu de:

50 mm, dacă $h \le 800$ mm;

100 mm, dacă $h > 800$ mm.

Lăţimea grinzii b se ia de regulă multiplu de 50 mm. Pentru grinzile monolite cu $b \le 200$ mm , se poate alege: $b = 120; 150; 180; 200$ mm.

Aceste gamă de dimensiuni nu este obligatorie pentru elementele prefabricate.

13.5.3. Predimensionarea plăcilor

Grosimea plăcilor, în funcţie de tipul de planşeu din care fac parte, se alege cel puţin cea prevăzută în tabelul 13.8. Dacă grosimea necesară a stratului de acoperire cu beton a armăturii, conform punctului 13.2, este mai mare de 10 mm, diferenţa se adaugă şi la grosimea minimă admisă a plăcii.

De regulă, grosimea plăcilor trebuie să fie *multiplu* de 10 mm.

13.6. PREVEDERI SUPLIMENTARE PENTRU STÂLPI

Alegerea dimensiunilor secţiunii transversale se face conform punctului 13.5.1.

Prevederile de alcătuire ţin seama de clasificarea stâlpilor în grupele A, B şi C, conform punctului 13.1.2, tabelul 13.1 şi se referă la cazurile în care forţele axiale relative satisfac condiţia:

$$n = \frac{N}{bhR_c} \ge 0,05$$

13.6.1. Armăturile longitudinale

În figura 13.14 sunt prezentate câteva moduri de dispunere a armăturilor în secţiunile transversale ale stâlpilor.

Tabelul 13.8. Grosimi minime pentru plăcile planşeelor, $h_{p\,min}$

Tipul planşeului	$h_{p\,min}$	
Planşee cu grinzi şi: ✧ plăci armate pe o direcţie: • simplu rezemate • încastrate elastic ✧ plăci armate pe două direcţii: • simplu rezemate • încastrate elastic	 $l_{min}/30$ $l_{min}/35$ $l_{min}/40$ $l_{min}/45$	– 60 mm, pentru plăcile monolite; – 30 mm, pentru plăcile prefabricate; Se recomandă: – 70 mm, pentru plăcile planşeelor intermediare ale clădirilor civile; – 80 mm, pentru plăcile planşeelor intermediare ale clădirilor industriale; – 100 mm, pentru planşeele carosabile
Planşee monolite cu nervuri dese	$l_{min}/12$	– 30 mm, pentru planşee cu corpuri de umplutură; – 50 mm, pentru planşee fără blocuri de umplutură
Planşee fără grinzi: ✧ planşee ciupercă • cu capitel drept • cu capitel frânt sau capitel cu dală ✧ planşee tip dală	 $l_{max}/32$ $l_{min}/35$ $l_{max}/30$	 – 100 mm, pentru planşeele de acoperiş; – 130 mm, pentru planşeele curente – 130 mm

Diametre utilizate şi distanţe între armături

Limitarea diametrelor utilizate pentru armăturile longitudinale se face conform datelor din tabelul 13.9.

Tabelul 13.9. Diametre minime şi maxime pentru armăturile longitudinale ale stâlpilor

Tipuri de stâlpi	Diametre minime, mm		Diametre maxime, mm
	Tipul de oţel		
	PC60, PC52	OB37	PC60, PC52, OB37
Stâlpi structurali	12	14	28 – beton obişnuit 22 – beton cu agregate uşoare
Stâlpi turnaţi în zidărie, la structurile cu ziduri portante	10	12	
Stâlpi nestructurali	10		

Distanţa liberă între armături trebuie să fie ≥ 50 mm; distanţa interax nu trebuie să depăşească 250 mm (fig. 13.14).

Se admite armarea cu numai patru bare dispuse la colţurile secţiunii:

- la stâlpii din grupa A, având laturile secţiunii ≤ 350 mm;
- la stâlpii din grupele B şi C, având laturile secţiunii ≤ 400 mm.

În secţiunile circulare se dispun minim şase bare longitudinale de rezistenţă.

Dacă stâlpii au forme ortogonale compuse, numărul minim de bare rezultă din condiţia de a avea armături longitudinale în toate colţurile etrierilor (fig. 13.14d).

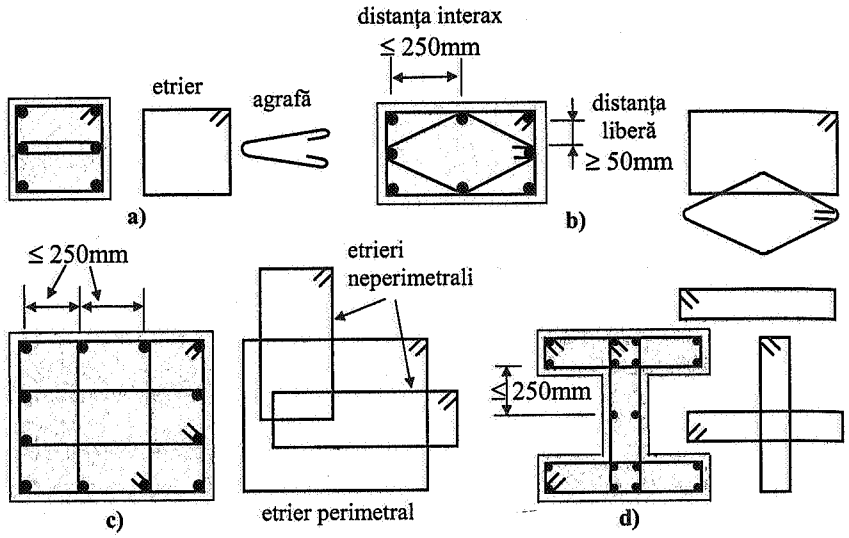


Fig. 13.14. Moduri de armare a stâlpilor

Procente de armare longitudinală

Procentul total de armare longitudinală p raportat la secțiunea totală de beton bh se determină cu relația:

$$p = \frac{A_a(\text{totală})}{bh} 100\ (\%) \qquad (13.11)$$

Se vor respecta următoarele limite, referitoare la procentul total, respectiv la procentele de armare pe fiecare latură:

- procentul total maxim, de regulă ≤ 2,5 %;
- procentul total minim, conform tabelului 13.10;
- procentul minim de armare pe fiecare latură a secțiunii, 0,2 %;

În situațiile în care din motive de asigurare a rigidității necesare la deplasări laterale, sau din alte motive, secțiunea de beton a stâlpilor se majorează față de cea dedusă din calcul, astfel încât armătura longitudinală rezultă dimensionată constructiv, procentele totale de armare pot fi reduse cu 20 % față de cele din tabelul 13.10, cu condiția ca procentul de armare pe fiecare latură să nu scadă sub valorile:

- 0,15 % la stâlpii din grupa A;
- 0,10 % la stâlpii din grupele B și C.

Înnădirea armăturilor

Ca regulă generală, este de preferat ca înnădirea armăturilor să se realizeze în zonele în care ele sunt cel mai puțin solicitate. Totuși, în cazul stâlpilor structurilor etajate, din necesități tehnologice, înnădirea barelor se face în zone în care sunt cel mai solicitate și anume deasupra nivelului fiecărui planșeu.

Dacă stâlpii sunt participanți la structuri din zone seismice (grupele A și B), la nivelul de bază, situat deasupra fundațiilor sau a pereților structurali ai subsolului, se evită înnădirea

Tabelul 13.10. Procente totale minime p_{min} pentru armăturile longitudinale ale stâlpilor

Poziția stâlpului în structură	Grupa de stâlp						
	A			B		C	
	Tipul de oțel						
	PC60	PC52	OB37	PC60, PC52	OB37	PC60, PC52	OB37
	p_{min}, %						
interior	0,5	0,6	0,8	0,5	0,6	0,4	0,5
marginal	0,6	0,7	0,9	0,6	0,7		
de colț	0,7	0,8	1,0	0,7	0,8		

Notă: La construcțiile cu un singur nivel, cu grinzile de acoperiș rezemate articulat pe stâlpi, pentru toți stâlpii, indiferent de poziție, se iau procentele minime corespunzătoare stâlpilor interiori.

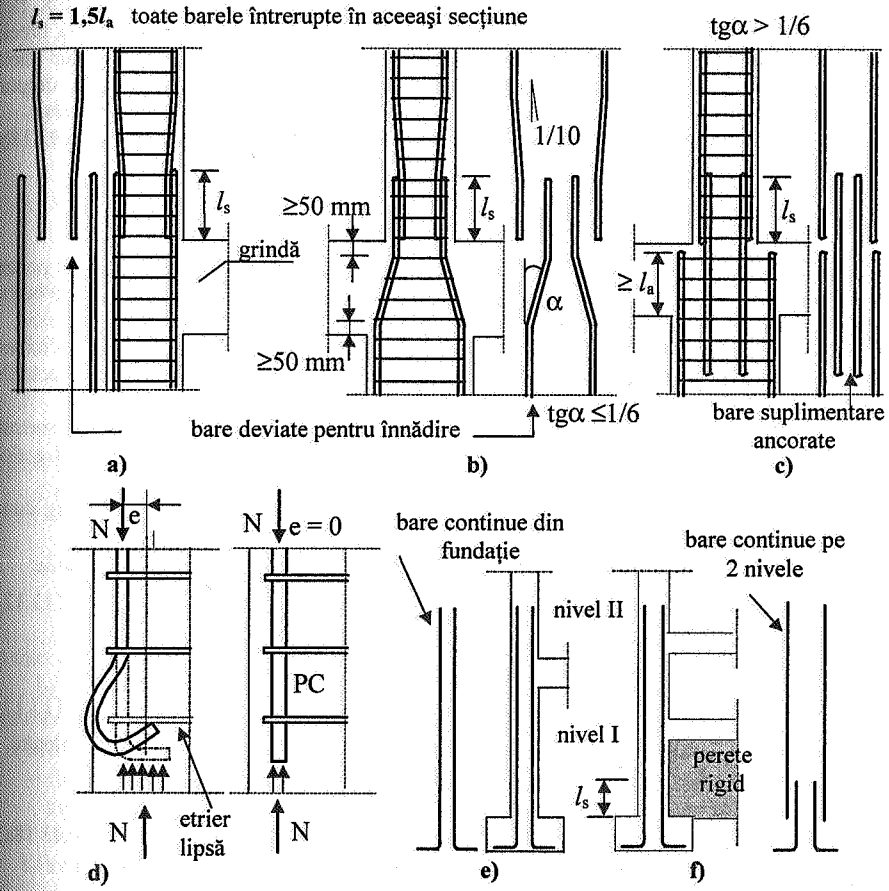


Fig. 13.15. Înnădirea barelor longitudinale ale stâlpilor

armăturilor sau înnădirea se face prin sudură pentru toate barele având diametrul ≥ 16mm. Barele se duc continue pe înălțimea primului nivel, începând din fundație (fig. 13.15e), în cazul clădirilor fără subsol sau al clădirilor cu subsol, dacă acesta nu este de tip cutie rigidă. Nu se admit înnădiri prin mustăți lăsate din fundație.

Barele se duc continue pe cele două nivele de la baza construcției (subsol și parter), în cazul clădirilor cu subsol de tip cutie rigidă fiind permise mustăți din fundație (fig. 13.15f).

Înnădirea armăturilor pe înălțimea stâlpului se realizează conform prevederilor punctului 13.4. Barele de la nivelul superior se deviază pentru a putea fi alăturate armăturilor de la nivelul inferior (fig. 13.15a). Dacă secțiunile a două niveluri succesive sunt diferite, panta maximă admisă pentru devierea armăturilor longitudinale pe înălțimea riglelor este 1/6 (fig. 13.15b). Dacă această pantă nu se poate asigura, înnădirea se realizează prin bare intermediare suplimentare, care străbat nodul (fig. 13.15c).

Sub ciocurile barelor comprimate apar solicitări excentrice față de axele barelor, ceea ce poate conduce la flambarea locală a barelor și la desprinderea stratului de beton, dacă etrierii sunt montați necorespunzător (fig. 13.15d) [122].

Se recomandă ca barele longitudinale, realizate din oțel profilat, să se termine drept, fără ciocuri, iar etrierii să se dispună corect. În cazul în care se utilizează oțel neted (OB37), barele trebuie să se termine cu ciocuri, deoarece există posibilitatea ca barele să fie întinse sub unele combinații de încărcări. În această situație, etrierii trebuie montați începând chiar din dreptul ciocurilor.

În cazul stâlpilor de la ultimul nivel, ancorarea barelor se poate realiza ca în figura 13.18b; ancorarea armăturilor de la nivelurile curente se realizează prin capete drepte.

13.6.2. Armăturile transversale

În cazul stâlpilor, etrierii au rol de rezistență și constructiv. Astfel, etrierii se dispun pentru preluarea forței tăietoare, pentru realizarea confinării zonei comprimate a secțiunii de beton și pentru a împiedica flambajul barelor longitudinale pe porțiunea dintre doi etrieri succesivi.

Rolul de rezistență al armăturilor transversale este destul de redus, nivelul de solicitare la tăiere în stâlpi fiind în general scăzut, cu excepția stâlpilor scurți și al stâlpilor din structurile rezistente la seism.

Armarea transversală este realizată sub formă de etrieri închiși perimetrali și neperimetrali (fig. 13.14), respectiv agrafe; cârligele agrafelor se leagă de etrieri în vecinătatea barelor longitudinale și nu direct de acestea (fig. 13.17) [47].

Pe înălțimea stâlpilor, din punctul de vedere al *distanței dintre etrieri* se disting două tipuri de zone de armare transversală:

- *zone curente, cu armătura transversală dispusă la distanța* a_e, respectând condițiile:

$$a_e \le (15d;\ 200 \text{ mm pentru grupa A};\ 300 \text{ mm pentru grupele B și C}) \qquad (13.12)$$

în care d este diametrul minim al armăturilor longitudinale.

- *zone cu armătura transversală dispusă la distanța redusă,* a_{er}:

$$a_{er} \le (8d;\ h/5), \text{ dar cu condiția } a_{er} \ge 100 \text{ mm} \qquad (13.13)$$

în care d are semnificația de mai sus, iar h este dimensiunea laturii mari a secțiunii stâlpului.

Armătura transversală se dispune la *distanța redusă*, a_{er} :

a) la stâlpii făcând parte din grupa A:

- *pe lungimea* l_p *a zonelor potențial plastice*, determinată conform punctului 13.1.3 (fig.13.18a):
  - de la extremitățile inferioare ale stâlpilor cadrelor, la fiecare nivel, în toate cazurile (fig. 13.1c, d)

  - de la extremitățile superioare ale stâlpilor care fac parte din cadre etajate curente, dacă $N/bh_0R_c \ge 0{,}3$
  - de la extremitățile superioare ale stâlpilor care fac parte din cadre ale structurilor de rezistență, a căror alcătuire face posibilă dezvoltarea unor deformații plastice mari și în aceste zone; de exemplu, în cazul cadrelor cu umplutură din zidărie masivă, la care desprinderea locală a zidăriei de stâlpi, sub acțiuni seismice puternice, poate transforma zona respectivă în stâlp scurt, sau în cazul structurilor în cadre, unde pereții structurali pot fi întrerupți din considerente funcționale, ca în figura 13.16;
- *pe toată înălțimea stâlpilor* având raportul $H_s/h \le 3$ (stâlpi scurți), unde H_s este înălțimea liberă a stâlpului, iar h latura cea mai mare a secțiunii transversale;

b) la toate grupele de stâlpi, pe lungimile de înnădire prin suprapunere a armăturilor longitudinale;

c) în cazul înnădirii la baza stâlpilor din grupele A *și* B, începând de la fața superioară a fundațiilor, pe distanța considerată până la capătul porțiunii de lungime l_p, măsurată de la partea superioară a pardoselii rigide (fig. 13.18c);

d) pe distanța cea mai mare dintre l_s *și* l_p, dacă zonele de înnădire l_s sunt situate la aceeași extremitate a stâlpilor nivelurilor curente cu zonele potențial plastice (fig.13.18a).

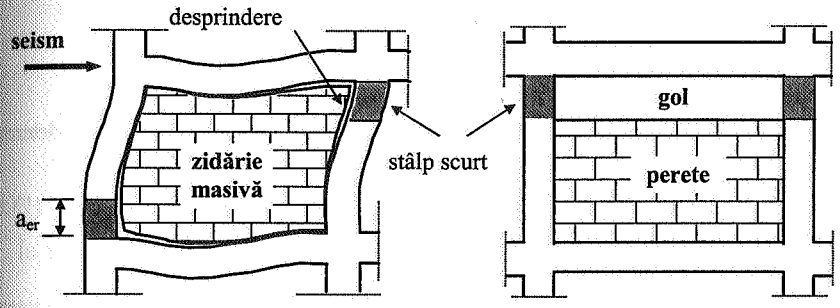


Fig. 13.16. Zone cu comportare de stâlpi scurți

Etrierii stâlpilor din grupa A se termină cu cârlige alcătuite conform punctului 13.3.2, figura 13.6a și b; porțiunile drepte ale cârligelor trebuie să fie de cel puțin $10d$.

Diametrele minime ale etrierilor se aleg:

$$d_e \ge \begin{cases} d/4 \\ 6\,\text{mm} \\ 8\,\text{mm} \textit{ pentru etrierii perimetrali la stâlpii din grupa A} \end{cases} \qquad (13.14)$$

în care d este diametrul maxim al armăturii longitudinale.

În afara *etrierilor perimetrali* obligatorii, în secțiunea transversală sunt necesari și *etrieri neperimetrali sau agrafe*, ținând seama de următoarele:

- *la stâlpii din grupa* A:
  - fiecare bară longitudinală, de regulă, trebuie să fie legată de un colț de etrier sau de agrafă, dacă legarea din două în două bare ar conduce la o distanță > 200 mm între două ramuri succesive de etrieri (fig. 13.17a);
  - se admite ca fiecare a două bară longitudinală să fie legată de un colț de etrier sau de agrafă, dacă distanța între două ramuri consecutive ale acestora este ≤ 200 mm (fig. 13.17b);

- *la stâlpii din grupele* B *şi* C, se prevăd etrieri neperimetrali în cazurile:
  - când au peste 3 bare longitudinale pe latură, dacă mărimea laturii mari a secţiunii este > 400 mm;
  - când au peste 4 bare longitudinale pe latură, dacă mărimea laturii mari a secţiunii este ≤ 400 mm.
- *la stâlpii din zonele seismice* F, în afara zonelor potenţial plastice, se admite să se prevadă numai etrieri perimetrali, pe laturile cu 3 bare longitudinale, dacă dimensiunea acestor laturi este ≤ 400 mm.

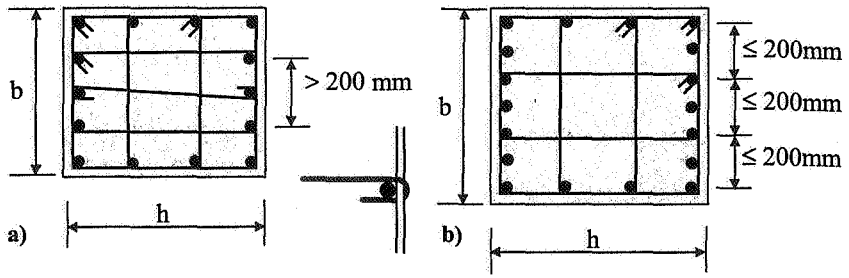


Fig. 13.17. Dispunerea etrierilor neperimetrali în secţiunile stâlpilor

Procente de armare transversală

Procentul de armare transversală pe direcţia unei laturi b a secţiunii stâlpului se determină cu relaţia:

$$p_e = \frac{n_e A_e}{a_e b} 100\ (\%) \qquad (13.15)$$

în care:

A_e este aria secţiunii unei ramuri de etrier (sau agrafă);

n_e – numărul de ramuri de etrieri şi agrafe, intersectate de un plan paralel cu latura b;

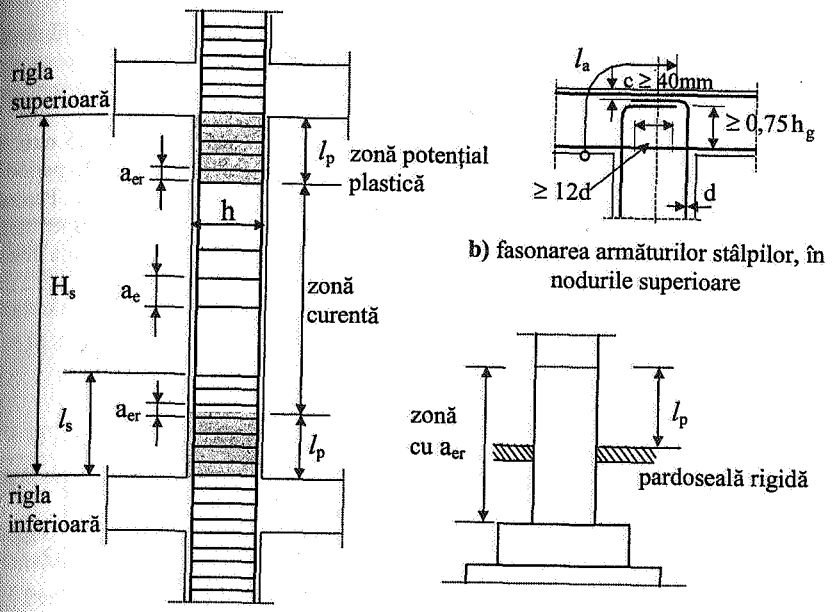
a_e – distanţa dintre etrieri pe înălţimea stâlpului.

De exemplu, în figura 13.17a, p_e după latura b se calculează pentru cinci bare (doi etrieri şi o agrafă), iar după latura h, pentru 4 bare (doi etrieri).

Condiţiile necesare de armare cu etrieri, pe direcţia fiecărei laturi, sunt trecute în tabelul 13.11.

Tabelul 13.11. Procente minime de armare transversală a stâlpilor $p_{e\,min}$

Grupa stâlpilor	Tipul zonei pe înălţimea stâlpului:	$p_{e\,min}$, %
A	– *zonă potenţial plastice, dacă*:	
	$\xi \le 0{,}4$	$10\frac{R_c}{R_a}(0{,}4+n)$
	$0{,}4 < \xi \le \xi_b$	$10\frac{R_c}{R_a}(0{,}4+n)+0{,}5\,(\xi-0{,}4)$
	– *zonă curentă (în afara zonelor potenţial plastice)*	0,15
B, C		0,1



a) îndesirea etrierilor în zonele potenţial plastice

b) fasonarea armăturilor stâlpilor, în nodurile superioare

c) stâlp la nivelul de bază

Fig. 13.18. Armarea stâlpilor

În tabelul 13.11, $n = \frac{N}{bhR_c}$ este valoarea relativă a forţei axiale, iar $\xi = \frac{x}{h_0}$ şi ξ_b reprezintă valoarea relativă efectivă a poziţiei axei neutre, respectiv valoarea ei maximă dată în tabelul 6.1 (pct. 6.5.1).

Stâlpii fretaţi se armează pe direcţia transversală cu frete, având pasul s:

$$s \le (1/5\ d_s;\ 80\ \text{mm}),\ \text{cu condiţia}\ s_{min} = 50\ \text{mm} \qquad (13.16)$$

în care d_s este diametrul sâmburelui de beton fretat.

Diametrul fretei va fi cel puţin de 6 mm.

Procentul de armare longitudinală, raportat la aria sâmburelui de beton fretat trebuie să fie:

$$p = \frac{A_a(total)}{\frac{\pi d_s^2}{4}} 100 \ge 0{,}5\% \qquad (13.17)$$

13.7. Prevederi suplimentare pentru grinzi

Dimensiunile secţiunilor transversale ale grinzilor se aleg conform punctului 13.5.2.

Grinzile se armează cu carcase spaţiale, în care barele sunt legate cu sârmă, sau sunt sudate.

13.7.1. Armăturile longitudinale de rezistență

Diametre utilizate și distanțe între armături

Diametrul minim este de 10 mm; *diametrul maxim* admis este, de regulă, 25 mm. La grinzile din beton ușor, barele cu diametrul >12 mm trebuie să fie din oțel cu profil periodic.

Distanțele libere între armături trebuie să respecte condițiile din figura 13.19a. Pentru a permite introducerea pervibratorului, unul din spațiile dintre barele de la partea superioară a grinzii, de preferință situat în axul grinzii, trebuie să fie de cel puțin 50 mm. Distanța interax pentru barele din zona întinsă va fi de maxim 200 mm.

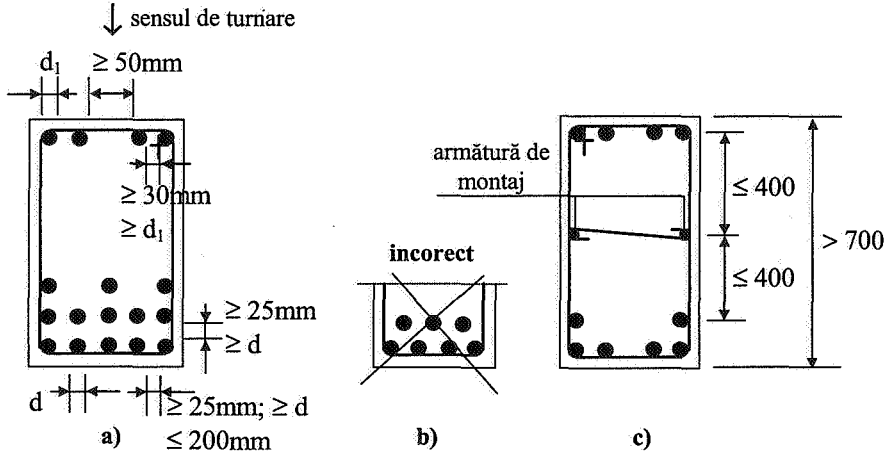


Fig. 13.19. Distanțe între barele longitudinale ale grinzilor

Se recomandă ca armăturile să se aleagă astfel, încât să fie dispuse pe cel mult două rânduri, atât în partea inferioară, cât și în partea superioară a grinzilor. Dacă sunt necesare armături și pe rândul al treilea, acestea se dispun la distanțe interax duble față de cele admise pentru barele de pe primele două rânduri. Armăturile se plasează pe aceeași verticală; nu este permisă intercalarea lor, deoarece împiedică pătrunderea betonului (fig. 13.19b).

Procente de armare longitudinală

Procentele de armare minime pentru zonele întinse sunt date în tabelul 13.12.

În cazul grinzilor obișnuite, p_{max} rezultă din condiția $\xi \le \xi_b$, iar în cazul zonelor potențial plastice ale riglelor de cadre, din condiția $\xi \le \xi_{lim} = 0{,}25$ (pct. 6.6.2); pentru secțiunile dublu armate, ξ se determină pentru diferența $p - p'$.

Procentele medii de armare, raportate la secțiunea utilă a inimii bh_0, trebuie să se încadreze, de regulă, în următoarele limite economice: 0,8...1,8% la grinzile monolite și 1,0...2,0%, la grinzile prefabricate. Obișnuit, nu se recomandă utilizarea unor procente de armare care depășesc 1,2...1,5%.

În *secțiunile de reazem ale riglelor cadrelor participante la structuri din zone seismice*, raportul între cantitatea de armătură de la partea inferioară și cea de la partea superioară trebuie să fie cel puțin 0,4 la construcții aflate în zonele seismice de calcul A, B și C și cel puțin 0,3 în

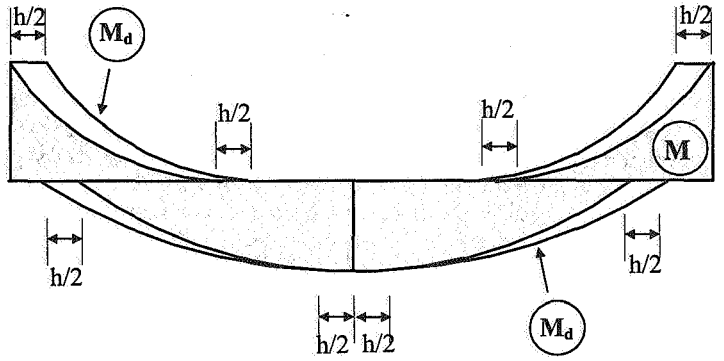
zonele D și E (fig. 13.28b). Ancorarea și înnădirea acestor armături se asigură ca pentru bare solicitate la întindere, chiar dacă din gruparea specială ele rezultă solicitate numai la compresiune.

Tabelul 13.12. Procente minime pentru armăturile longitudinale în zonele întinse ale grinzilor, p_{min}

Tipul de grindă	p_{min}, %
Grinzi obișnuite (care nu sunt rigle de cadru) și *plăci*, la care procentul de armare rezultat din calcul este $p \le 0{,}10\%$	$0{,}05 \le p_{min} = 1{,}15\, p \le 0{,}10$
Rigle de cadru participante la structuri din zone seismice:	
• în zonele seismice de calcul **A...E**,	
pentru armăturile întinse de pe reazeme	0,45
pentru celelalte armături întinse	0,15
• în zona seismică de calcul **F**	0,10
Rigle de cadru care nu participă la structuri din zone seismice	0,10

Stabilirea secțiunilor de la care armăturile longitudinale pot fi întrerupte sau înclinate

Pentru întreruperea sau înclinarea barelor necesare din calculul la moment încovoietor în secțiuni normale, se utilizează diagrama obținută prin dilatarea (prelungirea) cu lungimea $h/2$ a diagramei înfășurătoare a momentelor încovoietoare maxime (fig. 13.20). Această prevedere asigură și preluarea momentelor încovoietoare în secțiuni înclinate.



M - diagrama înfășurătoare a momentelor încovoietoare maxime
$\mathbf{M_d}$ - diagrama dilatată cu h/2

Fig. 13.20. Dilatarea diagramei de momente încovoietoare

Pentru o bară se definesc următoarele secțiuni, măsurate în raport cu diagrama dilatată:

- *secțiunea* **I**, în care o bară (sau un grup de bare) este integral necesară din dimensionarea la moment încovoietor - bara este utilizată la maxim în raport cu diagrama de momente încovoietoare dilatată;
- *secțiunea* **II**, în care bara nu mai este necesară din calcul, momentul fiind preluat în întregime de celelalte bare din secțiune; distanța dintre cele două secțiuni se notează $l_{I,II}$.

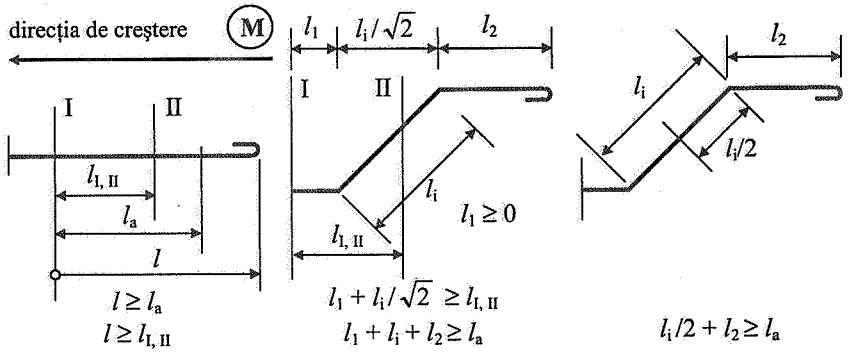
O *bară longitudinală dreaptă* poate fi întreruptă dincolo de secțiunea I, la distanța *l*, dacă sunt îndeplinite condițiile (fig.13.21a):

$$l \geq l_{I,II} \tag{13.18}$$

$$l \geq l_a \tag{13.19}$$

unde l_a este lungimea de ancorare, conform punctului 13.3.1, relația 13.4.

Se admite că pe lungimea *l* efortul în bară scade de la valoarea maximă la zero.



a) bare întrerupte sau ridicate în raport cu diagrama de momente încovoietoare

b) bară necesară și la preluarea forței tăietoare

Fig. 13.21. Stabilirea punctelor de întrerupere sau înclinare a armăturilor longitudinale în grinzi

Dacă bara are o porțiune ridicată, din punctul de vedere al preluării momentului încovoietor înclinarea poate să înceapă în secțiunea I; se consideră că efortul descrește până la valoarea zero pe lungimea l_i a părții înclinate, a cărei extremitate trebuie, în consecință, să treacă dincolo de secțiunea II (fig. 13.21a). Distanța $l_{I,II}$ se măsoară în proiecție pe axa grinzii.

Condițiile pentru lungimea necesară a barei după secțiunea I, sunt:

$$l_1 \geq 0 \tag{13.20}$$

$$l_1 + \frac{l_i}{\sqrt{2}} \geq l_{I,II} \tag{13.21}$$

$$l_1 + l_i + l_2 \geq l_a \tag{13.22}$$

unde: l_1 este distanța de la secțiunea I până la punctul de ridicare a barei;

l_2 – lungimea porțiunii drepte cu care se termină porțiunea înclinată, cel puțin 10*d* în zone comprimate și 20*d* în zone care pot fi și întinse (fig. 13.22a).

Dacă bara înclinată este necesară și din calculul la forță tăietoare, trebuie respectată în plus condiția (fig. 13.21b):

$$\frac{l_i}{2} + l_2 \geq l_a \tag{13.23}$$

Determinarea secțiunilor de tipul I, pentru fiecare bară longitudinală care se întrerupe sau se ridică, este necesară pentru acoperirea diagramei înfășurătoare a momentelor

încovoietoare, dilatată cu *h*/2. Aceasta înseamnă satisfacerea condiției $M_{capabil} \geq M$, pentru fiecare secțiune verticală de-a lungul grinzii.

$l_2 \geq 10d$ în zone comprimate

$l_2 \geq 20d$ în zone care pot fi și întinse

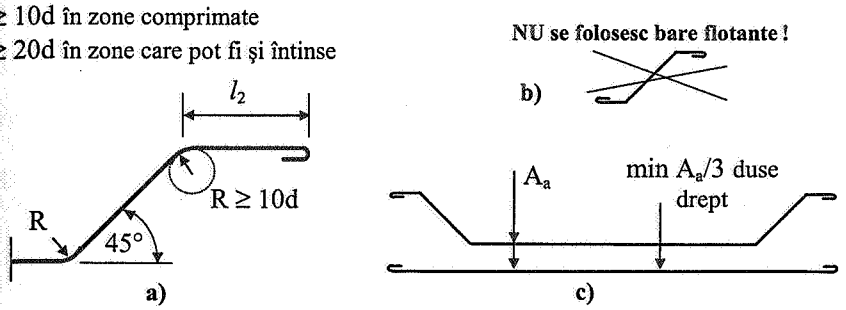


Fig. 13.22. Alcătuirea barelor cu porțiuni înclinate

În figura 13.23 se exemplifică modul de determinare a secțiunilor de întrerupere a barelor, în câmp și pe reazeme, pentru cazul unei grinzi obișnuite, armată numai cu bare longitudinale drepte din oțel profilat (nu s-au desenat etrierii).

Se procedează după cum urmează:

- Se calculează momentul capabil maxim $M_{cap\ max}$, pentru toate barele de armătură longitudinală, rezultate din calculul la moment încovoietor, în secțiunea de câmp (barele având mărcile 3, 4 și 5) și de reazem (barele 1 și 2).
- Se grupează barele, în funcție de poziția lor în secțiunea transversală, ținând seama de următoarele:
  - pentru *armăturile de la partea inferioară* (din câmp), barele de marca 3, plasate în colțurile etrierilor (și care trebuie să reprezinte cel puțin o treime din armătura totală necesară din câmp), se duc continuu până la reazemele adiacente; celelalte bare, cu marca 4 și 5, constituie următoarele grupe de bare, care pot fi întrerupte în deschidere, două câte două;
  - pentru *armăturile de la partea superioară* (de pe reazem), se procedează la fel, cele cinci bare împărțindu-se în două grupe; barele de marca 1, din colțurile etrierilor, se prelungesc pe toată lungimea diagramei de momente încovoietoare negative, barele de marca 2 pot fi mai scurte, cu respectarea condițiilor (13.18) și (13.19).

Grupurile de armături, în ordinea întreruperii lor, sunt: 2, 1 pe reazem, și 5, 4, 3 în câmp.

- Se calculează momentul capabil pentru toate grupele de bare și se trasează linii orizontale în dreptul fiecărui moment capabil, începând, față de axa grinzii, cu barele care vor fi întrerupte ultimele. La intersecția liniilor cu diagrama de momente dilatată cu *h*/2 se află secțiunea I pentru grupul de bare considerat. Secțiunea II, de la care grupul de bare nu mai este necesar din calcul, este secțiunea pentru care momentul capabil al barelor rămase intersectează diagrama de momente încovoietoare dilatată.

Simplificat, se poate admite că momentul capabil pentru o bară sau un grup de bare este proporțional cu aria secțiunii transversale a barei sau a grupului de bare, adică:

$$M_{cap,grup} = \frac{A_{a,grup}}{A_{a,tot}} M_{cap,total} \tag{13.24}$$

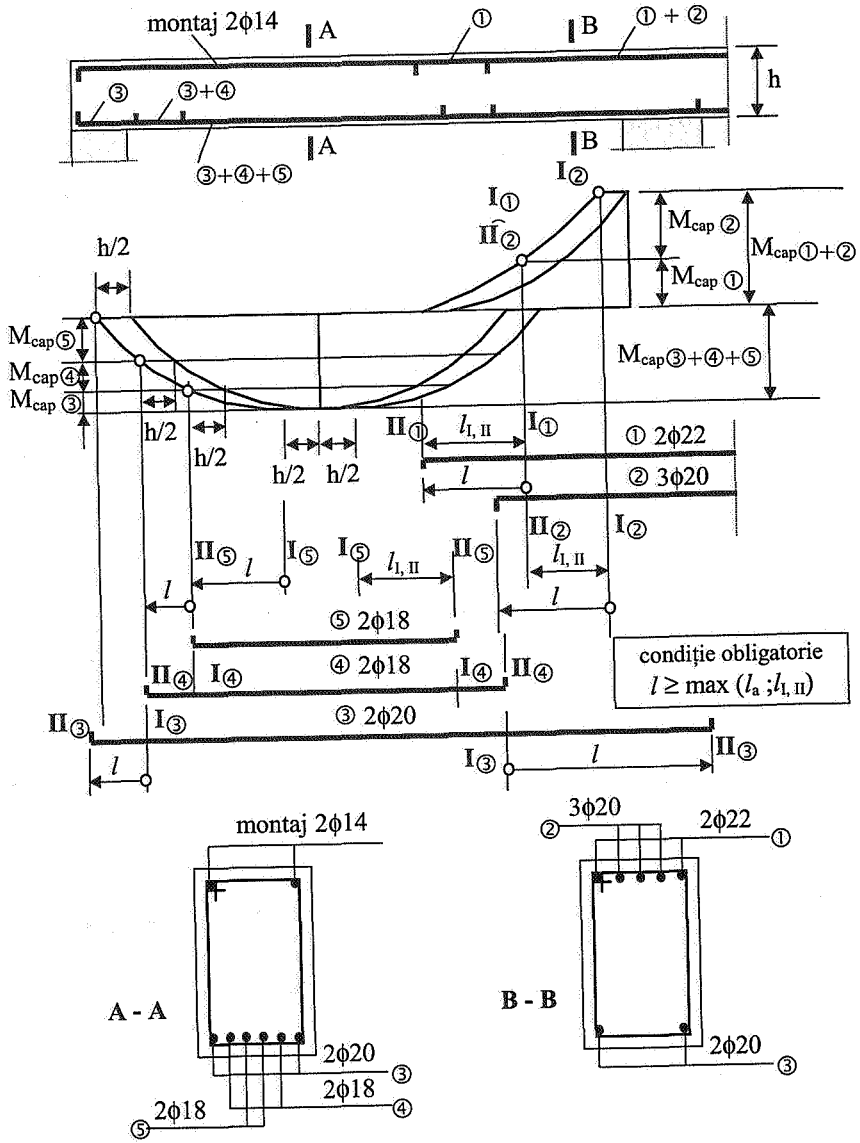


Fig. 13.23. Stabilirea punctelor de întrerupere ale barelor în câmpul şi pe reazemul unei grinzi continue, armată cu bare drepte

- Pornind de la secţiunea **I**, barele trebuie prelungite cu distanţa $l \geq l_{I,II}$, cu condiţia $l \geq l_a$; secţiunea **II** pentru grupul de bare întrerupt este în acelaşi timp secţiunea **I** pentru următorul grup de bare. De exemplu, secţiunea I_1 (pentru barele 1 de pe reazem) se află la intersecţia liniei orizontale din dreptul valorii M_{cap1} cu diagrama de momente deplasată cu $h/2$, iar

secţiunea II_1, la distanţa $l = l_{I,II} > l_a$; secţiunea I_2 (pentru barele 2), se află la distanţa $h/2$ de la faţa reazemului, iar secţiunea II_2 coincide cu secţiunea I_1; de la secţiunea I_2, barele 2 se prelungesc cu $l = l_a > l_{I,II}$.

Sisteme de armare ale grinzilor

Armăturile longitudinale ale grinzilor, în cazul barelor legate cu sârmă în carcase, pot fi drepte, sau cu porţiuni drepte şi porţiuni înclinate.

Tendinţa actuală este de a arma grinzile cu bare longitudinale drepte şi cu etrieri, pentru reducerea consumului de manoperă necesară fasonării şi montării armăturilor, ca de exemplu în cazul grinzilor continue obişnuite (fig. 13.23) sau în cazul riglelor cadrelor din zone seismice (fig. 13.27).

Dacă se utilizează şi bare cu porţiuni înclinate, specifice grinzilor la care încărcările gravitaţionale sunt preponderente, se respectă următoarele:

- unghiul de înclinare este, de regulă, 45°, iar racordarea porţiunilor drepte cu cele înclinate se face cu o rază de curbură ≥ 10*d*; nu se admit armături înclinate sub formă de bare flotante (fig. 13.22b);
- barele înclinate se termină cu porţiuni drepte având lungimea l_2, conform figurilor 13.21 şi 13.22a;
- cel puţin o treime din armăturile din câmpul grinzilor şi cel puţin barele longitudinale din colţurile etrierilor se menţin drepte până la reazeme şi se ancorează dincolo de reazeme ca bare solicitate la întindere (fig. 13.22c şi 13.23); barele înclinate nu se plasează lângă feţele laterale ale grinzilor, pentru a evita fisurarea prin despicarea stratului de acoperire cu beton, datorită presiunii mari care acţionează asupra betonului în porţiunile curbe ale armăturilor;
- barele înclinate pot fi ridicate într-o singură secţiune sau în mai multe secţiuni, după cum rezultă necesar din calculul la forţă tăietoare. Prima secţiune de înclinare se prevede la o distanţă de cel mult 50 mm de la marginea reazemului; se recomandă ca distanţa între prima şi a doua secţiune de înclinare să nu fie mai mare decât înălţimea grinzii (fig. 13.24), iar în cazul în care sunt necesare mai mult de două secţiuni de înclinare, distanţele dintre aceste secţiuni să fie cel mult 1,5*h*.

Pentru riglele cadrelor structurilor din zone seismice, se recomandă evitarea utilizării armăturilor înclinate.

În figura 13.24 este prezentată o variantă de armare a unei porţiuni dintr-o grindă continuă obişnuită, cu bare longitudinale drepte şi înclinate.

Pentru zonele de reazem, în figura 13.25 sunt arătate două posibilităţi de armare, diferite din punctul de vedere al lungimii porţiunilor drepte. Armătura înclinată 1 din figura 13.25a preia forţa tăietoare în stânga şi în dreapta reazemului. Armătura înclinată 2, din figura 13.25b, participă şi la preluarea momentelor încovoietoare negative în dreapta reazemului, dacă porţiunea dreaptă cu care se prelungeşte bara de la marginea reazemului este cel puţin $(0{,}5h + l)$, unde l trebuie să respecte condiţiile (13.18) şi (13.19). Bara 3, din câmpul al doilea, preia moment încovoietor în stânga reazemului şi forţă tăietoare în dreapta reazemului. Obişnuit, pentru preluarea momentului pe reazem, dintre barele 2 şi 3 este considerată doar bara cu secţiunea mai mică.

Pentru armarea grinzilor se pot utiliza şi carcase plane sudate, alcătuite din bare longitudinale drepte şi bare transversale, cu rol de etrieri. Dacă lăţimea grinzii nu depăşeşte 150 mm, se poate folosi o singură carcasă; dacă lăţimea este mai mare, se utilizează carcase duble sau triple (fig. 13.26).

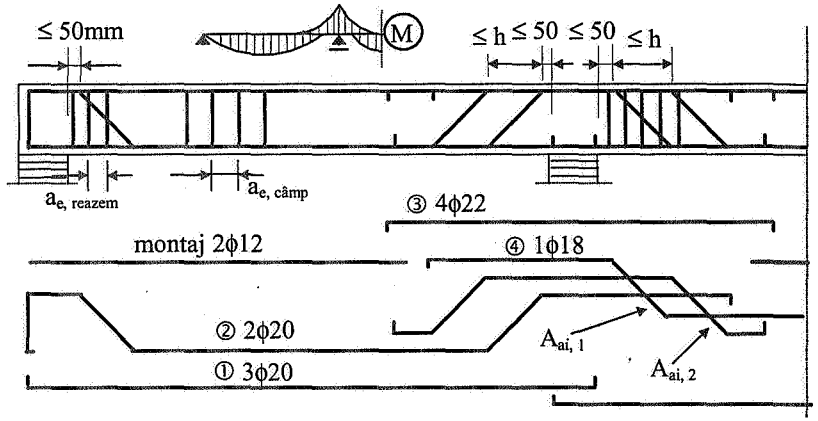
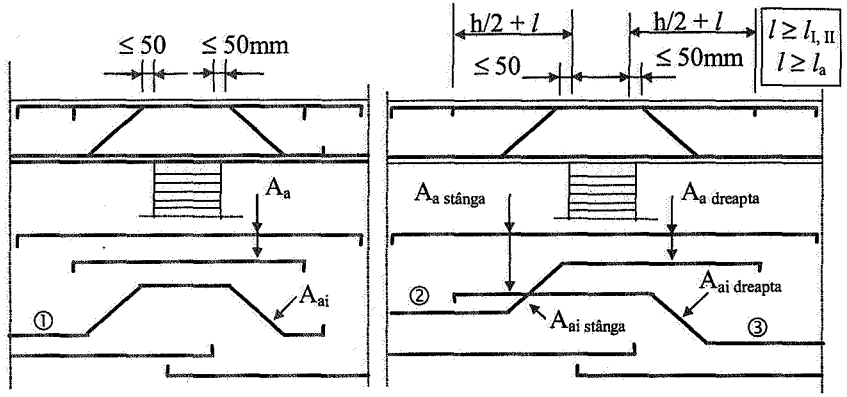


Fig. 13.24. Armarea grinzilor obişnuite cu bare drepte şi înclinate



a) armătura înclinată numai pentru forţa tăietoare

b) armătura înclinată pentru forţă tăietoare şi prelungită pentru momentul încovoietor

Fig. 13.25. Modalităţi de armare a grinzilor obişnuite cu bare ridicate

Pentru riglele cadrelor făcând parte din structuri amplasate în zone seismice, cel mai frecvent se utilizează armarea cu bare drepte şi etrieri (fig. 13.27).

În nodurile intermediare, ancorarea armăturilor longitudinale ale riglelor se realizează prin îndoirea barelor în interiorul nodului (fig.13.27a) [18]; acest mod de armare decurge din necesitatea de a evita ancorarea în zona potenţial plastică din deschiderea următoare. Din acelaşi motiv, în nodurile marginale, armăturile de la partea superioară şi cele de la partea inferioară trebuie să fie independente.

Armăturile longitudinale din grinzi, care se ancorează în noduri, se prelungesc de la planul median al nodului cu lungimea de ancorare l_a (fig. 13.27).

Dacă lungimea de ancorare nu se poate realiza din cauza dimensiunilor insuficiente ale nodurilor cadrelor, ancorarea barelor laminate la cald cu profil periodic poate fi îmbunătăţită prin sudarea unor bare transversale (fig. 13.3).

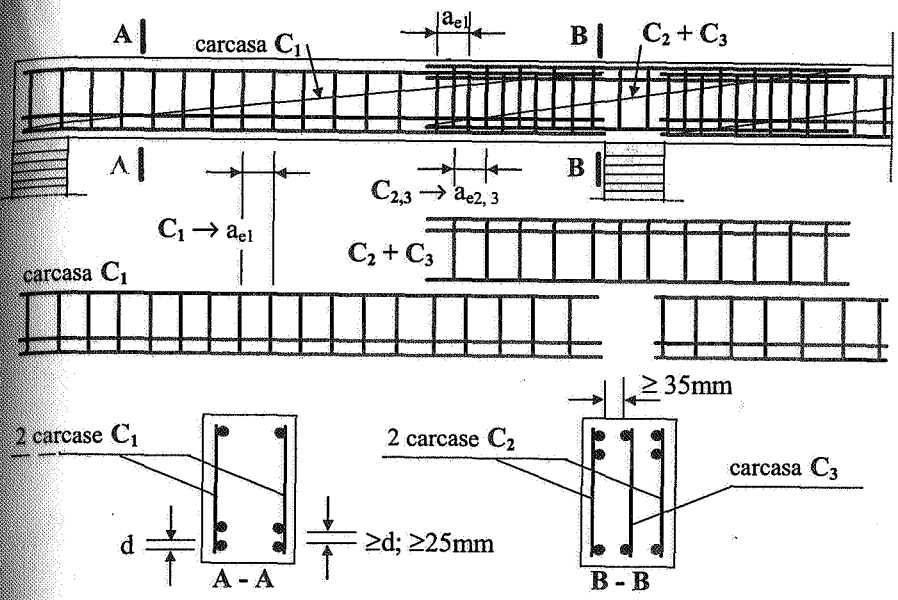
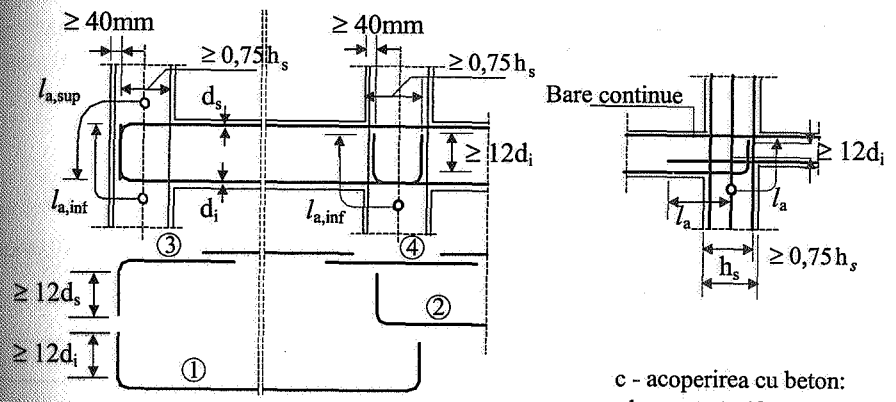


Fig. 13.26. Armarea grinzilor cu carcase sudate



①,② - bare inferioare ancorate în nod
③ - bare superioare ancorate în nod
④ - bare superioare continue prin nod

c - acoperirea cu beton:
- la capete ≥ 40mm
- lateral ≥ 60mm

a) fasonarea armăturilor grinzilor, în nodurile intermediare şi de capăt

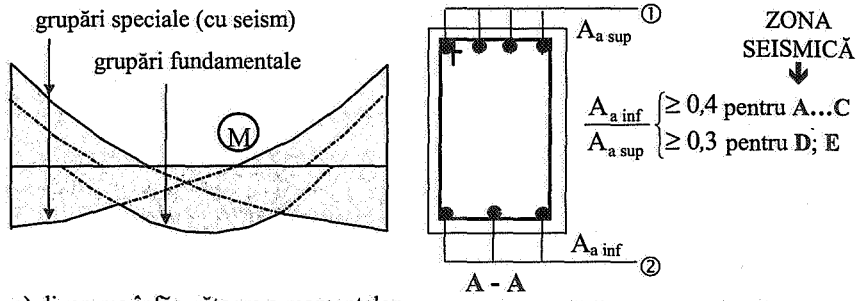
b) fasonarea armăturilor grinzilor cu secţiuni inegale

Fig. 13.27. Forma şi ancorarea armăturilor longitudinale în riglele cadrelor seismice

13.7.2. Armăturile longitudinale de montaj

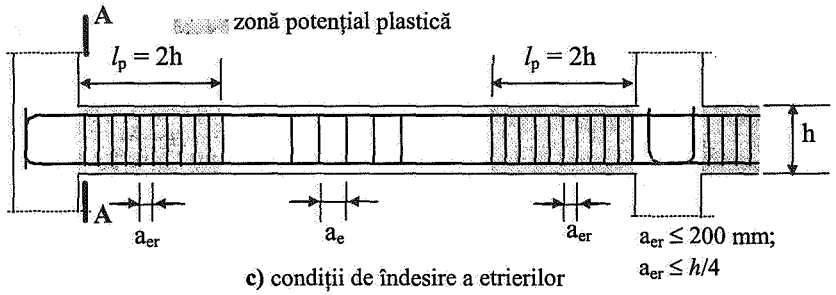
Armăturile longitudinale de montaj se dispun:

- *la fiecare colţ de etrier*, în zonele în care nu sunt necesare din calcul armături comprimate de rezistenţă; de exemplu, în zona de câmp, la partea superioară a grinzii;
- *pe feţele laterale ale grinzilor cu h* >700 mm, la distanţe de cel mult 400 mm; aceste bare se leagă între ele în sens transversal cu agrafe, dispuse din doi în doi etrieri (fig. 13.19c).



a) diagrama înfăşurătoare a momentelor încovoietoare maxime

b) condiţii pentru armăturile longitudinale în secţiunile de reazem



c) condiţii de îndesire a etrierilor

Fig. 13.28. Condiţii pentru armăturile longitudinale şi transversale la riglele cadrelor rezistente la seism

Tabelul 13.13. Diametre minime ale armăturilor longitudinale de montaj, d_{min}

Poziţia armăturilor în secţiunea transversală a grinzii	d_{min}, mm		
	Carcase legate cu sârmă, din oţel de tip:		*Carcase sudate*
	PC60, PC52	OB37	
în partea superioară	8	10 (8)	6 (5)
pe feţele laterale	6	8	5

Observaţie: valorile din paranteze sunt date pentru grinzile prefabricate.

Diametrele minime pentru armăturile de montaj se dau în tabelul 13.13. De regulă, se aleg diametre mai mari decât ale etrierilor sau, în cazul carcaselor sudate, decât ale barelor transversale.

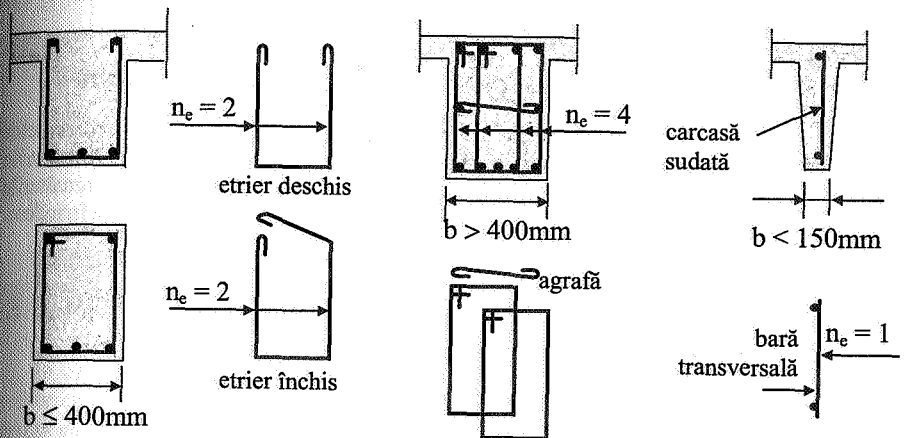
13.7.3. Armăturile transversale

Etrierii, în cazul carcaselor legate cu sârmă, pot fi deschişi sau închişi (fig. 13.29a).

Etrierii *deschişi* pot fi dispuşi în zonele în care solicitarea la tăiere este nesemnificativă şi în care la partea superioară a grinzii sunt dispuse constructiv armături de montaj.

Etrierii *închişi* se prevăd:

- pe toată lungimea grinzilor independente fără placă la partea superioară;
- în zonele în care există armături de rezistenţă la partea superioară a grinzilor.



a) etrieri simpli (cu două ramuri)

b) etrieri dubli (cu patru ramuri)

c) carcasă sudată

Fig.13.29. Forma etrierilor şi a barelor transversale în grinzi

Etrierii cu minimum patru ramuri (fig. 13.29b), se prevăd în cazul grinzilor care au lăţimea b > 400 mm, sau dacă sunt necesari din calculul la forţă tăietoare.

Diametrele minime ale etrierilor sunt:

- *în cazul carcaselor legate cu sârmă* (PC52, PC60, OB37), cel puţin 1/4 din diametrul maxim al armăturilor longitudinale, respectiv cel puţin:

  6 mm pentru grinzi cu $h \le 800$ mm;
  8 mm pentru grinzi cu h >800 mm.

- *în cazul barelor transversale ale carcaselor sudate:* 4 mm.

Diametrul maxim se limitează de regulă la 12 mm.

Distanţele maxime admise între etrieri, sau între barele transversale ale carcaselor sudate, a_e sunt:

- pe porţiunile în care există armătură comprimată rezultată din calcul (d fiind cel mai mic diametru), pentru evitarea flambării acestor bare pe distanţa dintre doi etrieri:

  $a_e \le 15\,d$, în cazul grinzilor din beton obişnuit, greu
  $a_e \le 10\,d$, în cazul grinzilor din beton uşor

- în zonele potențial plastice ale riglelor cadrelor participante la structuri din zone seismice, pe lungimea l_p, determinată conform punctului 13.1.3, în scopul confinării betonului comprimat (fig.13.28c):
  $a_e \le 200$ mm
  $a_e \le h/4$
- în restul cazurilor:

$$a_e \le 300 \text{ mm}; \quad a_e \le \frac{3}{4}h; \quad \text{se recomandă: } p_e = \frac{n_e A_e}{a_e b} \ge 0{,}1\%.$$

Pentru zonele seismice de calcul A...E, procentul de armare transversală în zonele potențial plastice, p_e trebuie să aibă valoarea minimă de 0,2%.

13.7.4. Armarea grinzilor solicitate la încovoiere cu torsiune

Armăturile longitudinale suplimentare, necesare din calcul pentru preluarea momentelor de torsiune, se distribuie pe perimetrul secțiunii, cât mai uniform (fig. 13.30). Armăturile longitudinale dispuse din calculul în secțiuni normale se modifică în consecință. Toate armăturile longitudinale se ancorează și se înnădesc conform prevederilor pentru barele solicitate la întindere.

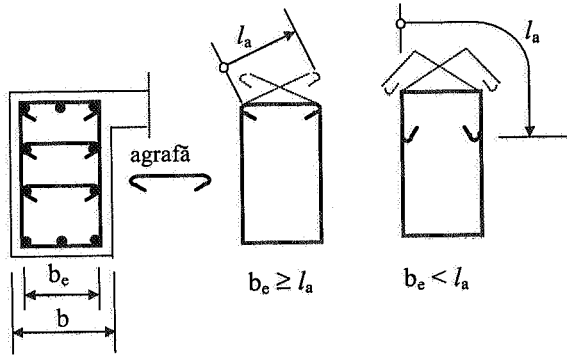


Fig. 13.30. Armarea grinzilor solicitate la încovoiere cu torsiune

Armăturile transversale necesare pentru preluarea momentelor de torsiune se realizează prin suplimentarea numărului etrierilor perimetrali dispuși pentru preluarea forței tăietoare, diametrul etrierilor alegându-se de regulă același cu cel al etrierilor de tăiere.

Toți etrierii perimetrali se prevăd cu ramurile orizontale superioare suprapuse pe toată lățimea grinzii, dar cel puțin pe o lungime egală cu l_a (fig. 13.30), lungimea de ancorare calculată conform punctului 13.3.

Modul de adiționare și dispunere a armăturilor longitudinale și transversale, rezultate din calculul la încovoiere și la torsiune este prezentat în figura 8.5.

13.7.5. Armarea consolelor scurte

Se recomandă ca armarea să se realizeze numai cu bare longitudinale și etrieri orizontali. Ancorarea armăturilor longitudinale pentru preluarea momentelor încovoietoare se realizează la capete cu lungimea l_a, conform relației (13.4), ca în figura 13.31. Distanța maximă între etrieri este de 150 mm.

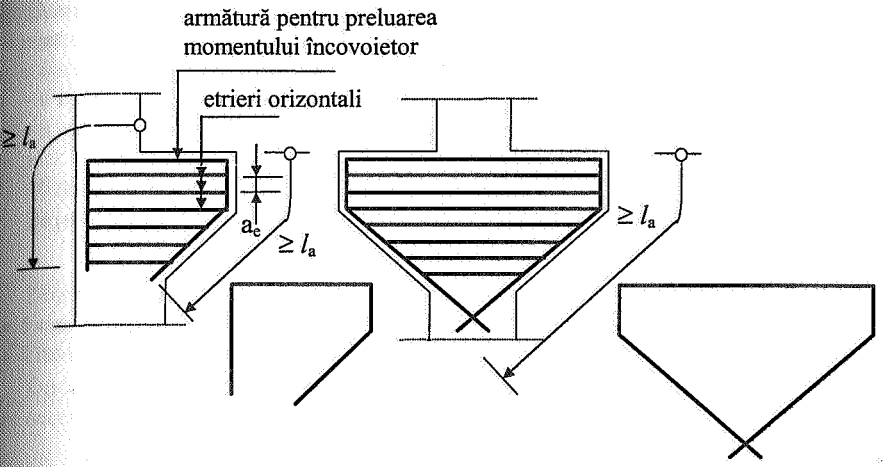


Fig. 13.31. Armarea consolelor scurte

13.8. PREVEDERI PENTRU NODURILE CADRELOR

În cazul nodurilor de cadru ale structurilor de beton armat executate monolit sau prefabricat, dar realizate cu îmbinări de continuitate sau în zone depărtate de nod, principala cerință este asigurarea ancorajului armăturilor elementelor adiacente în orice situație de solicitare, inclusiv în domeniul postelastic, atins prin formarea articulațiilor plastice sub acțiunea seismică.

În acest scop, dimensiunile nodurilor trebuie să asigure lungimile de ancorare conform punctului 13.3. Armăturile longitudinale din rigle și din stâlpi se prelungesc cu lungimea de ancorare de la planul median al nodului; dacă pentru ancorare sunt necesare bucle sau cârlige (fig. 13.4, 13.27, 13.28), acestea se vor realiza întotdeauna în nod.

Pentru îmbunătățirea ancorajului armăturilor din grinzi, se pot prevedea bare transversale conform figurii 13.3.

Se recomandă ca axele elementelor adiacente nodului, rigle și stâlpi, să fie centrate în axul nodului. În cazul stâlpilor marginali sau de colț, în mod uzual dezvoltarea dimensiunilor secțiunii transversale se face spre interior, astfel încât această prevedere nu se poate realiza; excentricitatea în plan orizontal trebuie să fie în acest caz mai mică decât 1/4 din latura corespunzătoare a secțiunii transversale a stâlpului inferior.

Barele longitudinale din stâlpul inferior se vor înnădi cu cele din stâlpul superior deasupra nodului, respectând alcătuirea din figura 13.15.

Dacă nodurile sunt solicitate predominant la acțiuni seismice, pe fiecare latură a nodului se prevede cel puțin câte o armătură verticală intermediară; aceste bare sunt de fapt continuarea armăturilor intermediare din stâlpii adiacenți nodului. Dacă armăturile din stâlp sunt graifuite, fiecare bară se va amplasa într-un colț de etrier.

Pe înălțimea nodurilor se dispun cel puțin etrierii din stâlpi, dar trebuie să satisfacă cerințele detaliate în exemplul de calcul din anexa 31.

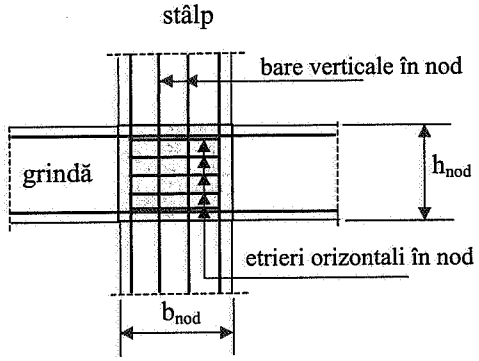


Fig. 13.32. Armarea nodurilor cadrelor rezistente la seism

13.9. PREVEDERI SUPLIMENTARE PENTRU PLĂCI

Prevederile prezentate în continuare se referă la plăcile planşeelor din clădirile civile sau industriale, cu rezemări continue pe pereţi sau grinzi; pentru alte tipuri de planşee, de exemplu, planşee ciuperci sau planşee dală cu rezemare numai pe stâlpi, prescripţiile de proiectare referitoare la plăci sunt date în normele specifice structurilor din care fac parte.

Grosimea plăcilor se alege conform punctului 13.5.3.

Plăcile se armează cu bare dispuse în general pe două direcţii perpendiculare, formând plase. Acestea pot fi:

- *plase legate cu sârmă*, alcătuite din bare montate individual, din oţel PC60, PC52 sau OB37;
- *plase sudate*, de exemplu din oţel STNB sau SPPB.

Plasele legate cu sârmă se folosesc în cazul elementelor executate monolit; plasele sudate se pot utiliza atât pentru plăcile prefabricate, cât şi pentru plăcile monolite.

Barele netede de tip OB37 sunt utilizate doar când armătura de rezistenţă rezultă din condiţii constructive (diametre minime, număr minim de bare, procente minime de armare).

Procentele de armare minime sunt cele date în tabelul 13.12.

Procentul mediu de armare trebuie să se încadreze în următoarele limite economice: sub 0,8 % la plăcile armate pe o direcţie şi sub 0,5% la cele armate pe două direcţii, valorile optime fiind date în tabelul 13.14.

Tabelul 13.14. Procente optime de armare pentru plăci, %

Modul de armare	Plăci armate cu bare legate, din oţel de tip:			Plăci armate cu plase sudate
	procente optime de armare, %			
	PC60	**PC52**	**OB37**	**STNB**
Pe o direcţie	0,25…0,50	0,30…0,60	0,40…0,80	0,25…0,50
Pe două direcţii	0,20…0,40	0,25…0,50	0,30…0,50	0,20…0,40

Diametrele minime care pot fi utilizate în plasele legate cu sârmă sunt:

- pentru armăturile de rezistenţă:
  - 6 mm, barele realizate din oţel PC60 sau PC52
  - 6 mm, barele drepte din oţel OB37 de la partea inferioară a plăcii
  - 8 mm, barele drepte din oţel OB37 de la partea superioară a plăcii
- pentru *armăturile de repartiţie*:
  - 6 mm, indiferent de tipul de oţel.

Se poate accepta ca *diametrul maxim* al armăturii de rezistenţă să se determine cu relaţia:

$$d_{max} = 0{,}1h_p + 2, \text{ exprimat în mm}$$

Diametrele minime utilizate în plasele sudate din oţel STNB sau SPPB sunt:

- 5 mm (plăci monolite) sau 4 mm (plăci prefabricate), pentru armăturile de rezistenţă
- 4 mm (plăci monolite) sau 3 mm (plăci prefabricate), pentru armăturile de repartiţie.

Distanţele maxime admise între armăturile de rezistenţă sunt date de numărul minim de bare necesar în zonele întinse, în funcţie de grosimea h_p a plăcii:

$h_p \le 300$ mm - 5 bare pe metru;

$300\text{mm} < h_p \le 400$ mm – 4 bare pe metru;

$h_p > 400$ mm – 3 bare pe metru.

Distanţa minimă între armăturile realizate din bare laminate la cald este de 80 mm.

Dacă între două bare nu este respectată distanţa minimă prescrisă, se ia în considerare în calcul numai aria secţiunii unei bare.

Sisteme de armare ale plăcilor

Armarea se face astfel încât, în orice secţiune, capacitatea de rezistenţă a plăcii să fie mai mare sau cel mult egală cu momentul încovoietor din secţiunea respectivă, determinat pe baza diagramei înfăşurătoare a momentelor maxime. Armăturile se ancorează dincolo de secţiunea în care sunt necesare în întregime din calcul, conform prevederilor punctului 13.3.1, dacă nu există alte recomandări.

Armăturile se dispun în general ordonat de-a lungul plăcii, respectând acelaşi pas, deci aceeaşi distanţă între bare.

Armarea plăcilor cu plase legate cu sârmă

Se recomandă să se utilizeze pe cât posibil cel mult două diametre pentru armăturile de rezistenţă ale unei plăci. Pentru alegerea distanţei între bare şi a diametrului barelor se utilizează anexa 24.

În figura 13.33 sunt prezentate câteva posibilităţi de armare pentru plăcile obişnuite monolite, cu plase legate cu sârmă, din bare PC60, PC52 sau OB37.

În general, nu se utilizează bare înclinate decât la plăcile continue cu deschideri peste 2,0 m. Pentru deschideri mai mici şi solicitări reduse, se poate folosi armarea cu plase independente în câmp şi pe reazem, ca în figura 13.33b.

Barele plasate peste reazem (călăreţii) se pot termina cu picioruşe de rezemare, pentru asigurarea poziţiei lor în timpul betonării plăcii.

Dacă este îndeplinită condiţia $\overline{Q} \le 0{,}75$, secţiunile de înclinare ale armăturilor se prevăd la distanţe suficient de mari de la marginea reazemelor, pentru ca aceste bare să poată fi utilizate la preluarea momentelor încovoietoare negative. De regulă, în cazul reazemelor intermediare, această distanţă este de $l_0/5$, unde l_0 este lumina, adică distanţa între marginile reazemelor

aferente deschiderii (fig. 13.33). Dacă reazemul marginal face corp comun cu placa (centură, grindă), ridicarea barei se face la aceeaşi distanţă $l_0/5$.

În figura 13.33a şi c sunt prezentate două procedee de armare cu bare longitudinale drepte şi înclinate şi cu călăreţi dispuşi pe reazeme.

Dacă armăturile au diametre ≤ 12 mm, barele fiind livrate în colaci, au lungimi mari, deci armăturile drepte şi înclinate se pot realiza continuu, pe toată lungimea planşeului (armăturile 3 şi 4 din figura 13.33a). Fasonarea armăturilor se face direct pe cofrajul plăcii.

Acest mod de armare se poate aplica plăcilor continue, cu mai mult de trei deschideri egale (sau care nu diferă cu mai mult de 10%), calculate cu metoda echilibrului limită, deoarece rezultă din calcul aceeaşi arie de armătură pentru multe secţiuni succesive.

Dacă ariile de armătură necesare din calcul sunt diferite de la o secţiune la alta, este preferabil ca armăturile să fie individuale pentru fiecare deschidere (fig. 13.33b, c).

Numărul minim de bare care se prelungesc drept peste reazeme (fără să fie luate în considerare în calcul ca armături comprimate) este în general de 3 bare pe metru.

Armăturile de la partea superioară a plăcii (călăreţii), se continuă de o parte şi de alta a reazemelor, pe toată lungimea diagramei de momente negative. În cazurile curente, această distanţă se poate lua egală cu $l_0/4$, unde l_0 este lumina pentru deschiderea adiacentă cea mai mare. Porţiunea dreaptă din zona de reazem a armăturilor înclinate se prelungeşte în deschiderea următoare tot cu $l_0/4$ de la faţa reazemului (fig. 13.33).

Dacă încărcările sunt mari (de exemplu la radierele fundaţiilor), în cazurile speciale când $\overline{Q} > 0{,}75$, secţiunile de înclinare se prevăd începând din imediata vecinătate a reazemelor, pentru a permite preluarea forţelor tăietoare.

La plăcile cu încărcări temporare mari în raport cu cele permanente, sau la plăcile continue care au o deschidere mult mai mică decât cele învecinate, pot să apară momente negative extinse parţial, sau pe toată zona de câmp. În acest caz, lungimea necesară de prelungire a armăturilor rezultă mai mare decât $l_0/4$, ajungându-se eventual la o armare continuă în partea superioară a plăcii (fig. 13.33d). Se admite ca acest mod de armare să se facă numai în zonele în care momentele negative depăşesc ca valoare capacitatea portantă a secţiunii de beton simplu.

a. Plăci armate pe o direcţie (pentru care $l_{0max}/l_{0min} > 2{,}0$)

În cazul plăcilor armate pe o direcţie, perpendicular pe direcţia armăturilor de rezistenţă din câmp şi de pe reazem se dispun armături constructive, de repartiţie. Armăturile de repartiţie se dispun la partea inferioară a plăcilor, pe toată deschiderea, iar la partea superioară, pe lungimea barelor pentru momentele negative (fig. 13.33a şi 13.34a). Secţiunea pe metru a acestor bare trebuie să fie cel puţin cel puţin 4ϕ6, respectiv $0{,}15A_a$, în cazul plăcilor obişnuite (A_a este aria armăturii de rezistenţă dispusă după direcţia scurtă, pe metru liniar), sau $0{,}25A_a$, în cazul plăcilor cu încărcări concentrate mari.

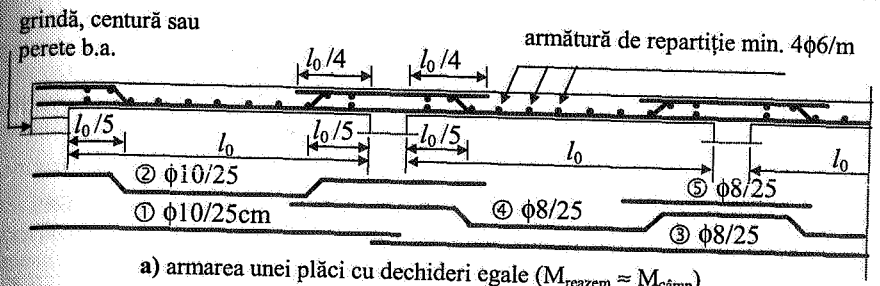
Pentru preluarea momentelor încovoietoare locale de încastrare pe reazemele cu continuitate de pe direcţia laturii mici, respectiv a tendinţei de forfecare între placă şi grindă, se prevăd călăreţi constructivi; aceste bare suplimentare trebuie să respecte condiţiile de armare minimă, date pentru barele de rezistenţă de pe direcţia scurtă.

De regulă, aceste bare sunt 5ϕ6/m (PC60, PC52), sau 5ϕ8/m (bare din OB37).

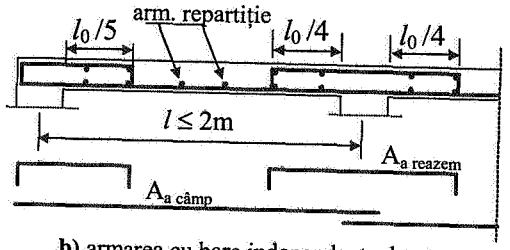
Toţi călăreţii se prelungesc de o parte şi de alta a reazemului cu lungimea $l_{0min}/4$ (fig. 13.33a şi fig. 13.34).

b. Plăci armate pe două direcţii (pentru care $l_{0max}/l_{0min} \le 2{,}0$)

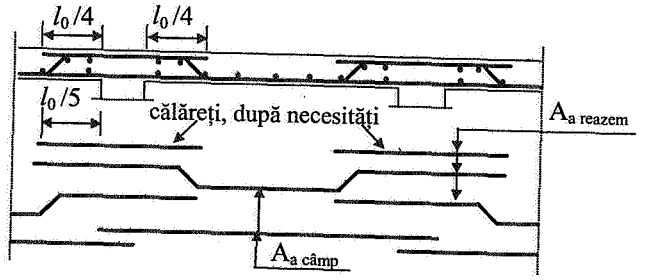
Pentru plăcile armate pe două direcţii, armăturile de rezistenţă se dispun respectând prescripţiile curente, pentru fiecare direcţie în parte.



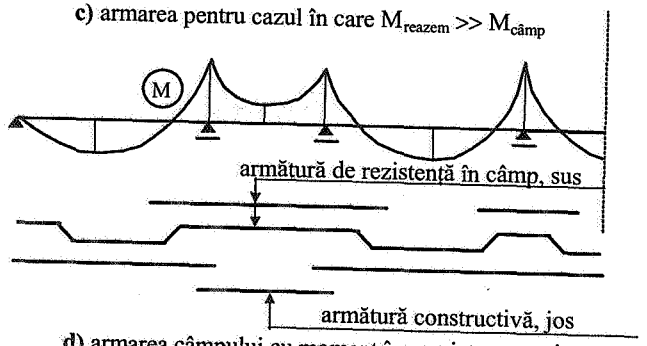
a) armarea unei plăci cu dechideri egale ($M_{reazem} \approx M_{câmp}$)



b) armarea cu bare independente drepte



c) armarea pentru cazul în care $M_{reazem} >> M_{câmp}$



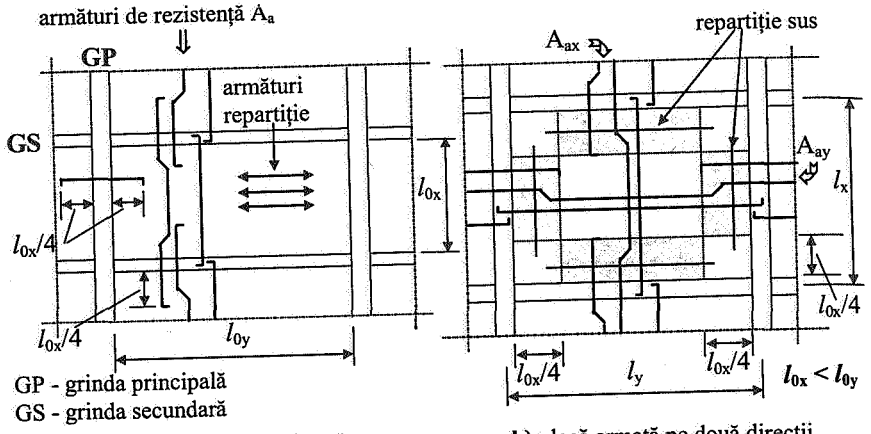
d) armarea câmpului cu moment încovoietor negativ

Fig. 13.33. Procedee de armare a plăcilor

Armătura de rezistenţă paralelă cu direcţia scurtă se dispune pe rândul întâi - barele A_{ax}, respectiv barele 3 şi 4 din figura 13.34b şi c, iar barele A_{ay}, respectiv 1 şi 2 paralele cu latura

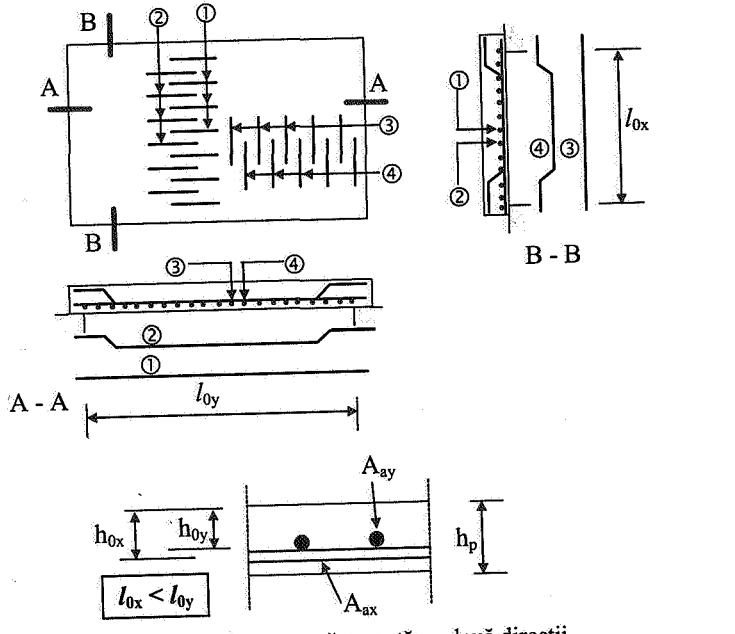
mai mare, se dispun pe rândul al doilea. Acest mod de aşezare este raţional, deoarece, în cazurile obişnuite, aria de armătură pe direcţia mai scurtă rezultă mai mare decât cea de pe direcţia lungă.

La calculul ariilor de armătură se ţine seama de aşezarea pe două rânduri, prin mărimea înălţimii utile a plăcii: $h_{0x} > h_{0y}$, dacă $l_{0x} < l_{0y}$ (fig. 13.34c).



a) placă armată pe o direcţie

b) placă armată pe două direcţii



c) placă simplu rezemată, armată pe două direcţii

Fig. 13.34. Dispunerea armăturilor de rezistenţă şi de repartiţie în plăci

La partea inferioară a plăcii, armăturile de rezistenţă după direcţiile x şi y se încrucişează pe toată suprafaţa plăcii, în timp ce în zonele haşurate din figura 13.34b, aflate la partea superioară a plăcii, armăturile de rezistenţă sunt dispuse numai pe o direcţie. În aceste zone, este deci necesară armătură de repartiţie. Aceste armături trebuie să respecte condiţiile pentru armăturile de repartiţie ale plăcilor armate pe o direcţie.

Armarea plăcilor cu plase sudate

Plasele sudate pot fi uzinate, de mare serie, sau produse în atelierele de armături ale fabricilor de prefabricate. Plasele de serie mare sunt realizate din oţel STNB, într-o gamă de dimensiuni destul de redusă. Plasele realizate în fabricile de prefabricate pot fi obţinute şi prin sudarea prin puncte a armăturilor din oţel PC60, PC52 sau OB37.

Pentru armarea plăcilor la care armăturile de rezistenţă sunt necesare din calcul, pe o direcţie sau pe două direcţii, se utilizează de regulă plase plane. Caracteristicile plaselor uzinate, livrate sub formă de panouri plane sunt date în anexele 27 şi 28.

Ancorarea şi înnădirea plaselor se face conform punctelor 13.3.1.2 şi 13.4.1.2.

Plasele sudate livrate în rulouri, cu barele longitudinale având diametrul maxim de 5 mm, se folosesc în mod obişnuit la armarea constructivă a şapelor, suprabetonărilor etc.

Este interzisă utilizarea armăturilor din plase sudate STNB şi SPPB în medii agresive.

Armarea plăcilor monolite sau prefabricate se face conform regulilor enunţate pentru plasele legate, adică aria barelor din plasele sudate trebuie să asigure preluarea solicitărilor de moment încovoietor pozitiv sau negativ, în toate secţiunile.

În funcţie de raportul laturilor plăcii, plasele se aleg în conformitate cu raportul momentelor încovoietoare:

- pentru plăcile armate pe o direcţie, se aleg în general plase cu ochiuri dreptunghiulare, barele de diametru mai mare (armăturile de rezistenţă) fiind aşezate la distanţe mai mici; aceste bare trebuie să fie dispuse pe direcţia scurtă a plăcii;
- pentru plăcile armate pe două direcţii, se pot alege plase cu ochiuri pătrate, cu bare având diametre diferite, sau cu bare de acelaşi diametru pe ambele direcţii, dacă $0{,}7 \le l_y/l_z \le 1{,}4$.

Plasele sudate nu se ridică pe reazeme ca barele plaselor legate. În figura 13.35 se arată câteva exemple de armare pentru plăcile continue, monolite, cu plase sudate.

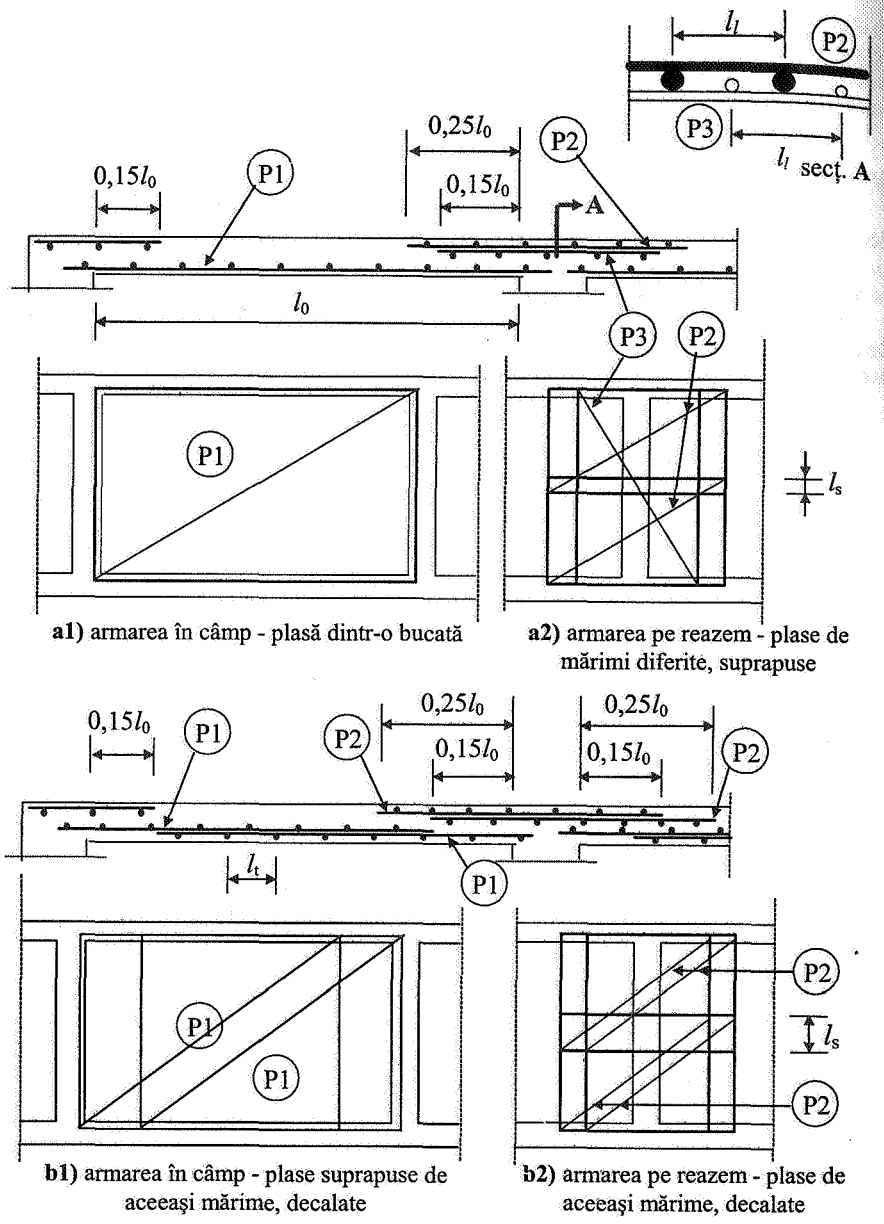
Plasele sudate dispuse în câmpuri pot fi de dimensiunea unui ochi de placă, sau pot fi realizate prin înnădirea plaselor de dimensiuni mai reduse. Pe reazeme, plasele sunt aşezate astfel, încât lungimea plasei să asigure acoperirea diagramei de momente negative. Dacă nu se face un calcul în acest sens, plasele de la partea superioară a plăcii trebuie să se extindă pe o lungime egală cu cel puţin $0{,}25l_0$, măsurată de la marginea reazemului (fig. 13.35).

Dacă aria de armătură nu poate fi asigurată de o singură plasă, se pot folosi soluţii de armare cu două plase suprapuse, în modurile exemplificate în figura 13.35a, pe reazem, sau în figura 13.35b, în câmp şi pe reazem. Plasele suprapuse pot avea dimensiuni diferite, ca în figura 13.35a, sau pot avea aceeaşi dimensiune, plasele decalându-se ca în figura 13.35b.

Datorită poziţionării plaselor, armăturile de rezistenţă sunt în acelaşi plan după suprapunere, ele fiind desenate în planuri diferite pentru claritatea figurii.

Se recomandă să se folosească cel mult două plase suprapuse în secţiuni curente, respectiv trei plase în secţiunile de înnădire. Distanţa minimă (lumina) între barele de rezistenţă din aceeaşi plasă sau din plase diferite este de 25 mm în partea inferioară a plăcii şi de 30 mm, pentru plasele de la partea superioară a plăcii. La plăcile prefabricate, distanţa poate fi redusă la 15 mm.

În cazul plăcilor prefabricate (panouri, semipanouri etc.), se prevăd şi armături suplimentare locale, pentru preluarea solicitărilor din fazele de transport şi montaj, în funcţie de punctele de suspendare.



a1) armarea în câmp - plasă dintr-o bucată

a2) armarea pe reazem - plase de mărimi diferite, suprapuse

b1) armarea în câmp - plase suprapuse de aceeaşi mărime, decalate

b2) armarea pe reazem - plase de aceeaşi mărime, decalate

Fig. 13.35. Armarea plăcilor monolite cu plase sudate

Alte detalii privind armarea sunt date în "Instrucţiunile tehnice pentru proiectarea şi folosirea armării cu plase sudate a elementelor de beton", indicativ P59-80.

Aplicaţia numerică 13

Proiectarea unei structuri seismice din cadre de beton armat monolit

Se efectuează dimensionarea unui cadru etajat din beton armat monolit (P+4E), amplasat în zona seismică de calcul *C* şi încadrat în clasa *a* (fig. Apl.13.1). Materialele folosite sunt: beton C25/30, cu $R_c^* = 18\,\text{N/mm}^2$ şi $R_t^* = 1{,}25\,\text{N/mm}^2$, oţel PC52 ($R_a = 300\,\text{N/mm}^2$) pentru barele longitudinale şi OB37 ($R_a = 210\,\text{N/mm}^2$) pentru etrieri. Dimensiunile secţiunilor transversale s-au ales: pentru riglă, $b/h = 250/500$ mm, iar pentru stâlpi, $b/h = 400/500$ mm. Acoperirea cu beton este $c = 25\,\text{mm}$; se apreciază $a = a' = 35\,\text{mm}$.

Pentru exemplificare, se calculează rigla nivelului I (cu deschiderile *R*1 şi *R*2), stâlpul marginal *SA* de la parter, respectiv nodul marginal din stânga de la intersecţia riglei şi a stâlpului *SA* (fig. Apl.13.1).

Pentru calculul static plan s-au luat în considerare combinaţii de acţiuni în gruparea fundamentală şi în gruparea specială. Seismul s-a considerat cu direcţia de acţiune de la stânga spre dreapta în combinaţia *C*1, respectiv de la dreapta spre stânga în combinaţia *C*2 (fig. Apl.13.2).

Eforturile din grupările speciale N_S, Q_S, M_S, care au rezultat cele mai defavorabile, au valorile din tabelul Apl.13.1 şi sunt date la feţele nodurilor.

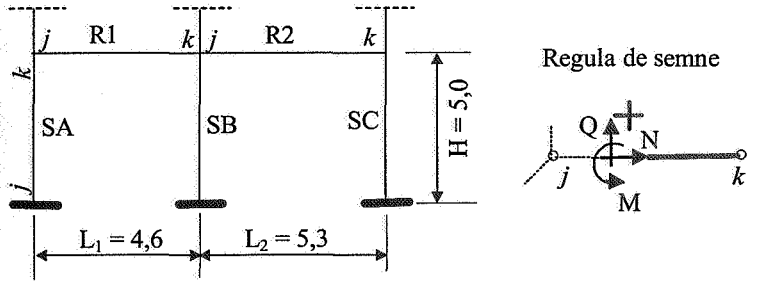


Fig. Apl.13.1. Schema statică a cadrului

Tabelul Apl.13.1.

Bara	Comb.	N_{Sj} kN	Q_{Sj} kN	M_{Sj} kNm	N_{Sk} kN	Q_{Sk} kN	M_{Sk} kNm
*R*1	*C*1	−18,8	−25,2	−115,0	18,8	107,0	−156,0
	*C*2	−1,00	101,7	158,0	1,0	−19,7	91,1
*R*2	*C*1	−1,00	4,70	−66,30	1,0	97,0	−155,0
	*C*2	−27,6	101,0	153,0	27,6	0	89,4
SA	*C*1	361,0	51,4	154,7	−361,0	−51,4	94,0
	*C*2	637,0	−57,1	−165,0	−637,0	57,1	−111,0

Deschiderile de calcul ale riglei şi stâlpului sunt egale cu deschiderile libere:

$$L_{01} = L_1 - h_{st} = 4{,}6 - 0{,}5 = 4{,}1\,\text{m}\,;\; L_{02} = L_2 - h_{st} = 5{,}3 - 0{,}5 = 4{,}8\,\text{m}\,;$$

$$H_1 = H - 0{,}5h_r = 5{,}0 - 0{,}5/2 = 4{,}75\,\text{m}\,.$$

1. CALCULUL RIGLEI

1.1. Calculul armăturilor longitudinale ale riglei în secțiuni normale

Diagrama de momente încovoietoare înfășurătoare în gruparea specială este dată în fig. Apl.13.2.

Secțiunile de reazem ale riglei

Se începe cu deschiderea *R*1, secțiunea *j*; din tabelul Apl.13.1 se iau momentele încovoietoare din combinațiile *C*1 și *C*2 (fig. Apl.13.2), care întind fibra superioară, respectiv inferioară a riglei, rezultând situațiile din figura Apl.13.3c,d: $M^j_{sup} = 158\,\text{kNm}$ (*C*2); $M^j_{inf} = 115\,\text{kNm}$ (*C*1).

a) Se calculează armătura de la partea inferioară, la momentul M^j_{inf} din combinația *C*1 (fig. Apl.13.3d); $A_{a\,inf} < A_{a\,sup}$ deoarece $M^j_{inf} < M^j_{sup}$, deci $x < 2a'$ și se poate aplica direct relația (6.73), în care $h_a = h - 2a' = 500 - 70 = 430\,\text{mm}$:

$$A_{a\,inf} = \frac{M^j_{inf}}{R_a h_a} = \frac{115 \cdot 10^6}{300 \cdot 430} = 892\,\text{mm}^2;$$ se aleg barele **3ϕ20**, cu aria de 942 mm² (fig. Apl.13.3b).

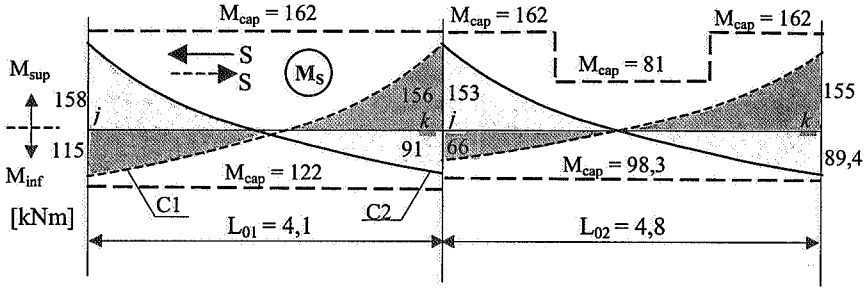


Fig. Apl.13.2. Diagrama de momente încovoietoare

b) Se calculează armătura de la partea superioară, la momentul M^j_{sup} din combinația *C*2; se cunoaște armătura comprimată, adică $A'_a = A_{a\,inf} = 942\,\text{mm}^2$ (fig. Apl.13.3c), $R_c = 18\,\text{N/mm}^2$ cu $m_{bc} = 1{,}0$, deci cu relația (6.71) se calculează:

$$m = \frac{M^j_{sup} - A_{a\,inf} R_a h_a}{b h_0^2 R_c} = \frac{158 \cdot 10^6 - 942 \cdot 300 \cdot 430}{250 \cdot 465^2 \cdot 18} = 0{,}037$$

Poziția relativă a axei neutre rezultă din relația:

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0{,}037} = 0{,}038$$

Deoarece $\xi = 0{,}038 < \xi_{lim} = 0{,}25$, este satisfăcută condiția pentru armarea zonelor potențial plastice (pct. 13.7.1).

Poziția axei neutre este:

$$x = \xi h_0 = 0{,}038 \cdot 465 = 17{,}8\,\text{mm} < 2a' = 70\,\text{mm}$$

Armătura de la partea superioară se calculează cu relația (6.73):

$$A_{a\,sup} = \frac{158 \cdot 10^6}{300 \cdot 430} = 1224\,\text{mm}^2;$$ se aleg barele: **4ϕ20** cu aria 1256 mm² (fig. Apl.13.3b)

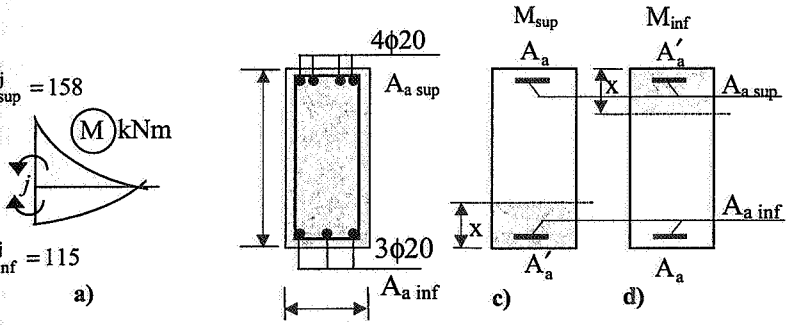


Fig. Apl.13.3. Solicitarea secțiunii transversale la momente alternante

c) Se verifică respectarea prevederilor de alcătuire a secțiunii dublu armate, pentru zona seismică C:

– procentul de armare pentru armătura de la partea superioară, conform punctului 13.7.1, tabelul 13.3:

$$p_{sup} = \frac{1256 \cdot 100}{250 \cdot 465} = 1{,}08\% > p_{min} = 0{,}45\%$$

– raportul $A_{a\,inf} / A_{a\,sup} = 942/1256 = 0{,}75 > 0{,}40$, (pct. 13.7.1)

Cele două condiții referitoare la armăturile longitudinale sunt deci îndeplinite.

În mod similar se procedează pentru celelalte secțiuni ale riglei. Rezultatele calculului sunt prezentate în tabelul Apl.13.2.

Tabelul Apl.13.2.

Deschiderea	*R*1		*R*2	
Secțiunea	*j*	*k*	*j*	*k*
M_{inf}, kNm	115	91,1	66,3	89,4
$A_{a\,inf}$, mm²	892	706	514	693
$A_{a\,inf}$ ales	**3ϕ20**		**3ϕ18**	
$M_{cap\,inf}$; $M_{cap\,AP}$	122 ; ***152***		98 ; ***123***	
M_{sup}, kNm	158	156	153	155
$A_{a\,sup}$, mm²	1224	1209	1184	1202
$A_{a\,sup}$ ales	**4ϕ20**	**4ϕ20**		**4ϕ20**
$M_{cap\,sup}$; $M_{cap\,AP}$	162 ; ***203***	162 ; ***203***	162 ; ***203***	162 ; ***203***

Notă: M_{cap}: *Momentele încovoietoare capabile*
$M_{cap\,AP}$: *Momentele capabile pentru determinarea forțelor tăietoare asociate*

Secțiunile de câmp ale riglei

Din grupările fundamentale, momentele maxime în câmp sunt: $M_{câmp1}$ = 23,2 kNm, $M_{câmp2}$ = 35,3 kNm. Aceste momente sunt mult mai mici decât momentele de la capetele riglei, pentru care s-au dimensionat armăturile de la partea inferioară (fig. Apl.13.2); armăturile **3ϕ20** și **3ϕ18** se duc continuu, de la nod la nod, asigurând un moment încovoietor capabil acoperitor în câmp (fig. Apl.13.2).

Alcătuirea riglei – armarea longitudinală

Alcătuirea riglei este prezentată în figura Apl.13.5.

• *Armăturile din zonele inferioare*: aceste armături se ancorează în nodurile adiacente fiecărei rigle, fiind necesară asigurarea unei lungimi de ancoraj de $l_a = 40d$, măsurată din axul stâlpului (tab. 13.6); pentru deschiderea R1, armată cu 3ϕ20, rezultă $l_a = 40 \cdot 20 = 800\,\text{mm}$, iar pentru R2, armată cu 3ϕ18, $l_a = 40 \cdot 18 = 720\,\text{mm}$.

• *Armăturile din zonele superioare*: deschiderea $R1$ se armează cu bare continue 4ϕ20, deoarece această deschidere este mică și nu este rațională întreruperea armăturilor; deschiderea $R2$ se armează cu 4ϕ20 pe reazeme și cu 2ϕ20 în zonele de mijloc. Îmbinarea barelor din deschiderea a doua se realizează prin sudură cu eclise duble din bare rotunde de ϕ16, conform figurii 13.11b. Barele de peste reazeme în deschiderea $R2$ sunt prelungite de la fața stâlpilor cu lungimea l dată de relațiile (13.18) și (13.19):

$$l \geq l_a\,;\; l \geq l_{\text{I,II}}\,;$$

$$l_a = 50 \cdot 20 = 1000\,\text{mm}\,;\; l_{\text{I,II}} = 800\,\text{mm}\,;\; \text{deci}\; l = 1000\,\text{mm}$$

Conform figurii 13.21, această lungime este mărită cu $h/2$ datorită dilatării diagramei de momente, deci barele trebuie să depășească secțiunile de la fața stâlpilor cu cel puțin:

$$l = 1000 + 500/2 = 1250\,\text{mm}$$

Ancorarea barelor de la partea superioară se face în nodurile marginale cu $l_a = 50 \cdot 20 =$ = 1000 mm (tabelul 13.6).

Momentele încovoietoare capabile în riglă

Localizarea articulațiilor plastice, determinarea secțiunilor în care pot fi întrerupte o parte din armăturile longitudinale, respectiv corectarea momentelor încovoietoare din stâlpi se face pe baza valorilor momentelor încovoietoare capabile ale riglei.

Momentele capabile în secțiunile riglei se calculează conform punctului 6.6.2, pentru armăturile dispuse efectiv în riglă; de exemplu, pentru nodul j al primei deschideri rezultă:

– pentru situația când este întinsă fibra de jos, deoarece $A_{a\,inf}(3\phi20) < A_{a\,sup}(4\phi20)$, rezultă $x < 2a'$:

$$M^j_{cap\,inf} = A_{a\,inf} R_a h_a = 942 \cdot 300 \cdot 430 = 122 \cdot 10^6\,\text{Nmm} = 122\,\text{kNm}$$

– pentru situația când este întinsă fibra de sus, calculul se face cu relațiile (6.61) și (6.67):

$$x = \frac{(A_{a\,sup} - A_{a\,inf})R_a}{bR_c} = \frac{(1256-942)300}{250 \cdot 18} = 20{,}9\,\text{mm} < 2a' = 70\,\text{mm}$$

$$M^j_{cap\,sup} = A_{a\,sup} R_a h_a = 1256 \cdot 300 \cdot 430 = 162 \cdot 10^6\,\text{Nmm} = 162\,\text{kNm}$$

În tabelul Apl.13.2 sunt date valorile momentelor capabile pentru toate secțiunile riglei.

1.2. Calculul armăturilor transversale ale riglei în secțiuni înclinate

Forțele tăietoare asociate

Forța tăietoare de calcul în riglele cadrelor seismice se ia asociată diagramei de momente capabile în secțiunile în care apar articulații plastice.

Pentru localizarea articulațiilor plastice, se compară diagrama de momente încovoietoare din gruparea specială M_S cu diagrama de momente capabile M_{cap} (fig. Apl.13.2). Articulațiile plastice apar în secțiunile în care diferența de momente este minimă, deoarece în aceste secțiuni este de așteptat ca solicitările reale din seism să atingă valorile limită ale capacității portante. Se observă în figura Apl.13.2 că diferențele minime apar la capetele deschiderilor riglei, astfel că, pentru un sens al acțiunii seismice, articulațiile plastice se formează prin curgerea armăturilor inferioară, respectiv superioară. Dacă sensul de acțiune se schimbă, se inversează și pozițiile în care se formează articulațiile plastice, plasarea lor fiind tot la capetele deschiderilor.

În acest caz, în relația de calcul a forței tăietoare asociate Q_{as}, dată în figura 7.4b, distanța $L = l_1$ este egală cu lumina riglelor, măsurată între fețele interioare ale nodurilor adiacente, adică L_{01}, respectiv L_{02}.

Momentele capabile $M^j_{cap\,AP}$ și $M^k_{cap\,AP}$ din articulațiile plastice de la capetele barei, pentru un sens de acțiune a seismului, se determină conform punctului 6.6.2, având în vedere că rezistențele de calcul ale armăturilor se iau majorate cu 25%, lucrându-se cu $1{,}25R_a$.

Din calculul în nodul j al deschiderii $R1$ rezultă:

– pentru situația în care este întinsă fibra de sus (*seism de la dreapta spre stânga*):

$$x = (A_{a\,sup} - A_{a\,inf})1{,}25\,R_a/(bR_c) = (1256-942)1{,}25 \cdot 300/(250 \cdot 18) = 26{,}1\,\text{mm}$$

$x = 26{,}1\,\text{mm} < 2a' = 70\,\text{mm}$, deci

$$M^j_{cap\,AP} = A_{a\,sup}(1{,}25R_a)\,h_a = 1256 \cdot 1{,}25 \cdot 300 \cdot 430 = 203 \cdot 10^6\,\text{Nmm} = 203\,\text{kNm}$$

– pentru situația în care este întinsă fibra de jos (*seism de la stânga spre dreapta*), $x < 2a'$ deoarece $A_{a\,inf} < A_{a\,sup}$:

$$M^j_{cap\,AP} = A_{a\,inf}(1{,}25R_a)h_a = 942 \cdot 1{,}25 \cdot 300 \cdot 430 = 152 \cdot 10^6\,\text{Nmm} = 152\,\text{kNm}$$

Pentru celelalte situații de calcul, rezultă valorile din tabelul Apl.13.2, notate $M_{cap\,AP}$.

Se determină forțele tăietoare asociate în secțiunile de reazem ale riglei; de exemplu, pentru deschiderea $R1$, Q_{as} maxim în nodul k, corespunzător sensului de acțiune a seismului de la stânga spre dreapta (fig. Apl.13.4a), rezultă din relația:

$$Q_{as} = \frac{\left|M^j_{cap\,AP}\right| + \left|M^k_{cap\,AP}\right|}{l_1} + \frac{ql_1}{2} = \frac{152+203}{4{,}1} + \frac{20{,}1 \cdot 4{,}1}{2} = 128\,\text{kN}$$

În relația de mai sus, $q = g^n + 1{,}2p^n_{ld} = g^n + 1{,}2n_d p^n$ este 20,1 kN/m pentru deschiderea $R1$ și 21,5 kN/m pentru deschiderea $R2$.

Variația Q_{as} în lungul riglei este prezentată în figura Apl.13.4b.

Calculul la forță tăietoare în zonele potențial plastice

Lungimea zonelor potențial plastice se ia $l_p = 2h = 2 \cdot 500 = 1000\,\text{mm}$ conform relației (13.2).

Nivelul de solicitare la forță tăietoare pentru zonele potențial plastice se limitează conform relațiilor (7.5) și (7.6) și se verifică pentru forța tăietoare asociată Q_{as}:

$$\overline{Q} \le c = 2;\ \overline{Q} = \frac{Q_{as}}{bh_0R_t} = \frac{128\cdot10^3}{250\cdot465\cdot1{,}25} = 0{,}88 < 2{,}0 \text{ pentru deschiderea } R1;$$

$$\overline{Q} = \frac{120\cdot10^3}{250\cdot465\cdot1{,}25} = 0{,}82 < 2{,}0 \text{ pentru deschiderea } R2.$$

Armarea transversală se face cu etrieri, pentru care, în zonele potențial plastice, trebuie respectate condițiile specificate la punctul 13.7.3:

$\phi_{min} = 6$ mm (h ≤ 800 mm); se alege $\phi 8$

$a_e \le 200$ mm; $a_e \le h/4 = 500/4 = 125$ mm; se alege $a_e = 100$ mm;

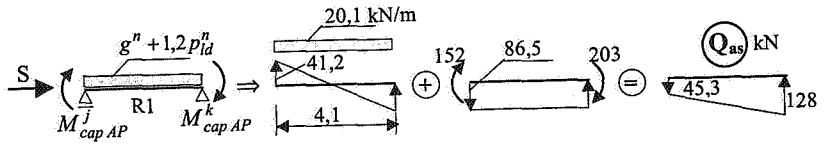
$p_e \ge 0{,}2\%$.

Pentru etrierii **ϕ8/100** mm, din relația (13.15) rezultă:

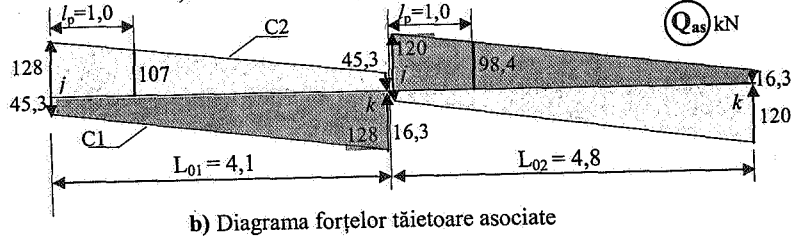
$$p_e = \frac{n_eA_e}{a_eb}100 = \frac{2\cdot50{,}3}{100\cdot250}100 = 0{,}4\% > 0{,}2\%$$

Pentru determinarea capacității portante la tăiere se aplică procedeul simplificat de calcul de la punctul 7.1.2.1. Se calculează q_e cu relația (7.12):

$$q_e = \frac{n_eA_em_{at}R_a}{a_e} = \frac{2\cdot50{,}3\cdot0{,}8\cdot210}{100} = 169 \text{ N/mm};$$



a) Determinarea forței tăietoare asociate



b) Diagrama forțelor tăietoare asociate

Fig. Apl.13.4. Forța tăietoare asociată

Procentul de armare pentru barele longitudinale întinse, intersectate de fisura înclinată este același în toate secțiunile de verificare, deoarece armăturile întinse sunt **4ϕ20**:

$$p_{4\phi20} = \frac{1256\cdot100}{250\cdot465} = 1{,}08\%$$

Se lucrează cu rezistența redusă a betonului, m_tR_t; conform relației (7.4a) rezultă:

$$m_t = \frac{3-\overline{Q}}{2} = \frac{3-0{,}88}{2} = 1{,}06 \text{ pentru } R1; \qquad \text{se ia } m_t = 1{,}0$$

$$m_t = \frac{3-0{,}82}{2} = 1{,}09 \text{ pentru } R2; \qquad \text{se ia } m_t = 1{,}0.$$

Forța tăietoare preluată de beton și etrieri pentru secțiunile cele mai defavorabile se determină cu relația (7.18), scăzând contribuția unui etrier, plasat eventual la capătul fisurii înclinate:

$$Q_{eb} = 2\sqrt{bh_0^2m_tR_tq_e\sqrt{p}} - n_eA_em_{at}R_a =$$

$$= 2\sqrt{250\cdot465^2\cdot1{,}0\cdot1{,}25\cdot169\cdot\sqrt{1{,}08}} - 2\cdot50{,}3\cdot0{,}8\cdot210 = 201\cdot10^3 \text{ N} = 201 \text{ kN}.$$

$Q_{eb} = 201\text{kN} > Q_{as}$ pentru toate secțiunile din deschiderile $R1$ și $R2$.

Proiecția fisurii înclinate rezultă din relația (7.15):

$$s_i = \sqrt{\frac{bh_0^2\sqrt{p}}{q_e}m_tR_t} = \sqrt{\frac{250\cdot465^2\cdot\sqrt{1{,}08}}{169}\cdot1{,}0\cdot1{,}25} = 644 \text{ mm}$$

Condiția (7.17) este respectată, adică $0{,}5h_0 = 232{,}5$ mm $< s_i < 2{,}5h_0 = 1162{,}5$ mm.

Calculul în afara zonelor potențial plastice

De la capătul lungimii $l_p = 2h = 1000$ mm etrierii se pot dispune mai rar, conform prescripțiilor pentru grinzile obișnuite. În această secțiune, forța tăietoare maximă este $Q_{as} = 107$ kN în prima deschidere și $Q_{as} = 98{,}4$ kN în deschiderea a doua (fig. Apl.13.4b).

Etrierii se aleg din condițiile de mai jos:

$a_e \le 300$ mm; $a_e \le 3h/4 = 3\cdot500/4 = 375$; se recomandă $p_e \ge 0{,}1\%$.

Se aleg etrieri **ϕ8/200** mm, pentru care rezultă procentul de armare transversală:

$$p_e = \frac{n_eA_e}{a_eb}100 = \frac{2\cdot50{,}3}{200\cdot250}100 = 0{,}2\% > 0{,}1\%$$

Din aplicarea procedeului simplificat rezultă pentru etrierii aleși $q_e = 84{,}5$ kN, respectiv:

$Q_{eb} = 137\text{kN} > Q_{as} = 107\text{kN}$,

în prima deschidere, armăturile întinse intersectate de fisura înclinată sunt barele de marcă ③, **4ϕ20**;

$Q_{eb} = 113\text{kN} > Q_{as} = 98{,}4\text{kN}$,

în deschiderea a doua, considerând că armăturile întinse intersectate de fisura înclinată sunt barele de marcă ⑤, **2ϕ20.**

2. CALCULUL STÂLPULUI

Stâlpii fac parte dintr-o structură amplasată în zona seismică de calcul C, clasa *a*, deci se încadrează în grupa A (tab.13.1).

Rezistențele betonului sunt $R_c = 0{,}85\cdot18 = 15{,}3\text{ N/mm}^2$; $Rt = 0{,}85\cdot1{,}25 = 1{,}06\text{ N/mm}^2$.

Determinarea diagramelor de eforturi înfășurătoare în stâlpul SA

Momentele încovoietoare din secțiunile extreme ale stâlpului rezultate din calculul static, M_S, se corectează pentru a ține seama de formarea articulațiilor plastice în rigle, conform relației (6.2):

$M_c = k_M \beta M_S \le M_S / \psi$;

unde: $\beta = \dfrac{\sum\limits_R |M_{cap}|}{\sum\limits_R M_S}$;

$\sum\limits_R |M_{cap}|$ este suma momentelor capabile ale riglei de la nivelul considerat, în secţiunile în care apar articulaţii plastice, determinate pentru acelaşi sens de rotire dat de seism (fără majorarea rezistenţei oţelului R_a);

$\sum\limits_R M_S$ – suma algebrică a momentelor încovoietoare corespunzătoare din gruparea specială;

k_M – coeficient care ţine seama de zona seismică şi de poziţia secţiunii de calcul; k_M are valoarea 1,0 pentru secţiunile de încastrare şi 1,4 pentru secţiunile de la partea superioară a stâlpului;

$\psi = 0{,}2$ pentru structuri flexibile în cadre [19].

Valorile coeficientului β sunt:

– pentru *seism de la stânga spre dreapta*:

$$\beta = \frac{\sum\limits_{R1,R2} |M_{cap}|}{\sum\limits_{R1,R2} M_S} = \frac{\sum\limits_{R1,R2} \left(|M_{cap\,j}| + |M_{cap\,k}|\right)}{\sum\limits_{R1,R2} \left(M_j + M_k\right)} = \frac{122+162+98+162}{115+156+66{,}3+155} = 1{,}105$$

– pentru seism de la dreapta spre stânga;

$$\beta = \frac{162+122+162+98}{158+91+153+89{,}4} = 1{,}11$$

Pentru secţiunea *j* de la partea inferioară a stâlpului, în combinaţia *C*1 rezultă:

$M_c = 1{,}0 \cdot 1{,}11 \cdot 155 = 172\,\text{kNm} < 155/0{,}2 = 775\,\text{kNm}$.

Valorile corectate ale momentelor încovoietoare M_c sunt date în tabelul Apl.13.3.

Tabelul Apl.13.3.

Secţ. stâlp	Comb. GS	k_M	M_S kNm	M_c kNm	N_S kN	ΔN_S kN	N_c kN	η	M_* kNm
j, jos	*C*1	1,0	154,7	172	361	-20,1	260,5	1,03	181
	*C*2	1,0	165	183	637	26,3	768,5	1,09	215
k, sus	*C*1	1,4	94	146	361	-20,1	260,5	1,03	154
	*C*2	1,4	111	172	637	26,3	768,5	1,09	203

Forţele axiale N_S în stâlpi rezultate din gruparea specială (considerate pozitive pentru compresiune în tabelul Apl.13.3), se corectează admiţând că toate riglele se plasticizează; reacţiunile transmise stâlpului sunt forţele tăietoare asociate din riglele adiacente stâlpului, corespunzătoare direcţiei considerate de acţiune a forţei seismice. Forţele axiale corectate se determină pe baza condiţiei de echilibru a fiecărui nod, cu relaţia:

$N_c = N_S + \Delta N_S$, în care $\Delta N_S = \sum\limits_R (Q_{as} - Q_S)$

unde valorile pentru Q_S sunt date în tabelul Apl.13.1, respectiv pentru Q_{as} în figura Apl.13.4.

Pentru stâlpul *SA*, corecturile aduse de rigla adiacentă sunt:

$\Delta N_S = Q_{as} - Q_S = 128 - 101{,}7 = 26{,}3\,\text{kN}$ combinaţia *C*2

$\Delta N_S = Q_{as} - Q_S = -45{,}3 + 25{,}2 = -20{,}1\,\text{kN}$ combinaţia *C*1

Deoarece forţa axială de la baza stâlpului depinde de corecţiile care intervin la fiecare nivel, iar exemplul de calcul cuprinde numai nivelul inferior, se presupune că valorile ΔN_S pentru riglele nivelurilor superioare sunt egale cu cele determinate pentru *R*1, date în tabelul Apl.13.3. În consecinţă, valorile N_c s-au obţinut după cum urmează:

$N_c = 361 + 5 \cdot (-20{,}1) = 260{,}5\,\text{kN}$ combinaţia *C*1;

$N_c = 361 + 5 \cdot 26{,}3 = 768{,}5\,\text{kN}$ combinaţia *C*2

Influenţa flexibilităţii stâlpului se ia în considerare conform punctului 6.3, rezultând $N_{cr} = 9243\,\text{kN}$. S-a admis raportul $M_{ld}/M = 0$, având în vedere că pentru cadre regulate, simetrice, momentele produse prin deplasările laterale ale nodurilor produse de acţiunile de lungă durată (gravitaţionale) pe direcţia celor produse de acţiunea seismică sunt practic neglijabile. Valorile coeficientului η rezultate din calcul sunt date în tabelul Apl.13.3. Momentul încovoietor de dimensionare M_* se determină cu relaţia (6.6):

$M_* = \eta (M_c + e_a N_c)$

De exemplu, pentru secţiunea *j* în combinaţia *C*1 rezultă:

$M_* = 1{,}03 (172 + 0{,}02 \cdot 260{,}5) = 181\,\text{kNm}$

Dimensionarea stâlpului SA

Se verifică respectarea condiţiei de asigurare a ductilităţii (tab. 13.11):

$\xi = \dfrac{N_c}{b h_0 R_c} = \dfrac{260{,}5 \cdot 10^3}{400 \cdot (500-35) \cdot 0{,}85 \cdot 18} = 0{,}091 < \xi_{lim} = 0{,}40$ pentru combinaţia *C*1;

$\xi = \dfrac{768{,}5 \cdot 10^3}{400 \cdot (500-35) \cdot (0{,}85 \cdot 18)} = 0{,}27 < \xi_{lim} = 0{,}40$ pentru combinaţia *C*2

Stâlpii se armează simetric, utilizând relaţia (6.107) dacă $x \ge 2a'$, respectiv (6.103) dacă $x < 2a'$, unde $x = \dfrac{N_c}{b R_c}$. De exemplu, pentru secţiunea *j*, în combinaţia *C*1 rezultă:

$x = \dfrac{N_c}{b R_c} = \dfrac{260{,}5 \cdot 10^3}{400 \cdot (0{,}85 \cdot 18)} = 42{,}6$ rel. (6.105); $x < 2a' = 2 \cdot 35 = 70\,\text{mm}$, deci:

$A_a = A'_a = \dfrac{M_* - N_c (0{,}5h - a')}{R_a h_a} = \dfrac{181 \cdot 10^6 - 260{,}5 (0{,}5 \cdot 500 - 35)}{300 (500 - 2 \cdot 35)} = 967\,\text{mm}^2$

Rezultatele calculului pentru cele două combinaţii, în secţiunile *j* şi *k* sunt sistematizate în tabelul Apl.13.4.

Stâlpul se armează cu **4ϕ18** pe toată înălţimea, deci $A_a = A'_a = 1015\,\text{mm}^2$. Din relaţia (13.11) rezultă procentul total de armare longitudinală, care trebuie să satisfacă valorile din tabelul 13.10.

$$p = \frac{2 \cdot 1015 \cdot 100}{400 \cdot 500} = 1{,}015\% > p_{min} = 0{,}7\%$$

Momentele încovoietoare capabile ale stâlpilor $M_{cap\,st}$, necesare pentru calculul forțelor tăietoare asociate, se determină în funcție de valoarea x din relația (6.103), respectiv (6.107).

De exemplu, pentru secțiunea j, în combinația $C1$ rezultă:

$x = 42{,}6\,\text{mm} < 2a' = 70\,\text{mm}$

$$M_{cap\,st} = N_c\left(\frac{h}{2}-a\right)+A_aR_ah_a = 260{,}3\left(\frac{500}{2}-35\right)+1015\cdot300\cdot430 = 187\,\text{kNm}$$

Momentele încovoietoare capabile ale stâlpilor sunt date în tabelul Apl.13.4.

Verificarea stâlpului la forță tăietoare

Diagrama de forță tăietoare înfășurătoare în stâlp se obține prin corectarea valorilor din gruparea specială Q_S, cu relația:

$$Q_c = k_Q\beta Q_S\text{, cu limitările } Q_c \le Q_{as} = \frac{M^k_{cap\,st}+M^j_{cap\,st}}{H_{0e}} \text{ și } Q_c \le Q_S/\psi$$

Tabelul Apl.13.4.

Secț. stâlp	Comb. GS	$A_{a\,nec}$ mm^2	$A_{a\,ef}$ mm^2	x mm	$M_{cap\,st}$ kNm	Q_{as} kN	Q_c kN
j, jos	*C*1	967	1015	42,6	187	79	68,5
	*C*2	549		125	274	115,4	76
k, sus	*C*1	762		42,6	187	79	68,5
	*C*2	460		125	274	115,4	76

în care $k_Q = 1{,}2$; β are aceeași valoare utilizată pentru corectarea momentelor încovoietoare, iar $M_{cap\,st}$ se determină în secțiunile de la extremitatea superioară, respectiv inferioară a stâlpului (tab. Apl. 13.4), cu forța axială N_c din ipoteza de încărcare considerată (tab. Apl.13.3).

– combinația $C1$:

$$Q_c = 1{,}2\cdot1{,}11\cdot51{,}4 = 68{,}5\,\text{kN} < Q_{as} = \frac{187+187}{4{,}75} = 79\,\text{kN} \text{ și } Q_c < 51{,}4/0{,}2 = 257\,\text{kN}$$

– combinația $C2$:

$$Q_c = 1{,}2\cdot1{,}11\cdot57{,}1 = 76{,}0\,\text{kN} < Q_{as} = \frac{274+274}{4{,}75} = 115{,}4\,\text{kN};\ Q_c < 76{,}0/0{,}2 = 380\,\text{kN}$$

Se verifică nivelul de solicitare la forță tăietoare cu relația (7.6):

$$\overline{Q} = \frac{68{,}5\cdot10^3}{400\cdot465\cdot(0{,}8\cdot1{,}25)} = 0{,}362 < c = 2{,}0 \qquad \text{combinația } C1$$

$$\overline{Q} = \frac{76\cdot10^3}{400\cdot465\cdot(0{,}8\cdot1{,}25)} = 0{,}39 < c = 2{,}0 \qquad \text{combinația } C2$$

Deoarece $\overline{Q} < 0{,}5$, nu este necesar să se facă verificarea la forță tăietoare, totuși, pentru ilustrarea modului de calcul, se face acest calcul, după alegerea etrierilor.

Se aleg etrierii conform criteriilor prezentate la punctul 13.6.2.

Zone cu etrieri la distanța redusă, a_{er}:

$a_{er} \le 8d = 8\cdot20 = 160\,\text{mm}$;

$a_{er} \le h/5 = 500/50 = 100\,\text{mm}$;

$a_{er} \ge 100\,\text{mm}$

Se aleg etrieri perimetrali și neperimetrali **ϕ8/100 mm**, dispuși în zona de la *capătul inferior al stâlpului* (fig. Apl.13.5), de la fața superioară a fundațiilor până la capătul lungimii potențial plastice, determinată din condițiile (13.1):

$l_p \ge H_{0e}/6 = 4750/6 = 791\,\text{mm}$;

$l_p \ge h = 500\,\text{mm}$

$l_p \ge 600\,\text{mm}$

deci se ia $l_p = 800\,\text{mm}$; aceeași etrieri se dispun și pe înălțimea cuzinetului din beton armat.

Se verifică procentul de armare transversală conform relațiilor din tabelul 13.11:

$$p_e \ge p_{e\,min} = 10\frac{R_c}{R_a}(0{,}4+n) \text{ deoarece este respectată condiția } \xi \le 0{,}4$$

$$p_e = \frac{4\cdot50{,}3\cdot100}{100\cdot400} = 0{,}503\% > p_{e\,min} = 10\frac{18}{300}(0{,}4+0{,}27) = 0{,}40\%$$

Zone cu etrieri la distanța a_e

$a_e \le 15d = 15\cdot20 = 300\,\text{mm}$

$a_e \le 200\,\text{mm}$, stâlpi din grupa A

Se aleg etrieri perimetrali și neperimetrali **ϕ8/200 mm**, dispuși pe restul lungimii stâlpului, inclusiv la capătul superior al stâlpului, deoarece în această zonă rezultă:

$$\frac{N_c}{bh_0R_c} = \frac{768{,}5\cdot10^3}{400\cdot465\cdot(0{,}85\cdot18)} = 0{,}27 < 0{,}3$$

Așa cum s-a arătat mai sus, se face calculul la forță tăietoare. Se calculează forța tăietoare capabilă în zona cu etrieri la distanța **ϕ8/200** mm, zonă în care forța tăietoare are aceeași mărime ca în zonele potențial plastice, dar etrierii se dispun mai rar. Coeficientul de corecție a rezistenței la întindere a betonului m_t se determină cu relația (7.28):

$$m_t = 1+0{,}5\frac{N_c}{bh_0R_c} = 1+0{,}5\frac{260{,}5\cdot10^3}{400\cdot465\cdot(0{,}85\cdot18)} = 1{,}046$$

Procentul de armare al barelor longitudinale întinse intersectate de fisura înclinată este:

$$p_{4\phi18} = \frac{1015\cdot100}{400\cdot465} = 0{,}55\%$$

Se aplică procedeul simplificat de calcul de punctul 7.1.2.1, rezultând:

$$q_e = \frac{n_eA_em_{at}R_a}{a_e} = \frac{4\cdot50{,}3\cdot0{,}8\cdot210}{200} = 169\,\text{N/mm}$$

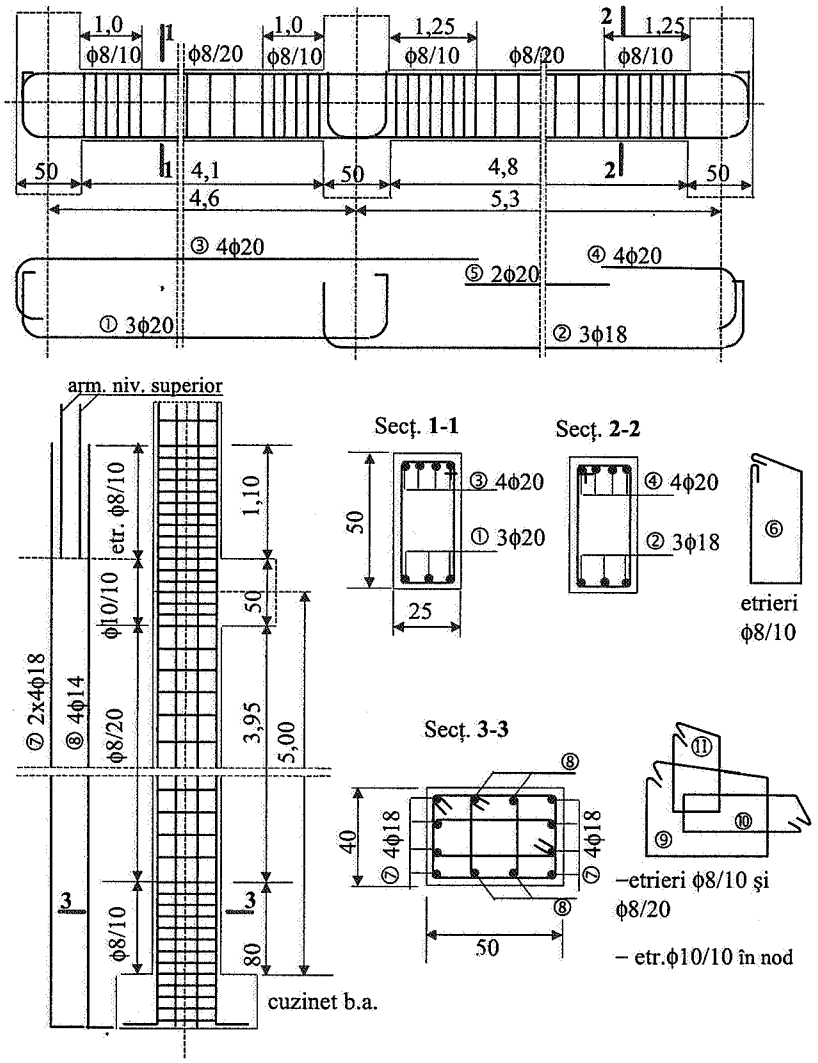
$$Q_{eb} = 2\sqrt{bh_0^2m_tR_tq_e\sqrt{p}} - n_eA_em_{at}R_a$$

$$Q_{eb} = 2\sqrt{400 \cdot 465^2 \cdot 1{,}046 \cdot 1{,}06 \cdot 169\sqrt{0{,}55}} - 4 \cdot 50{,}3 \cdot 0{,}8 \cdot 210 = 138 \cdot 10^3 \text{ N} = 180 \text{ kN}$$

$Q_{eb} > Q_c = 68{,}5$ kN – combinația $C1$, respectiv $Q_{eb} > Q_c = 76$ kN – combinația $C2$.

Alcătuirea stâlpului – armarea longitudinală

Stâlpul se armează cu armăturile cele mai mari rezultate din dimensionare, deci cu **4ϕ18**; după latura lungă se dispun constructiv **4ϕ14** (fig. Apl.13.5).



Notă. Barele ⑤ se sudează de mărcile ③ și ④.

Fig. Apl.13.5. Armarea cadrului

Etrierii aleși, perimetrali și neperimetrali, satisfac condiția ca fiecare bară longitudinală să se afle într-un colț de etrier. Deoarece stâlpul calculat se află la baza structurii, armăturile longitudinale se duc continuu de la fundație până deasupra nivelului riglei primului nivel, prelungindu-se cu cea mai mare dintre distanța necesară înnădirii prin suprapunere l_s (rel.13.10), respectiv lungimea potențial plastică, l_p;

$$l_s = k_s l_a = (1 + 0{,}5 r_i) 40 d = 1{,}5 \cdot 40 \cdot 18 = 1080 \text{ mm} > l_p = 800 \text{ mm}$$

Barele longitudinale depășesc nivelului riglei primului nivel cu 1,10 m.

3. CALCULUL NODULUI

Nodurile trebuie să preia forțele tăietoare de calcul care acționează asupra lor în plan orizontal și în plan vertical Q_h și Q_v, determinate din condiția de echilibru al eforturilor maxime în stâlpii și riglele concurente în nod [18].

Se calculează nodul marginal, la intersecția riglei și a stâlpului SA. Acest nod este solicitat cel mai defavorabil în situația acțiunii seismului de la dreapta spre stânga, combinația $C2$. Solicitările din calculul static în stâlpul superior, în secțiunea de la fața nodului verificat sunt: $Q_S = 47$ kN; $N_S = 425{,}5$ kN (fig. Apl.13.6).

Forța tăietoare orizontală

Forța tăietoare orizontală care solicită nodul se determină cu relația:

$$Q_h = \left(A_a^{st} + A_a^{dr}\right) 1{,}25 R_a - Q_S \text{ ; se va respecta condiția } Q_h \le 5 b_n h_n R_c$$

în care A_a^{st}, A_a^{dr} sunt ariile barelor întinse ale riglei de la fața nodului, iar Q_S forța tăietoare în stâlpul superior în secțiunea de la fața nodului.

$$Q_h = 1256 \cdot 1{,}25 \cdot 300 + \left(-46 \cdot 10^3\right) = 425 \cdot 10^3 \text{ N} = 425 \text{ kN}$$

în care s-a ținut seama de faptul că nodul este marginal, deci în relație intervine armătura întinsă 4ϕ20 din deschiderea $R1$.

$$Q_h = 425 \text{ kN} < 5 \cdot 400 \cdot 500 \cdot 0{,}85 \cdot 18 \cdot 10^{-3} = 15300 \text{ kN}$$

Forța tăietoare orizontală este preluată de către beton și armături transversale, astfel încât:

$$Q_h \le Q_{h\,cap} = Q_{ha} + Q_{hb};$$

$$Q_{ha} = n_e A_{eh} m_{at} R_a$$

$$Q_{hb} = \left[(0{,}5 + n) A_a' / A_a\right] Q_h$$

unde: Q_{ha} este forța tăietoare preluată de armăturile transversale $n_e A_{eh}$ din nod (etrieri sau agrafe orizontale) care îndeplinesc simultan următoarele condiții:

- intersectează planul potențial de cedare (pe diagonala nodului), fig. Apl.13.6;
- sunt situate în lățimea nodului b_n;
- sunt dispuse între armăturile longitudinale superioare și inferioare din rigle;
- ramurile etrierilor neperimetrali, dispuși pe direcția solicitării, au lungimile cel puțin de $h_s/3$;

Q_{hb} este forţa tăietoare preluată de beton;

$n = N_S / b_n h_n R_c$;

A'_a / A_a – raportul cel mai mic dintre armătura comprimată şi cea întinsă pentru grinzile adiacente nodului, cu condiţia $A'_a / A_a < 1$.

Conform figurii Apl.13.6, condiţiile simultane pentru armăturile transversale sunt îndeplinite de cinci etrieri perimetrali şi de cinci etrieri neperimetrali orientaţi cu ramura lungă în direcţia de acţiune a seismului (marca 10 – fig. Apl. 13.5), rezultând:

$$Q_{ha} = 2(50{,}3 \cdot 5 \cdot 2)0{,}8 \cdot 210 \cdot 10^{-3} = 169\,\text{kN} \quad \text{(pentru 4 braţe×5etrieri)}$$

$$n = 425 \cdot 10^3 / (400 \cdot 500 \cdot 0{,}85 \cdot 18) = 0{,}139$$

$$Q_{hb} = [(0{,}5 + 0{,}139) \cdot 942/1256]425 = 204\,\text{kN}$$

$$Q_{h\,cap} = 169 + 204 = 373\,\text{kN} < Q_h = 425\,\text{kN}$$

Deoarece este necesară mărirea capacităţii portante în plan orizontal, se schimbă diametrul etrierilor în $\phi 10$ pe înălţimea nodului. Rezultă:

$$Q_{ha} = 2(78{,}5 \cdot 5 \cdot 2)0{,}8 \cdot 210 \cdot 10^{-3} = 264\,\text{kN}$$

$$Q_{h\,cap} = 216 + 264 = 468\,\text{kN} > Q_h = 425\,\text{kN}$$

Forţa tăietoare verticală

Forţa tăietoare verticală care solicită nodul se determină cu relaţia:

$$Q_v = Q_h \frac{h_g}{h_s},$$

unde h_g şi h_s sunt înălţimea secţiunii riglei, respectiv a stâlpului.

Forţa tăietoare verticală se consideră că este preluată de către beton şi armăturile verticale intermediare din nod. Dacă aceste bare şi secţiunea de beton respectă prevederile de alcătuire de la punctul 13.8, nu este necesară verificarea la forţă tăietoare verticală.

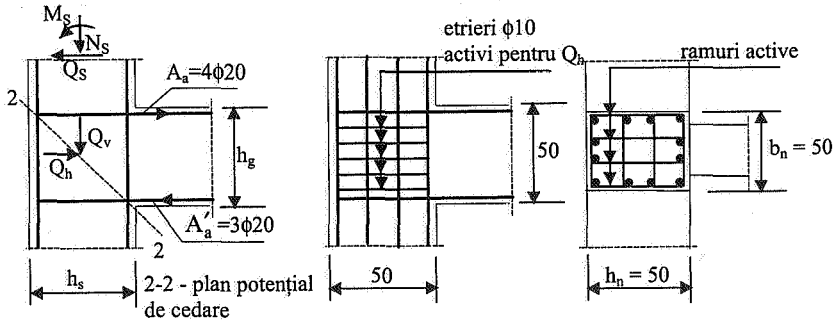
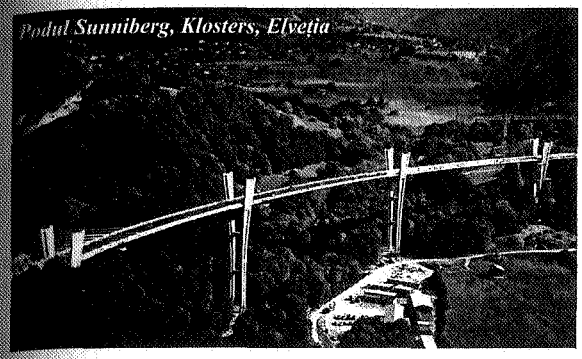


Fig. Apl.13.6. Verificarea nodului



14

NORMELE EUROPENE EC2

În acest capitol se face o prezentare succintă a standardului european EC2 *Calculul structurilor din beton – Partea* 1 *Reglementări generale şi reguli pentru clădiri*, care a ajuns la faza de revizuire finală sub indicativul prEN 1992-1-1 [13] şi înlocuieşte ediţiile anterioare apărute sub indicativul ENV. De asemenea, s-a avut în vedere şi redactarea finală a EC *Principiile proiectării structurilor* – prEN 1990 [12].

Accentul se pune pe mecanismul de calcul, motiv pentru care, pe lângă analiza principiilor şi a relaţiilor de calcul din EC2, sunt prezentate tabele şi diagrame de calcul, preluate din literatură sau întocmite de autori, precum şi exemple de calcul.

În cele ce urmează, aspecte teoretice şi în special exemple de calcul, se iau în discuţie betoane de clasă mai mică sau egală cu C50/60 deoarece sunt betoanele uzuale folosite la realizarea elementelor din beton armat. În ceea ce priveşte armăturile, s-a luat în considerare oţelul S500, respectiv PC52; oţelul S500 caracterizează majoritatea armăturilor europene, iar oţelul românesc PC52 evidenţiază modul în care acesta poate fi utilizat în contextul EC2.

Cerinţe fundamentale

O structură trebuie proiectată şi realizată în aşa fel încât pe durata de viaţă estimată, cu un grad de siguranţă acceptabil şi de o manieră economică:

- să reziste la toate acţiunile şi influenţele care probabil vor apare pe durata execuţiei şi a exploatării;
- să-şi păstreze caracteristicile adecvate utilizării scopului pentru care a fost realizată.

Structura se va proiecta astfel încât să aibă o rezistenţă adecvată, să satisfacă condiţiile de serviciu şi să fie durabilă. De asemenea, structura nu trebuie să sufere deteriorări produse de diferite evenimente cum ar fi exploziile, impactul mecanic sau consecinţele erorilor umane. Eventualele defecte vor fi evitate sau limitate prin una sau mai multe dintre măsurile de mai jos:

- evitarea, eliminarea sau reducerea riscurilor la care structura poate fi supusă;

- alegerea unei forme structurale care are o sensibilitate redusă la riscurile considerate;
- alegerea unei forme structurale care să poată suporta eliminarea accidentală a unui element sau apariția unor deteriorări locale acceptabile;
- evitarea sistemelor structurale care pot ceda fără preaviz;
- legarea elementelor structurale între ele.

Realizarea cerințelor fundamentale se poate face prin utilizarea unor materiale potrivite, prin calcul și alcătuire adecvată și prin proceduri specifice de control a proiectării și execuției.

Stările limită și situațiile de proiectare

Prin stare limită se înțelege situația în care structura nu mai satisface criteriile de performanță pentru care a fost proiectată. Stările limită ale elementelor din beton armat sunt grupate în două categorii, și anume, stările limită ultime și stările limită de serviciu.

Stările limită ultime corespund ruperii sau altor forme de cedare (pierderea echilibrului întregii structuri sau numai a unei părți, deformații excesive, pierderea stabilității, transformarea în mecanis, oboseala). Condiția generală de verificare a capacității portante la starea limită ultimă este:

$$E_d \le R_d$$

unde E_d este valoarea de calcul a efortului secțional produs de valoarea de calcul a acțiunilor, iar R_d valoarea de calcul a capacității portante.

Stările limită de serviciu au în vedere condițiile care asigură buna funcționare a structurii prin evitarea următoarelor fenomene: deformații, deplasări sau vibrații excesive care pot produce senzația de disconfort, deteriorări ale elementelor nestructurale, fisurarea betonului sau deteriorarea betonului în cazul compresiunilor excesive. Pot exista două categorii de stări limită de serviciu:

- ireversibile: consecințele depășirii stării limită nu dispar odată cu dispariția cauzei;
- reversibile: consecințele depășirii stării limită dispar odată cu dispariția cauzei.

Condiția generală de verificare la stările limită de serviciu:

$$E_d \le C_d$$

unde E_d este valoarea de calcul a efectului direct al acțiunilor, iar C_d este valoarea limită de calcul corespunzătoare stării limită respective.

Verificările la stările limită trebuie făcute în următoarele situații de proiectare:

- situații persistente corespunzând condițiilor normale de utilizare ale construcției;
- situații tranzitorii corespunzând, de exemplu, execuției sau reparațiilor;
- situații accidentale.

14.1. ACȚIUNI ÎN CONSTRUCȚII

14.1.1. Clasificarea acțiunilor

Acțiunile F se clasifică după variația lor în timp, după cum urmează: acțiuni permanente G; acțiuni variabile Q; acțiuni accidentale A.

De asemenea, se mai au în vedere următoarele criterii de clasificare: originea (acțiuni directe sau indirecte), poziția în spațiu (fixă sau mobilă), precum și natura și/sau răspunsul structurii (statice sau dinamice).

14.1.2. Intensitățile caracteristice ale acțiunilor

Valoarea reprezentativă a acțiunilor este intensitatea caracteristică F_k (G_k, Q_k, A_k), fiind specificată ca:

- valoare medie, minimă sau maximă, sau ca valoare nominală (care nu corespunde unei distribuții statistice);
- valoare impusă în documentația proiectului, corespunzând principiilor din EN 1991.

Valoarea caracteristică a unei acțiuni permanente poate fi: G_k atunci când variabilitatea intensității este mică, sau $G_{k\,inf}$, respectiv $G_{k\,sup}$ atunci când variabilitatea intensității este semnificativă.

Valoarea caracteristică a unei acțiuni variabile poate fi:

- o valoare superioară cu o anumită probabilitate de a nu fi depășită sau una inferioară cu o anumită probabilitate de a fi atinsă, pe anumite perioade de referință;
- o valoare nominală, în cazurile când o distribuție statistică nu este cunoscută.

În cazul acțiunilor variabile se mai au în vedere următoarele valori reprezentative:

a. valoarea de combinație $\psi_0 Q_k$, folosită la verificările la stările limită ultime și stările limită ireversibile de serviciu;

b. valoarea frecventă $\psi_1 Q_k$, folosită la verificările la stările limită ultime când sunt implicate și acțiunile accidentale și la verificările la stările limită reversibile de serviciu;

c. valoarea cvasipermanentă $\psi_2 Q_k$ folosită pentru evaluarea efectelor de lungă durată, precum și în cazul verificărilor specificate la punctul *b*.

Valorile coeficienților ψ_0, ψ_1 și ψ_2 sunt specificate în EN1991 sau în normele naționale (de exemplu: pentru sarcina utilă din spațiile de locuit EN1991-1-1 prevede $\psi_0 = 0{,}7$; $\psi_1 = 0{,}5$; $\psi_2 = 0{,}3$, în timp ce pentru magazine $\psi_0 = 0{,}7$; $\psi_1 = 0{,}7$; $\psi_2 = 0{,}6$).

14.1.3. Intensitățile de calcul ale acțiunilor

Intensitatea de calcul F_d a unei acțiuni F este:

$$F_d = \gamma_f F_{rep}$$

unde: γ_f este coeficientul parțial al acțiunii, care ține cont de posibilitatea abaterilor defavorabile ale valorii acțiunii de la valoarea reprezentativă (tab. 14.1);

$F_{rep} = \psi F_k$ – valoarea reprezentativă a acțiunii;

ψ – o valoare dintre 1,0 sau ψ_0 și ψ_1 sau ψ_2.

Pentru acțiunile accidentale, valoarea de calcul A_d trebuie să fie specificată în fiecare proiect, iar pentru acțiunea seismică, valoarea de calcul A_{Ed} trebuie stabilită pe baza valorii caracteristice A_{Ek} sau să fie specificată în fiecare proiect.

Tabelul 14.1. Coeficienții parțiali ai acțiunilor

	Acțiuni permanente γ_G	Acțiuni variabile γ_Q
Efect favorabil	1,00	0
Efect defavorabil	1,35	1,50

14.1.4. Combinarea acțiunilor pentru stările limită ultime

Combinațiile fundamentale se constituie pentru situațiile de proiectare persistente și tranzitorii în baza relației:

$$\sum_{j\geq 1}\gamma_{G,j}G_{k,j}+\gamma_{Q,1}Q_{k,1}+\sum_{i>1}\gamma_{Q,i}\psi_{0,i}Q_{k,i}$$

sau a celei mai defavorabile situații care rezultă din următoarele două expresii:

$$\sum_{j\geq 1}\gamma_{G,j}G_{k,j}+\gamma_{Q,1}\psi_{0,1}Q_{k,1}+\sum_{i>1}\gamma_{Q,i}\psi_{0,i}Q_{k,i}$$

$$\sum_{j\geq 1}0{,}85\gamma_{G,j}G_{k,j}+\gamma_{Q,1}Q_{k,1}+\sum_{i>1}\gamma_{Q,i}\psi_{0,i}Q_{k,i}$$

În relațiile de mai sus, al doilea termen reprezintă, de regulă, cea mai importantă acțiune variabilă, iar cel de al treilea ia în considerare restul acțiunilor variabile.

Alegerea uneia din cele trei relații de mai sus se va face în normele naționale.

Combinațiile accidentale se constituie pentru situațiile de proiectare accidentale în baza relației:

$$\sum_{j\geq 1}G_{k,j}+(\psi_{1,1}\text{ sau }\psi_{2,1})Q_{k,1}+\sum_{i>1}\psi_{2,i}Q_{k,i}+A_d$$

în care al doilea termen reprezintă, de regulă, cea mai importantă acțiune variabilă, iar cel de al treilea ia în considerare restul acțiunilor variabile.

Alegerea între $\psi_1 Q_k$ sau $\psi_2 Q_k$ depinde de situația de proiectare luată în considerare și anume eveniment major (impact, incendiu) sau supraviețuire după un asemenea eveniment.

În cazul acțiunii seismice combinația accidentală se realizează conform relației:

$$\sum_{j\geq 1}G_{k,j}+\sum_{i\geq 1}\psi_{2,i}Q_{k,i}+A_{Ed}$$

14.1.5. Combinarea acțiunilor pentru stările limită de serviciu

Pentru verificările la aceste stări limită se definesc următoarele trei situații:

- combinații caracteristice pentru stările limită ireversibile de serviciu, conform relației:

$$\sum_{j\geq 1}G_{k,j}+Q_{k,1}+\sum_{i>1}\psi_{0,i}Q_{k,i}$$

- combinații frecvente pentru stările limită reversibile de serviciu, conform relației:

$$\sum_{j\geq 1}G_{k,j}+\psi_{1,1}Q_{k,1}+\sum_{i>1}\psi_{2,i}Q_{k,i}$$

- combinații cvasipermanente pentru efectele de durată și aspectul structurii (fisurarea și deformațiile), conform relației:

$$\sum_{j\geq 1}G_{k,j}+\sum_{i\geq 1}\psi_{2,i}Q_{k,i}$$

În primele două relații, al doilea termen reprezintă, de regulă, cea mai importantă acțiune variabilă, iar cel de al treilea ia în considerare restul acțiunilor variabile.

14.2. Proprietățile materialelor

14.2.1. Betonul

14.2.1.1. Încărcări de scurtă durată

Clasificarea betoanelor se face în funcție de *clasa de rezistență*, definită prin rezistența caracteristică la compresiune pe cilindri $f_{ck\,cil}$ (N/mm^2), la 28 zile. Rezistența caracteristică este valoarea sub care se află cel mult 5% din numărul de valori. Pentru cazurile când pentru determinarea rezistenței se folosesc cuburi se definește rezistența caracteristică $f_{ck\,cub}$ (N/mm^2). Simbolul pentru clasa de rezistență este litera **C** urmată de valoarea rezistenței cilindrice și de cea a rezistenței cubice (de exemplu **C12/15**).

Rezistența la compresiune a betonului se bazează pe rezistența caracteristică determinată pe cilindri:

$$f_{ck}=f_{ck\,cil}$$

Rezistența la întindere a betonului f_{ct} este definită ca efortul unitar maxim obținut la solicitarea de întindere centrică. Dacă determinarea rezistenței la întindere se bazează pe încercarea de despicare, pornind de la valoarea $f_{ct\,sp}$ se poate obține rezistența la întindere centrică cu relația:

$$f_{ct}=0{,}9f_{ct\,sp}$$

Pornindu-se de la rezistența medie la întindere:

$$f_{ctm}=0{,}3f_{ck}^{2/3}$$

se definește fractilul de 5%, respectiv cel de 95%, după cum urmează:

$$f_{ctk\,0{,}05}=0{,}7f_{ctm}$$

$$f_{ctk\,0{,}95}=1{,}3f_{ctm}$$

Rezistența la întindere din încovoiere este definită de relația:

$$f_{ct\,fl}=max\left[(1{,}6-h/1000)f_{ct};f_{ct}\right]$$

în care h (mm) reprezintă înălțimea totală a secțiunii elementului.

Relația de mai sus permite determinarea valorii medii $f_{ctm\,fl}$ sau a valorii caracteristice $f_{ctk\,fl}$, după cum f_{ct} se înlocuiește cu f_{ctm} sau f_{ctk}.

Modulul de elasticitate corespunde unei deformații specifice elastice pentru variații ale efortului unitar între 0 și $0{,}4f_{ck}$ și se obține din relația:

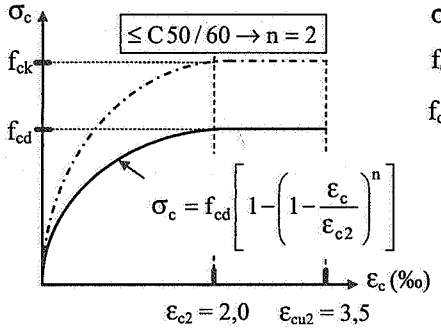
$$E_{cm}=22000\left(f_{cm}/10\right)^{0,3}$$

în care $f_{cm}=f_{ck}+8$ reprezintă rezistența medie la compresiune a betonului, în N/mm^2.

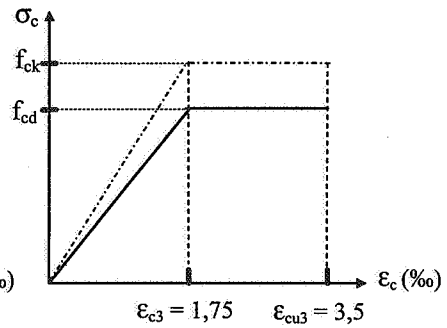
În tabelul 14.2 sunt prezentate principalele caracteristici ale betoanelor uzuale ($\leq$ C50/60) folosite la realizarea elementelor structurale din beton armat.

Tabelul 14.2. Principalele caracteristicile mecanice ale betoanelor (N/mm²)

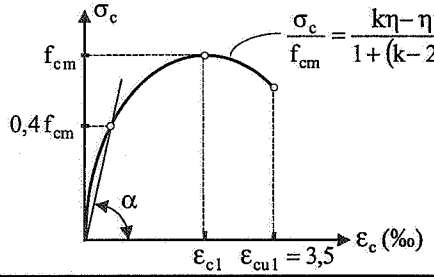
Clasa betonului	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$f_{ck\,cub}$	15	20	25	30	37	45	50	55	60
f_{cm}	20	24	28	33	38	43	48	53	58
f_{ctm}	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1
$f_{ctk\,0,05}$	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9
E_{cm}	27000	29000	30000	31000	32000	34000	35000	36000	37000



a) diagramă parabolă-dreptunghi pentru calculul secțiunilor



b) diagramă bi-liniară pentru calculul secțiunilor



Clasa betonului	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
ε_{c1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45

c) diagrama pentru analiza structurală

Fig. 14.1. Diagrama $\sigma_c - \varepsilon_c$ a betonului

Rezistența de calcul la compresiune, respectiv la întindere, este:

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c};\ f_{ctd} = \alpha_{ct}\frac{f_{ctk\,0,05}}{\gamma_c}$$

în care γ_c este coeficientul parțial de siguranță pentru proprietățile betonului și va fi definit în normele naționale; se recomandă următoarele valori: 1,5 pentru situația persistentă și tranzitorie de calcul (combinația fundamentală), respectiv 1,2 pentru situația accidentală de calcul (cu/fără seism). Coeficienții α_{cc} și α_{ct}, cu valori cuprinse între 0,8 și 1,0, țin cont de efectele de lungă durată asupra celor două rezistențe și vor fi prevăzuți în normele naționale; se recomandă valoarea 1,0.

Pentru analiza neliniară a structurilor se folosește diagrama din figura 14.1c, în timp ce pentru calculul secțiunilor se poate folosi diagrama $\sigma_c - \varepsilon_c$ din figura 14.1a sau 14.1b.

14.2.1.2. Influența timpului asupra caracteristicilor mecanice

Variația în timp a rezistenței medii la compresiune este redată de relația:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm}$$

în care $\beta_{cc}(t) = exp\left[s\left(1-\sqrt{28/t}\right)\right]$, coeficientul s având următoarele valori: 0,20 – pentru cimenturi de înaltă rezistență cu întărire rapidă (R); 0,25 – pentru cimenturi cu întărire normală și rapidă (N); 0,38 – pentru cimenturi cu întărire lentă (S).

Variația în timp a rezistenței medii la întindere este redată de relația[1]:

$$f_{ctm}(t) = [\beta_{cc}(t)]^{\alpha} f_{ctm}$$

în care $\alpha = 1$ pentru $t < 28$ zile, respectiv $\alpha = 2/3$ pentru $t \geq 28$ zile.

Modulul de elasticitate corespunzător timpului t este:

$$E_{cm}(t) = [f_{cm}(t)/f_{cm}]^{0,3} E_{cm}$$

14.2.1.3. Deformațiile de durată ale betonului

Curgerea lentă a betonului este luată în calcule prin coeficientul curgerii lente $\varphi(t,t_0)$, în care t reprezintă timpul pentru care se face evaluarea curgerii lente, t_0 fiind vârsta betonului în momentul aplicării primei încărcări.

Valoarea finală a coeficientului curgerii lente $\varphi(\infty,t_0)$ se poate obține, pentru calculele curente, din figura 14.2, cu condiția ca efortul unitar de compresiune din beton σ_c să nu depășească $0{,}45 f_{ck}(t_0)$. Pentru utilizarea figurii 14.2 sunt necesare următoarele date: t_0, tipul cimentului și grosimea fictivă a elementului $h_0 = 2A_c/u$ cu A_c - aria secțiunii de beton, respectiv u - perimetrul supus uscării. În figură se mai prezintă modul de utilizare a diagramei.

Sub efort unitar constant de compresiune, deformația specifică finală din curgere lentă este:

$$\varepsilon_{cc}(\infty,t_0) = \varphi(\infty,t_0)\frac{\sigma_c}{E_{c0}}$$

[1] Dezvoltarea în timp a rezistenței la întindere este puternic influențată de tratamentul termic al betonului, condițiile de uscare și de dimensiunile elementului fiind recomandate încercări care să corespundă condițiilor de expunere și dimensiunilor elementului.

Dacă $\sigma_c > 0{,}45 f_{ck}(t_0)$ este aşteptată curgerea lentă neliniară, fiind necesară corectura dată de relaţia:

$$\varphi_K(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) e^k$$

în care $k = 1{,}5[\sigma_c / f_{cm}(t_0) - 0{,}45]$.

Contracţia betonului se determină cu relaţia:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$$

în care ε_{cd} este contracţia de uscare produsă de migrarea apei în masa betonului, în timp ce ε_{ca} este contracţia de întărire (autogenă) dezvoltată preponderent în primele zile ale întăririi betonului.

Valoarea finală a contracţiei de uscare este:

$$\varepsilon_{cd\infty} = k_h \varepsilon_{cd0}$$

în timp ce valoarea corespunzătoare unui moment considerat se obţine cu relaţia:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t; t_s) \cdot \varepsilon_{cd\infty}$$

În cele două relaţii de mai sus:

ε_{cd0} este contracţia nominală obţinută din tabelul 14.3, reprezentând o valoare medie cu un coeficient de variaţie de 30%;

k_h – coeficient obţinut din tabelul 14.4 în funcţie de $h_0 = 2A_c/u$ (mm);

$$\beta_{ds}(t; t_s) = \frac{t - t_s}{t - t_s + 0{,}04\sqrt{h_0^3}}$$

t – vârsta betonului, în zile, la momentul considerat;

t_s – vârsta betonului, în zile, la începutul contracţiei de uscare (reprezentat în mod curent de momentul terminării tratării betonului după turnare).

Tabelul 14.3. Valoarea medie a contracţiei nominale de uscare εcd 0 (‰)

Clasa de rezistenţă	Umiditatea relativă (%)					
	20	40	60	80	90	100
C20/25	0,64	0,60	0,50	0,31	0,17	0
C40/50	0,51	0,48	0,40	0,25	0,14	0
C60/75	0,41	0,38	0,32	0,20	0,11	0

Tabelul 14.4. Coeficientul kh

h_0 (mm)	k_h
100	1,00
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

Contracţia de întărire se calculează cu relaţia:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca\infty}$$

în care valoarea finală este $\varepsilon_{ca\infty} = 2{,}5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$, iar influenţa timpului t (zile) se introduce prin coeficientul $\beta_{as}(t) = 1 - exp(-0{,}2\sqrt{t})$.

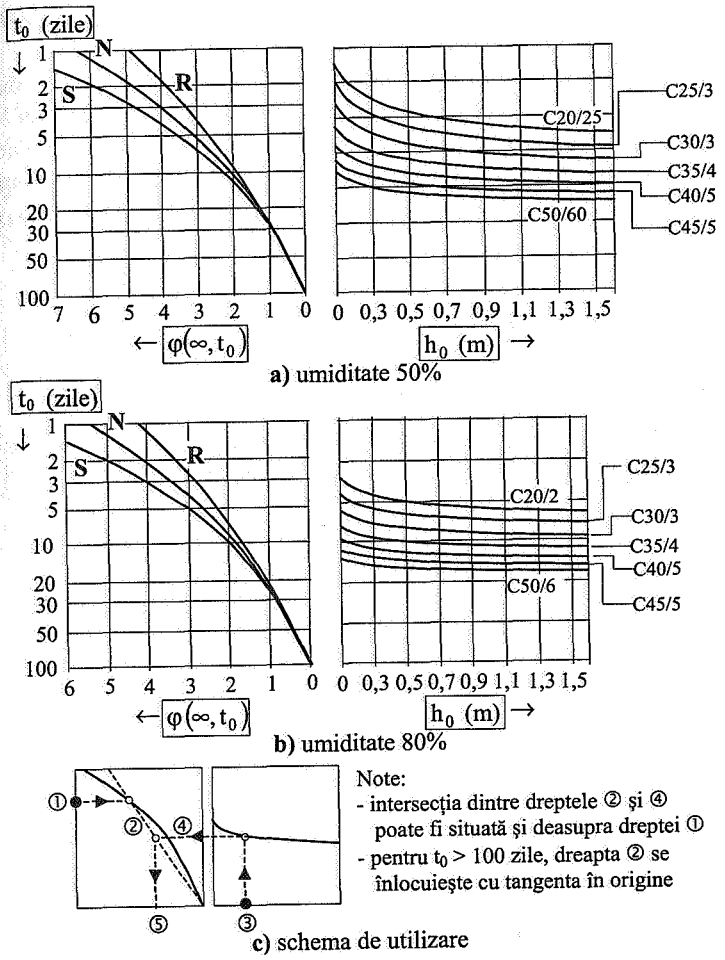


Fig. 14.2. Determinarea coeficientului φ pentru condiţii normale de mediu

14.2.2. Armătura pentru betonul armat

În principiu poate fi folosit orice tip de oţel care satisface cerinţele normei EN10080. Rezistenţa de calcul a armăturii se obţine din relaţia:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

unde: f_{yk} este rezistenţa caracteristică de curgere;

γ_s – coeficientul parţial de siguranţă pentru proprietăţile materialului, va fi definit în normele naţionale; se recomandă următoarele valori: 1,15 pentru situaţia persistentă şi

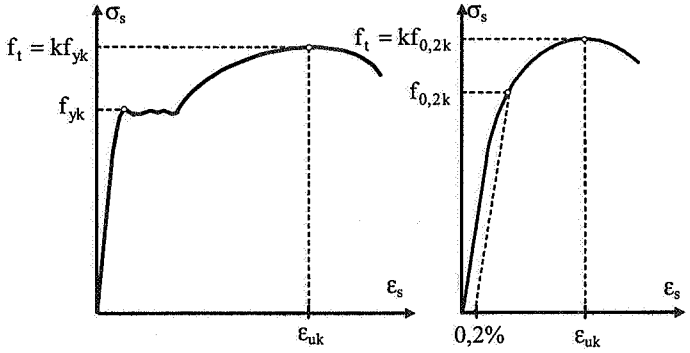
tranzitorie de calcul (combinația fundamentală), respectiv 1,0 pentru situația accidentală de calcul (cu/fără seism).

La dimensionarea secțiunilor se poate folosi una din cele două variante ale diagramei $\sigma_s - \varepsilon_s$ din figura 14.3. În cazul ramurii superioare orizontale nu este prevăzută limitarea deformației specifice ultime. În cazul ramurii superioare înclinate, panta depinde și de rezistența la tracțiune a armăturii f_t, iar deformația specifică ultimă ε_{ud} se recomandă să fie limitată la $0{,}9\varepsilon_{uk}$. Deformația specifică ε_{uk} corespunde efortului unitar maxim din diagrama reală (fig. 14.3a).

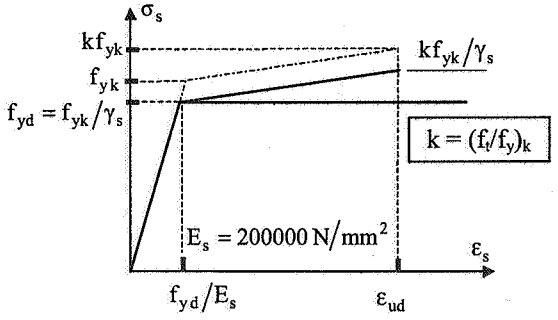
14.3. Aspecte ale analizei structurale

14.3.1. Imperfecțiunile geometrice

Imperfecțiunile se iau în considerare în calculul la starea limită ultimă pentru situațiile persistente și accidentale de proiectare, nefiind necesar a se ține cont de ele în cazul verificărilor la stările limită de serviciu.



a) tipuri de diagrame reale



b) diagramă de calcul

Fig. 14.3. Diagrama $\sigma_s - \varepsilon_s$ a armăturii

Imperfecțiunile se pot prinde în calcule prin înclinarea elementelor structurale verticale:

$$\theta_i = \theta_0 \alpha_h \alpha_m$$

unde: θ_0 este valoarea de bază; se specifică în normele naționale, valoarea recomandată fiind $1/200$;

$\alpha_h = 2/\sqrt{l}$ - factor de reducere pentru înălțime, cu valori în intervalul $2/3 \le \alpha_h \le 1$;

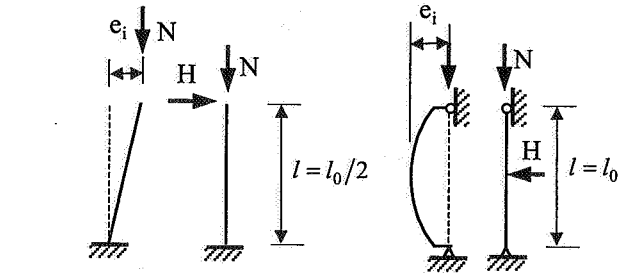
$\alpha_m = \sqrt{0{,}5(1+1/m)}$ - factor de reducere pentru numărul de elemente;

l – lungimea sau înălțimea, în metri;

m – numărul de elemente verticale contribuind la efectul total.

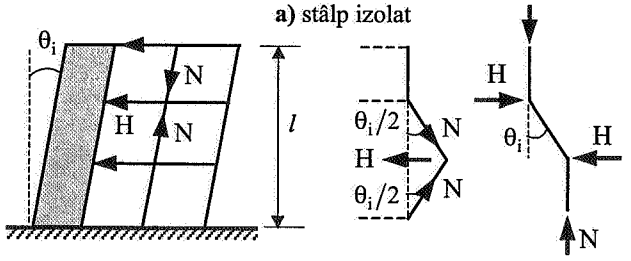
Definirea mărimilor l și m se face în funcție de efectul considerat, distingându-se următoarele trei situații (fig. 14.4):

- efect pe elementul izolat (fig. 14.4a): l = lungimea elementului; $m = 1$;
- efect pe sistemul de contravântuire (fig. 14.4b): l = înălțimea clădirii; m = numărul de elemente verticale care contribuie la forța orizontală pe sistemul de contravântuire;
- efecte locale asupra elementelor orizontale sau verticale (fig. 14.4c): l = înălțimea nivelului; m = numărul de elemente verticale din cadrul nivelului care contribuie la forța orizontală la nivelul planșeului.



a1) necontravântuit **a2)** contravântuit

a) stâlp izolat



b) sistem contravântuit **c)** imperfecțiuni

Fig. 14.4. Efecte ale imperfecțiunilor geometrice

În cazul *elementelor izolate*, efectul imperfecțiunilor poate fi luat în considerare sub forma unei excentricități, în funcție de înclinație și lungimea de flambaj l_0 (pct. 14.3.4.2) conform relației:

$$e_i = \theta_i \frac{l_0}{2}$$

De asemenea, se poate avea în vedere o forță orizontală acționând în punctul care conduce la momentul încovoietor maxim, după cum urmează:

- în cazul elementelor necontravântuite (fig. 14.4a1): $H_i = \theta_i N$
- în cazul elementelor contravântuite (fig. 14.4a2): $H_i = 2\theta_i N$

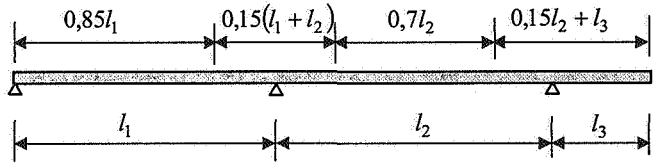
Ca o alternativă simplificatoare, în limitele unei toleranțe normale, în cazul pereților și al stâlpilor izolați din sistemele contravântuite se poate folosi excentricitatea $e_i = l_0/400$.

În cazul *structurilor*, efectul înclinării θ_i poate fi reprezentat prin forțe transversale pentru a fi prinse în calculul static alături de alte acțiuni, după cum urmează:

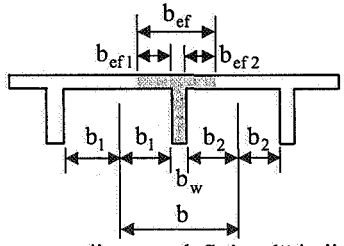
- efectul asupra sistemului de contravântuire (fig. 14.4b): $H_i = \theta_i (N_b - N_a)$
- efectul în cazul neliniarității stâlpilor (fig. 14.4c): $H_i = \theta_i (N_b + N_a)/2$, respectiv $H_i = \theta_i N_a$.

14.3.2. Lățimea efectivă a plăcii secțiunilor T

Determinarea lățimii efective a plăcii, în calculul la toate stările limită, se face pe baza distanței l_0 dintre punctele de efort nul din diagrama de momente încovoietoare (fig. 14.5a). Această abordare este posibilă dacă raportul dintre două deschideri adiacente este cuprins între 2/3 și 3/2, iar în cazul consolei dacă lungimea ei nu depășește jumătate din deschiderea adiacentă.



a) distanțele l_0 dintre punctele de moment nul



b) parametrii pentru definirea lățimii plăcii

Fig. 14.5. Date pentru evaluarea lățimii plăcii

Lățimea efectivă a plăcii rezultă din relația (fig. 14.5b):

$$b_{ef} = b_w + \sum_1^2 b_{ef,i} \le b$$

unde:

$$b_{ef,i} = 0{,}2 b_i + 0{,}1 l_0 \le 0{,}2 l_0 \text{ cu } b_{ef,i} \le b_i$$

În situații curente, pentru analiza structurală se poate accepta o lățime constantă pe toată deschiderea, determinată pentru secțiunea din câmpul deschiderii.

14.3.3. Deschiderea efectivă a plăcilor și grinzilor

Deschiderea efectivă l_{ef} a unui element se determină cu relația:

$$l_{ef} = l_n + a_1 + a_2$$

în care l_n reprezintă lumina deschiderii respective, cele două valori ale mărimii a pentru reazemele deschiderii determinându-se pe baza datelor din figura 14.6.

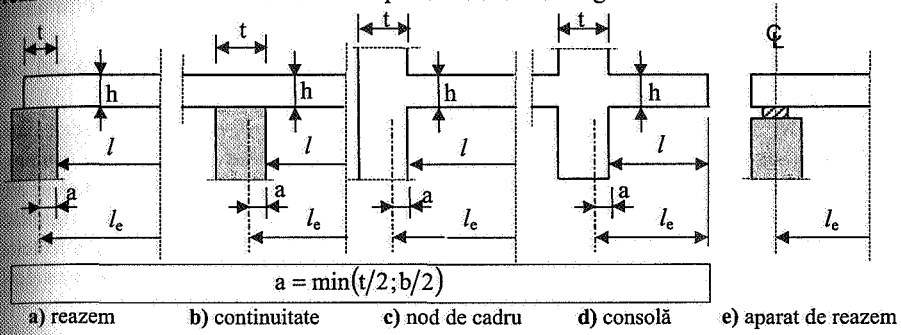


Fig. 14.6. Definirea deschiderii efective

În calculul static al plăcilor sau grinzilor continue se poate presupune că pe reazeme rotația nu este împiedicată.

Atunci când placa sau grinda sunt turnate monolit cu reazemul respectiv, momentul încovoietor pe reazem se va determina la fața reazemului și trebuie să fie mai mare decât 65% din momentul de încastrare perfectă. Eforturile transmise la reazem vor fi cele mai mari dintre cele obținute din analiza elastică sau cele rezultate în urma redistribuirii.

Dacă elementul cu continuitate nu are rotația împiedicată pe reazem, indiferent de procedura de evaluare a eforturilor, valoarea momentului încovoietor pe reazem, obținută pe baza distanței interax, se poate reduce cu mărimea:

$$\Delta M_{Ed} = F_{Ed}\, t/8$$

determinată în funcție de valoarea de calcul a reacțiunii pe reazem F_{Ed} și lățimea de rezemare t (fig. 14.6b).

14.3.4. Efectele de ordinul II ale elementelor comprimate

Prevederile din acest paragraf se bazează pe următoarele definiții:

- *sisteme sau elemente de contravântuire*: elemente structurale sau subsisteme care se consideră *că participă* la asigurarea stabilității generale a structurii;

- *sisteme sau elemente contravântuite*: elemente structurale sau subsisteme care se consideră *că nu participă* la asigurarea stabilității generale a structurii;
- *flambaj*: cedarea datorată instabilității elementului sau structurii sub efectul compresiunii centrice și fără forțe transversale; *flambajul pur* nu există din cauza imperfecțiunilor și a forțelor transversale, cu toate acestea *forța nominală de flambaj* poate fi folosită ca un parametru în unele metode pentru analiza efectelor de ordinul II;
- *forța de flambaj*: forța care determină flambajul; pentru elementele izolate elastice această valoare corespunde forței determinată de relația lui Euler;
- *lungimea efectivă* (*de flambaj*): lungimea folosită pentru a ține cont de forma deformată a elementului;
- *efecte de ordinul* I: eforturile determinate fără a lua în considerare deformațiile structurale, dar incluzând efectele imperfecțiunilor;
- *efecte de ordinul* II: creșteri ale eforturilor din cauza deformațiilor structurale;
- *moment încovoietor nominal de ordinul* II: momentul încovoietor total utilizat în unele metode de proiectare;
- *elemente izolate*: elemente care sunt izolate sau elemente care aparțin unei structuri dar care din rațiuni de calcul pot fi considerate ca fiind izolate.

În cazul în care efectele de ordinul II se iau în considerare, echilibrul și rezistența elementului sau structurii trebuie verificate în starea deformată, luând în considerare fisurarea și curgerea lentă a betonului precum și comportamentul neliniar al materialelor. Dacă se are în vedere acceptarea unui comportament elastic al materialelor, atunci se vor folosi rigidități reduse ale elementelor (14.3.4.4). Dacă este cazul se va ține cont de flexibilitatea elementelor adiacente și interacțiunea teren-fundație. Efectul imperfecțiunilor geometrice se consideră ca o suplimentare a eforturilor de ordinul I.

14.3.4.1. Influența curgerii lente

Efectul curgerii lente asupra deformațiilor de ordinul II depinde de mărimea acesteia și de durata de acțiune au diferitelor încărcări din combinația considerată.

Durata de acțiune a încărcărilor se poate lua în considerare prin valoarea efectivă a coeficientului curgerii lente:

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0)\frac{M_{0Edqp}}{M_{0Ed}} \tag{14.1}$$

unde: $\varphi(\infty, t_0)$ este valoarea finală a coeficientului curgerii lente (pct. 14.2.1.3);

M_{0Edqp} – momentul încovoietor de ordinul I în combinația quasi-permanentă;

M_{0Ed} – momentul încovoietor de ordinul I în combinația corespunzătoare stării limită ultime.

Raportul M_{0Edqp}/M_{0Ed} poate fi calculat pentru secțiunea cu cel mai mare moment încovoietor sau se poate alege o valoare reprezentativă, atunci când raportul variază în lungul elementului.

Efectele curgerii lente pot fi neglijate dacă $\varphi(\infty, t_0) \le 2$, $\lambda \le 75$ (pct. 14.3.4.2) și $M_{0Ed}/N_{Ed} \ge h$, h fiind înălțimea secțiunii în direcția corespunzătoare momentului încovoietor.

Atunci când coeficientul mecanic de armare ω, definit de relația (14.8), este mai mic decât 0,25 ar putea fi prea descoperitor să se neglijeze simultan efectele de ordinul II (pct. 14.3.4.2c) și influența curgerii lente, chiar dacă sunt îndeplinite condițiile pentru acest lucru.

14.3.4.2. Criterii simplificatoare pentru evaluarea efectelor de ordinul II

a. Zvelțea și lungimea de flambaj a elementelor izolate

Coeficientul de zvelțe este definit de relația:

$$\lambda = l_0/i \tag{14.2}$$

în care l_0 reprezintă lungimea de flambaj, iar i raza de girație a secțiunii nefisurate de beton; exemple privind lungimea de flambaj a elementelor izolate sunt prezentate în figura 14.7.

Pentru stâlpii cadrelor regulate lungimea de flambaj se determină conform celor de mai jos:

– stâlpi contravântuiți (fig. 14.7f):

$$l_0 = 0{,}5l\sqrt{\left(1+\frac{k_1}{0{,}45+k_1}\right)\cdot\left(1+\frac{k_2}{0{,}45+k_2}\right)} \tag{14.3}$$

– stâlpi necontravântuiți (fig. 14.7g):

$$l_0 = l\cdot max\left\{\sqrt{1+10\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}};\left(1+\frac{k_1}{1+k_1}\right)\cdot\left(1+\frac{k_2}{1+k_2}\right)\right\} \tag{14.4}$$

unde: k_1 și k_2 sunt flexibilitățile relative ale reazemelor la rotație la cele două capete ale elementului; $k = 0$ corespunde limitei teoretice pentru încastrare, dar se recomandă 0,1 ca valoarea minimă pentru k_1 și k_2, deoarece încastrarea perfectă este foarte rară în practică;

l – lungimea liberă a stâlpului.

Flexibilitatea relativă la rotație se calculează cu relația:

$$k = \frac{\theta}{M}\cdot\frac{EI}{l} \tag{14.5}$$

unde: θ este rotația corespunzătoare momentului încovoietor M;

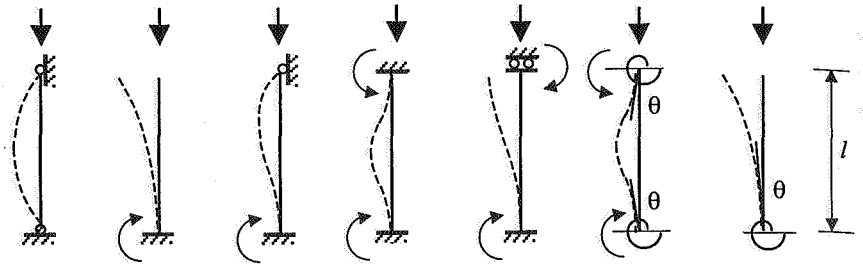
EI – rigiditatea la încovoiere a stâlpului; dacă un stâlp adiacent într-un nod poate contribui la rotație, termenul EI va reprezenta suma corespunzătoare stâlpilor adiacenți nodului; se va ține cont de fisurarea reazemelor, în afară de cazul în care acestea nu sunt fisurate în starea limită ultimă.

Pentru alte cazuri, de exemplu stâlpi la care în lungul elementului variază forța axială și/sau secțiunea transversală, lungimea de flambaj se obține din relația de mai jos:

$$l_0 = \pi\sqrt{EI_{repr}/N_B} \tag{14.6}$$

unde: EI_{repr} este valoarea reprezentativă a rigidității la încovoiere a stâlpului;

N_B – forța axială de flambaj, corespunzătoare rigidității EI_{repr}.



$l_0 = l$ $l_0 = 2l$ $l_0 = 0{,}7l$ $l_0 = 0{,}5l$ $l_0 = l$ $0{,}5l < l_0 < l$ $l_0 > 2l$

a) **b)** **c)** **d)** **e)** **f)** **g)**

Fig. 14.7. Lungimi de flambaj ale stâlpilor izolați

b. Criteriul zvelteții pentru elementele izolate

Efectele de ordinul II pot fi neglijate dacă coeficientul de zveltețe λ satisface condiția:

$$\lambda \le \lambda_{lim} \tag{14.7}$$

Valoarea limită a coeficientului de zveltețe λ_{lim} este indicată în normele naționale, recomandându-se ca această valoare să se obțină din relația:

$$\lambda_{lim} = 20ABC/\sqrt{n}$$

unde: $A = 1/(1+0{,}2\varphi_{ef})$; dacă nu se cunoaște φ_{ef}, se poate accepta $A = 0{,}7$;

$B = \sqrt{1+2\omega}$; dacă nu se cunoaște ω, se poate accepta $B = 1{,}1$;

$C = 1{,}7 - r_m$; dacă nu se cunoaște r_m, se poate accepta $C = 0{,}7$;

φ_{ef} – valoarea efectivă a coeficientului curgerii lente a betonului, relația (14.1);

$\omega = A_s f_{yd}/A_c f_{cd}$ – coeficientul mecanic de armare; (14.8)

A_s – aria totală a armăturii longitudinale;

$n = N_{Ed}/A_c f_{cd}$ – valoarea relativă a forței axiale;

$r_m = M_{01}/M_{02}$;

M_{01}, M_{02} – momentele încovoietoare de ordinul I la capetele elementului; în toate situațiile se consideră $|M_{02}| \ge |M_{01}|$.

Dacă momentele încovoietoare rotesc în aceeași direcție, r_m se consideră negativ ($C > 1{,}7$), în caz contrar r_m se consideră pozitiv ($C < 1{,}7$).

Raportul r_m ar trebui să fie egal cu 1,0 ($C = 0{,}7$) în următoarele cazuri:

- elemente contravântuite la care momentele încovoietoare de ordinul I sunt produse în întregime sau numai parțial de imperfecțiunile geometrice sau de încărcările transversale;
- elemente necontravântuite, în general.

În cazul compresiunii excentrice oblice, condiția (14.7) trebuie verificată pentru fiecare direcție în parte; este posibil ca efectele de ordinul II să fie neglijate pentru ambele direcții ale secțiunii transversale sau numai pentru una din cele două direcții.

c. Efecte de ordinul II globale

Efectele de ordinul II ale elementelor comprimate pot fi neglijate dacă eforturile secționale le depășesc pe cele din calculul de ordinul I cu mai puțin de 10 %, respectiv ca o alternativă și în cazul în care:

$$F_{V,Ed} \le k_1 \frac{n_s}{n_s + 1{,}6} \cdot \frac{\sum E_{cd} I_c}{L^2}$$

unde: $F_{V,Ed}$ este forța verticală totală;

n_s – numărul de nivele;

L – înălțimea totală a clădirii măsurată de la secțiunea de încastrare în fundație;

E_{cd} – valoarea de calcul a modulului de elasticitate al betonului, relația (14.9);

I_c – momentul de inerție al secțiunilor nefisurate ale elementelor de contravântuire.

Coeficientul k_1 se specifică în normele naționale, recomandându-se valoarea 0,31. Dacă se demonstrează că elementele de contravântuire nu sunt fisurate în starea limită ultimă, coeficientul k_1 se înlocuiește cu coeficientul k_2 specificat în normele naționale, recomandându-se valoarea 0,62.

Relația de mai sus poate fi folosită numai dacă sunt îndeplinite toate condițiile ce urmează:

- structura este relativ simetrică;
- deformațiile globale de lunecare sunt neglijabile (de exemplu, clădiri contravântuite cu pereți structurali care nu au goluri de dimensiuni mari);
- elementele de contravântuire sunt încastrate în fundații (rotirile sunt neglijabile);
- rigiditatea elementelor de contravântuire este relativ constantă pe înălțimea clădirii;
- încărcarea verticală crește aproximativ cu aceeași valoare la fiecare nivel.

14.3.4.3. Metoda generală de analiză

Metoda generală se bazează pe analiza neliniară, incluzând neliniaritatea geometrică și efectul curgerii lente. Pentru beton și armătură se vor folosi curbe $\sigma - \varepsilon$ adecvate, precum cele din figurile 14.1c și 14.3.

Din analiza generală se obține valoarea de calcul a încărcării ultime dacă se folosesc curbele $\sigma - \varepsilon$ bazate pe valori de calcul. În acest scop, în figura 14.1c f_{cm} se înlocuiește cu f_{cd}, iar E_{cm} se înlocuiește cu

$$E_{cd} = E_{cm}/\gamma_{cE} \tag{14.9}$$

în care coeficientul γ_{cE} se definește în normele naționale, recomandându-se valoarea 1,2.

În lipsa unui model detaliat, curgerea lentă se poate prinde în calcule prin majorarea deformației specifice a betonului cu factorul $(1+\varphi_{ef})$, valoarea efectivă a caracteristicii curgerii lente φ_{ef} fiind definită de relația (14.1).

Efectul favorabil al contribuției betonului întins dintre fisuri se poate lua în calcule sau se poate neglija pentru a simplifica procedura de calcul.

În mod normal, ecuațiile de echilibru și de compatibilitate a deformațiilor trebuie să fie verificate într-un anumit număr de secțiuni, însă se acceptă să se aleagă numai secțiunile critice și să se adopte o variantă reprezentativă a curburii, de exemplu similară cu cea din analiza de ordinul I.

14.3.4.4. Metoda bazată pe rigiditatea nominală a elementului

În această analiză se iau în considerare efectele fisurării, neliniaritatea comportării materialelor şi curgerea lentă; de aceste efecte se ţine cont şi în ceea ce priveşte elementele adiacente implicate în analiză (grinzi, plăci sau fundaţii). De asemenea, dacă este necesar se va lua în considerare şi interacţiunea dintre teren şi fundaţie. Rigiditatea nominală trebuie astfel stabilită încât momentul încovoietor rezultat din analiză să poată fi folosit în calculul de dimensionare.

Rigiditatea nominală

Pentru un element zvelt supus la compresiune, rigiditatea nominală se evaluează cu relaţia:

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s \tag{14.10}$$

unde: E_{cd} este valoarea de calcul a modulului de elasticitatea al betonului, relaţia (14.9);

I_c – momentul de inerţie al secţiunii de beton;

E_s – valoarea de calcul a modulului de elasticitatea al armăturii;

I_s – momentul de inerţie al armăturii în raport cu centrul de greutate al secţiunii de beton;

K_s – factor reprezentând contribuţia armăturii; se poate lua $K_s = 1$, dacă $\rho \geq 0{,}002$;

K_c – factor reprezentând contribuţia betonului; se poate lua $K_c = k_1 k_2 / (1 + \varphi_{ef})$, dacă $\rho \geq 0{,}002$;

$\rho = A_s / A_c$ - coeficientul geometric de armare;

A_s – aria totală de armătură;

A_c – aria secţiunii de beton;

φ_{ef} – valoarea efectivă a caracteristicii curgerii lente, conform punctului 14.3.4.1;

$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20}$;

$k_2 = n\dfrac{\lambda}{170} \leq 0{,}20$;

$n = N_{Ed} / A_c f_{cd}$ – valoarea relativă a forţei axiale;

λ – coeficientul de zvelteţe.

Dacă coeficientul de zvelteţe λ nu este definit atunci se poate lua în considerare:

$k_2 = n \cdot 0{,}3 \leq 0{,}20$;

Dacă $\rho \geq 0{,}01$, se pot lua în considerare $K_s = 0$ şi $K_c = 0{,}3/(1 + 0{,}5\varphi_{ef})$, această variantă simplificatoare fiind mai potrivită pentru o estimare prealabilă.

În structurile static nedeterminate, relaţia (14.10) nu este, în general, aplicabilă pentru descrierea efectului defavorabil al fisurării elementelor adiacente. Din acest motiv, pentru aprecierea efectului fisurării parţiale a betonului şi a contribuţie betonului întins dintre fisuri, se recomandă aplicarea prevederilor de la punctul 14.11.2.1 şi utilizarea relaţiei (14.141). Totuşi, ca o simplificare, se acceptă condiţia de fisurare totală a secţiunilor. Rigiditatea se determină pe baza modulului efectiv al betonului:

$$E_{cd,ef} = E_{cd} / (1 + \varphi_{ef}) \tag{14.11}$$

în care E_{cd} se determină cu relaţia (14.9).

Metoda practică de calcul

Momentul încovoietor de calcul total M_{Ed}, care include efectele de ordinul II, se poate lua în considerare printr-o majorare a momentului încovoietor de ordinul I obţinut dintr-o analiză liniară:

$$M_{Ed} = M_{0Ed}\left[1 + \frac{\beta}{(N_B/N_{Ed}) - 1}\right] \tag{14.12}$$

unde: M_{0Ed} este momentul încovoietor de ordinul I;

N_{Ed} – valoarea de calcul a forţei axiale;

N_B – forţa critică de flambaj bazată pe rigiditatea nominală;

β – factor depinzând de distribuţia momentelor încovoietoare de ordinul I şi II.

Pentru elementele izolate comprimate cu secţiune constantă, momentele încovoietoare de ordinul II vor avea o formă sinusoidală, de aceea:

$$\beta = \pi^2 / c_0 \tag{14.13}$$

în care valorile coeficientul c_0 se iau în funcţie de diagrama momentului încovoietor de ordinul I; $c_0 = 8$ pentru diagramă constantă; $c_0 = 9{,}6$ pentru diagramă parabolică; $c_0 = 12$ pentru diagramă triunghiulară.

Pentru elementele fără forţe transversale se poate utiliza relaţia (14.16), momentul încovoietor echivalent considerându-se constant pe lungimea elementului şi în consecinţă, în relaţia (14.13) se ia $c_0 = 8$. În acest caz, este important de subliniat că, în funcţie de λ şi N_{Ed} , momentul încovoietor echivalent majorat poate fi mai mic decât momentele încovoietoare acţionând la capetele elementului.

Dacă relaţia (14.13) nu este aplicabilă, o simplificare rezonabilă constă în acceptarea valorii $\beta = 1$, astfel încât relaţia (14.12) devine:

$$M_{Ed} = \frac{M_{0Ed}}{1 - N_{Ed}/N_B} \tag{14.14}$$

Aplicaţia numerică 14.1. *Evaluarea efectelor de ordinul II pentru stâlpul unei hale prefabricate cu pod rulant*

Se cere evaluarea efectelor de ordinul II pentru stâlpul marginal al unei hale prefabricate cu pod rulant având caracteristicile geometrice din figura Apl.14.1. Pentru realizarea structurii se prevede utilizarea unui beton de clasă C35/45 ($f_{ck} = 35$ N/mm^2; $E_{cm} = 34000$ N/mm^2), pentru care se cunoaşte $\varphi(\infty, t_0) = 2{,}9$. Armarea este realizată cu bare din oţel PC52. Pentru stâlpul marginal, diagrama de momente încovoietoare sub efectul încărcărilor, inclusiv al imperfecţiunilor, este prezentată în aceeaşi figură. În secţiunea de încastrare forţa axială este $N_{Ed} = 352$ kN, iar la nivelul de schimbare a secţiunii $N_{Ed} = 207$ kN. Raportul M_{0Eqp}/M_{0E} este 0,8.

Având în vedere variabilitatea forței axiale și a profilului barei, evaluarea efectelor de ordinul II se face pe baza rigidității nominale, conform relației (14.10).

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{35}{1{,}5} = 23{,}3 \text{ N/mm}^2;\ E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{34000}{1{,}2} = 28333 \text{ N/mm}^2$$

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0)\frac{M_{0Eqp}}{M_{0E}} = 2{,}9 \cdot 0{,}8 = 2{,}32$$

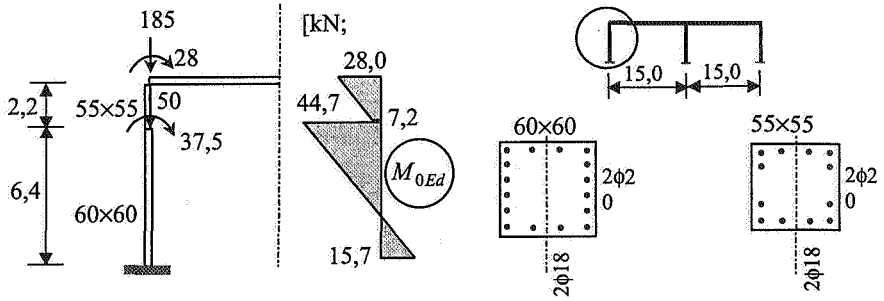


Fig. Apl.14.1.

Calculul rigidității nominale pentru secțiunea de 60×60

$I_s = 24974 \text{ cm}^4$ – momentul de inerție ale armăturilor față de axa secțiunii luând în considerare toate barele conform figurii Apl.14.1

– contribuția betonului K_c

$$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20} = \sqrt{35/20} = 1{,}32$$

$$k_2 = n \cdot 0{,}3 = 0{,}042 \cdot 0{,}3 = 0{,}0126 \text{ cu } n = N_{Ed}/A_c f_{cd} = 352000/600^2 \cdot 23{,}33 = 0{,}042$$

$$K_c = k_1 k_2/(1+\varphi_{ef}) = 1{,}32 \cdot 0{,}0126/(1+2{,}32) = 0{,}005$$

– contribuția armăturii $K_s = 1$

– rigiditatea nominală EI

$$K_c E_{cd} I_c = 0{,}005 \cdot 28333 \cdot \frac{600^4}{12} = 1{,}53 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$K_s E_s I_s = 1{,}0 \cdot 210000 \cdot 24974 \cdot 10^4 = 52{,}45 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s = 1{,}53 \cdot 10^{12} + 52{,}45 \cdot 10^{12} = 53{,}98 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Calculul rigidității nominale pentru secțiunea de 55×55

$I_s = 13170 \text{ cm}^4$ – momentul de inerție ale armăturilor față de axa secțiunii luând în considerare toate barele conform figurii

$$k_2 = n \cdot 0{,}3 = 0{,}029 \cdot 0{,}3 = 0{,}0088 \text{ cu } n = N_{Ed}/A_c f_{cd} = 207000/550^2 \cdot 23{,}33 = 0{,}029$$

$$K_c = k_1 k_2/(1+\varphi_{ef}) = 1{,}32 \cdot 0{,}0088/(1+2{,}32) = 0{,}0035$$

$$K_c E_{cd} I_c = 0{,}0035 \cdot 28333 \cdot \frac{550^4}{12} = 0{,}756 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$K_s E_s I_s = 1 \cdot 210000 \cdot 13170 \cdot 10^4 = 27{,}66 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s = 0{,}756 \cdot 10^{12} + 27{,}66 \cdot 10^{12} = 28{,}41 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Utilizând rigiditățile nominale determinate mai sus, din calculul de stabilitate, efectuat cu ajutorul programului AXIS, a rezultat parametrul încărcării critice de flambaj $n_{cr} = 6{,}094$. Forța critică de flambaj este $N_B = n_{cr} N_{Ed} = 6{,}094 N_{Ed}$.

Evaluarea momentelor încovoietoare de calcul se face cu relația (14.14), pusă sub forma:

$$M_{Ed} = \frac{M_{0Ed}}{1 - N_{Ed}/N_B} = \frac{M_{0Ed}}{1 - N_{Ed}/n_{cr} N_{Ed}} = \frac{M_{0Ed}}{1 - 1/n_{cr}} = \frac{M_{0Ed}}{1 - 1/6{,}094} = 1{,}196 M_{0Ed}$$

Aplicația numerică 14.2. *Evaluarea efectelor de ordinul II pentru stâlpul unui cadru monolit*

Se cere evaluarea efectelor de ordinul II pentru stâlpul central de la parterul unei structuri etajate (fig. Apl.14.2) realizată din beton de clasă C30/37 ($f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$; $E_{cm} = 32000 \text{ N/mm}^2$), pentru care se cunoaște $\varphi(\infty, t_0) = 2{,}67$. Sub efectul încărcărilor gravitaționale și orizontale, pentru stâlpul respectiv a rezultat diagrama de momente încovoietoare din figură, forța axială fiind $N_{Ed} = 776{,}5$ kN; raportul M_{0Eqp}/M_{0E} este 0,2. Având în vedere tipul structurii, pentru stabilirea efectelor de ordinul II se folosește metoda rigidității nominale.

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{30}{1{,}5} = 20{,}0 \text{ N/mm}^2;\ E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{32000}{1{,}2} = 26667 \text{ N/mm}^2;$$

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0)\frac{M_{0Eqp}}{M_{0E}} = 2{,}67 \cdot 0{,}2 = 0{,}534$$

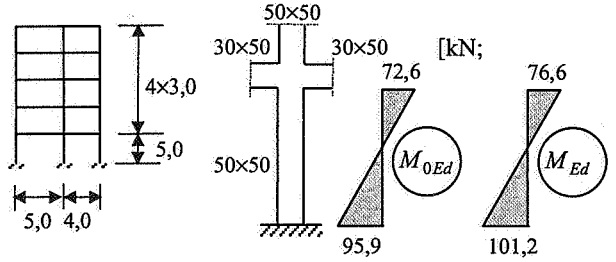


Fig. Apl.14.2

Stabilirea rigidității elementelor

– calculul rigidității nominale pentru stâlpul central se face utilizând varianta simplificatoare bazată pe următoarele valori:

$K_s = 0$

GROUP BIROUL DE STRUCTURI SRL BUCUREȘTI

$$K_c = 0,3/(1+0,5\varphi_{ef}) = 0,3/(1+0,5\cdot 0,534) = 0,237$$

$$K_c E_{cd} I_c = 0,237 \cdot 26667 \cdot \frac{500^4}{12} = 3,29\cdot 10^{13} \text{ Nmm}^2;\ K_s E_s I_s = 0$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s = 3,2910^{13} \text{ Nmm}^2$$

– rigiditatea grinzilor

$$E_{cd,ef} = E_{cd}/(1+\varphi_{ef}) = 26667/(1+0,534) = 17384 \text{ Nmm}^2$$

$$EI = 0,5\cdot 17384 \cdot \frac{300\cdot 500^3}{12} = 2,72\cdot 10^{13} \text{ Nmm}^2$$; reducerea cu 50% ține cont de fisurarea grinzilor.

Determinarea lungimii de flambaj

– pentru calculul flexibilității relative a capătului superior al stâlpului se folosește relația (14.5), în care rotația nodului $\theta = 0,00141$ s-a obținut din calculul static de ordinul I bazat pe rigiditățile calculate mai sus:

$$k_{sup} = \frac{\theta}{M}\cdot\frac{EI}{l} = \frac{0,00141}{72,64\cdot 10^6}\cdot\frac{3,29\cdot 10^{13}}{4000} = 0,16$$

– pentru flexibilitatea relativă a nodului inferior se ia în considerare $k_{inf} = 0,1$ deoarece se consideră că nu există încastrare perfectă la nivelul fundației;

– lungimea de flambaj se determină cu relația (14.4), deoarece nu există sisteme de contravânuire:

$$\sqrt{1+10\frac{k_1 k_2}{k_1+k_2}} = \sqrt{1+10\frac{0,16\cdot 0,1}{0,16+0,1}} = 1,27$$

$$\left(1+\frac{k_1}{1+k_1}\right)\cdot\left(1+\frac{k_2}{1+k_2}\right) = \left(1+\frac{0,16}{1+0,16}\right)\cdot\left(1+\frac{0,1}{1+0,1}\right) = 1,24$$

$$l_0 = 1,27\cdot 4,0 = 5,08 \text{ m}$$

Stabilirea valorii limită a coeficientului de zveltețe $\lambda_{lim} = 20ABC/\sqrt{n}$

– coeficientul $A = 1/(1+0,2\varphi_{ef}) = 1/(1+0,2\cdot 0,534) = 0,904$

– coeficientul $B = 1,1$ deoarece nu se cunoaște coeficientul mecanic de armare ω

– coeficientul $C = 1,7 - r_m = 1,7 - (-72,64/95,92) = 2,45$

– valoarea relativă a forței axiale de compresiune $n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} = \frac{776,5\cdot 10^3}{500^2\cdot 20} = 0,155$

$$\lambda_{lim} = 20\cdot 0,904\cdot 1,1\cdot 2,45/\sqrt{0,155} = 124$$

Coeficientul de zveltețe

$$i = \sqrt{I_c/A_c} = h/\sqrt{12} = 500/\sqrt{12} \cong 144 \text{ mm}$$

$$\lambda = l_0/i = 5080/144 = 35,2 < \lambda_{lim}$$

Efectele de ordinul II se pot neglija, deoarece $\lambda < \lambda_{lim}$; totuși, pentru exemplificare se face evaluarea acestor efecte prin metoda bazată pe rigiditățile nominale.

Utilizând rigiditățile nominale determinate mai sus, din calcul de stabilitate efectuat cu ajutorul programului AXIS, a rezultat parametrul încărcării critice de flambaj $n_{cr} = 19,23$. Forța critică de flambaj este $N_B = n_{cr} N_{Ed} = 19,23 N_{Ed}$.

Relația (14.14) permite evaluarea momentelor încovoietoare de calcul, după ce se pune sub forma:

$$M_{Ed} = \frac{M_{0Ed}}{1-N_{Ed}/N_B} = \frac{M_{0Ed}}{1-N_{Ed}/n_{cr}N_{Ed}} = \frac{M_{0Ed}}{1-1/n_{cr}} = \frac{M_{0Ed}}{1-1/19,23} = 1,055 M_{0Ed}$$

diagrama corespunzătoare de momente încovoietoare fiind prezentată în figura Apl.14.2.

Cunoscând forța critică de flambaj, se poate reevalua lungimea de flambaj cu ajutorul relației (14.6):

$$l_0 = \pi\sqrt{\frac{EI_{repr}}{N_B}} = \pi\sqrt{\frac{EI_{repr}}{n_{cr}N_{Ed}}} = \pi\sqrt{\frac{3,292\cdot 10^{13}}{19,23\cdot 776500}} = 4663 \text{ mm} \cong 4,7 \text{ m}$$

14.3.4.5. Metoda bazată pe curbura nominală a elementului

Metoda este aplicabilă stâlpilor izolați cu forță axială constantă și se bazează pe lungimea de flambaj l_0 determinată conform punctului 14.3.4.2. Dacă se face o evaluare realistă a curburii, metoda poate fi aplicată și structurilor.

Momente încovoietoare

Valoarea momentului încovoietor de calcul se obține din relația:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \qquad (14.15)$$

în care M_{0Ed} este momentul încovoietor de calcul de ordinul I, inclusiv efectul imperfecțiunilor, iar M_2 momentul încovoietor nominal de ordinul II. Valoarea maximă a lui M_{Ed} rezultă din însumarea diagramelor de momente încovoietoare corespunzătoare relației (14.15), diagrama lui M_2 având o formă sinusoidală pe lungimea de flambaj l_0. În cazul structurilor static nedeterminate, calculul static de ordinul I se efectuează pe structura reală, iar calculul de ordinul II se efectuează pe o structură bazată pe lungimile de flambaj.

Momentele încovoietoare de ordinul I de la capetele stâlpului pot fi înlocuite cu unul echivalent, conform relației:

$$M_{0e} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02} \qquad (14.16)$$

Cele două momente de la capătul elementului se consideră cu același semn dacă diagrama de momente nu intersectează axa barei, în caz contrar ele vor avea semne diferite; întotdeauna $|M_{02}| \geq |M_{01}|$.

Momentul încovoietor nominal de ordinul II este:

$$M_2 = N_{Ed} e_2 \qquad (14.17)$$

unde: N_{Ed} este forța axială calcul;

$e_2 = (1/r)l_0^2/c$ – săgeata;

$1/r$ – curbura;

l_0 – lungimea de flambaj;

c – factor depinzând de curbură; pentru secțiune transversală constantă, se poate folosi $c = \pi^2 \approx 10$; dacă diagrama de momente este constantă, se poate considera $c = 8$.

Curbura

În cazul elementelor cu secțiune constantă și simetrică (inclusiv armarea) se poate folosi următoarea relație pentru calculul curburii:

$$1/r = K_r K_\varphi \cdot 1/r_0 \qquad (14.18)$$

unde: K_r este un factor depinzând de forța axială, conform relației (14.19);

K_φ – factor pentru luarea în considerare a curgerii lente, conform relației (14.20);

$$1/r_0 = \frac{\varepsilon_{yd}}{0{,}45d} = \frac{f_{yd}}{0{,}45E_s d};$$

d – înălțimea utilă a secțiunii; dacă există și armături intermediare $d = 0{,}5h + i_s$, i_s fiind raza de raza de girație a tuturor armăturilor.

Factorul K_r este dat de relația:

$$K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \le 1{,}0 \qquad (14.19)$$

unde: $n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}}$ este valoarea relativă a forței axiale;

$n_u = 1 + \omega$ – valoarea relativă a capacității portante la compresiune centrică;

$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}$ – coeficientul mecanic de armare;

n_{bal} – valoarea relativă a forței axiale corespunzătoare punctului de balans (moment încovoietor capabil maxim); se poate accepta valoarea 0,4.

Factorul K_φ este dat de relația:

$$K_\varphi = 1 + \beta\varphi_{ef} \ge 1{,}0 \qquad (14.20)$$

unde: φ_{ef} este valoarea efectivă a coeficientului curgerii lente, relația (14.1);

$\beta = 0{,}35 + f_{ck}/200 - \lambda/150$, cu λ conform relației (14.2).

Aplicația numerică 14.3. *Evaluarea efectelor de ordinul II pentru un stâlp de hală industrială prefabricată fără pod rulant*

Se cere evaluarea efectelor de ordinul II pentru stâlpul unei hale prefabricate fără pod rulant (fig. Apl.14.3). Pentru realizarea structurii se prevede utilizarea unui beton de clasă C30/37 (f_{ck} = 30 N/mm^2). Pentru armare se folosesc bare din oțel S500, estimându-se că

secțiunea va fi prevăzută cu 2×2ϕ20. Eforturile de la nivelul încastrării sunt: forța axială de calcul $N_{Ed} = 650$ kN, momentul încovoietor de ordinul I în combinația fundamentală $M_{0E} = 125$ kNm; momentul încovoietor de ordinul I în combinația cvasipermanentă $M_{0Eqp} = 30$ kNm.

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{30}{1{,}5} = 20{,}0 \text{ N/mm}^2;\quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1{,}15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

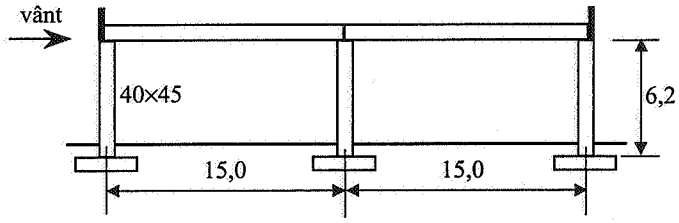


Fig. Apl.14.3

Având în vedere schema statică a structurii, *lungimea de flambaj* este:

$l_0 = 2 \cdot 6{,}2 = 12{,}4$ m

Efectul curgerii lente se stabilește pe baza diagramei din figura 14.2, cunoscând: vârsta betonului la momentul încărcării $t_0 = 28$ zile; utilizarea unui ciment cu întărire normală; grosimea fictivă $h_0 = 2A_c/u = 2 \cdot 40 \cdot 45/2 \cdot (40 + 45) = 21{,}1$ cm. În funcție de aceste valori, se obține $\varphi(\infty, t_0) = 2{,}67$. Valoarea efectivă a coeficientului curgerii lente se obține din relația (14.1):

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0)\frac{M_{0Eqp}}{M_{0E}} = 2{,}67\frac{30}{125} = 0{,}64$$

Stabilirea valorii limită a coeficientului de zveltețe $\lambda_{lim} = 20ABC/\sqrt{n}$

- coeficientul $A = 1/(1 + 0{,}2\varphi_{ef}) = 1/(1 + 0{,}2 \cdot 0{,}64) = 0{,}89$
- coeficientul $B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1{,}14$ cu $\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} = \frac{1256 \cdot 435}{400 \cdot 450 \cdot 20} = 0{,}152$
- coeficientul $C = 1{,}7 - r_m = 0{,}7$
- valoarea relativă a forței axiale de compresiune $n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} = \frac{650000}{400 \cdot 450 \cdot 20} = 0{,}18$

$\lambda_{lim} = 20 \cdot 0{,}89 \cdot 1{,}14 \cdot 0{,}7/\sqrt{0{,}18} = 33{,}5$

Coeficientul de zveltețe

$i = \sqrt{I_c/A_c} = h/\sqrt{12} = 450/\sqrt{12} \cong 130$ mm

$\lambda = l_0/i = 12400/130 = 95 \ge \lambda_{lim}$

Deoarece $\lambda \geq \lambda_{lim}$, este necesară evaluarea efectelor de ordinul II, pentru care se foloseşte analiza bazată pe curbura nominală conform prevederilor de la punctul 14.3.4.5.

Evaluarea imperfecţiunilor

- înclinarea: $\theta_i = \theta_0 \alpha_h \alpha_m = 0{,}8/200$ cu

$$\theta_0 = 1/200\,;\ \alpha_h = 2/\sqrt{l} = 2/\sqrt{6{,}2} = 0{,}8\,;\ \alpha_m = \sqrt{0{,}5(1+1/m)} = 1$$

- excentricitatea la vârful stâlpului: $e_i = \theta_i \frac{l_0}{2} = \frac{0{,}8}{200}\frac{12{,}4}{2} = 0{,}0248$ m
- momentul încovoietor: $M_{imp} = e_i N_{Ed} = 0{,}0248 \cdot 650 = 16{,}12$ kNm

Curbura se calculează cu relaţia (14.18)

- curbura nominală: $1/r_0 = \frac{f_{yd}}{0{,}45 E_s d} = \frac{435}{0{,}45 \cdot 200000 \cdot 405} = 1{,}19 \cdot 10^{-5}$
- coeficientul mecanic de armare: $\omega = 0{,}152$
- $n_u = 1 + \omega = 1 + 0{,}152 = 1{,}152$
- corecţia pentru forţa axială: $K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} = \frac{1{,}152 - 0{,}18}{1{,}152 - 0{,}40} = 1{,}29$; maxim 1,0
- corecţia pentru curgerea lentă:

$$\beta = 0{,}35 + f_{ck}/200 - \lambda/150 = 0{,}35 + 30/200 - 95/150 = -0{,}13$$

$$K_\varphi = 1 + \beta\varphi_{ef} = 1 + (-0{,}13) \cdot 0{,}64 = 0{,}91 \text{ dar cel puţin } 1{,}0$$

- curbura: $1/r = K_r K_\varphi \cdot 1/r_0 = 1{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}19 \cdot 10^{-5} = 1{,}19 \cdot 10^{-5}$

Momentul încovoietor nominal de ordinul II

- săgeată $e_2 = (1/r) l_0^2 / c = 1{,}19 \cdot 10^{-5} \cdot 12400^2 / 10 = 183$ mm $= 0{,}18$ m
- momentul încovoietor $M_2 = N_{Ed} \cdot e_2 = 650 \cdot 0{,}18 = 117$ kNm

Momentul încovoietor de calcul

- momentul încovoietor de calcul de ordinul I:

$$M_{0Ed} = M_{0E} + M_{imp} = 125 + 16{,}12 \cong 141 \text{ kNm}$$

- momentul încovoietor de calcul:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 = 141 + 117 = 258 \text{ kNm}$$

14.4. Încovoierea cu forţă axială

14.4.1. Ipoteze de calcul

Calculul la starea limită ultimă se face pe baza următoarelor ipoteze simplificatoare:

- secţiunile rămân plane şi după deformarea elementului;
- armătura şi betonul din fibra alăturată au aceeaşi deformaţie specifică;
- contribuţia betonului întins dintre fisuri se neglijează;

- distribuţia eforturilor unitare de compresiune în beton rezultă din curba $\sigma_c - \varepsilon_c$; se poate folosi diagrama din figura 14.1a sau 14.1b;
- efortul unitar în armătură rezultă din diagrama $\sigma_s - \varepsilon_s$ (fig. 14.3b).

Atunci când se utilizează curba $\sigma_c - \varepsilon_c$ din figura 14.1a, calculul secţiunii transversale se face pe baza diagramei de deformaţii specifice din figura 14.8[2], având în vedere următoarele precizări:

- pentru secţiunile supuse la compresiune axială, deformaţia specifică a betonului se limitează la $\varepsilon_{c2} = 2$ ‰ (fig. 14.1a);
- pentru secţiunile care prezintă şi zonă întinsă, deformaţia specifică a betonului comprimat se limitează la $\varepsilon_{cu2} = 3{,}5$ ‰;
- pentru cazuri intermediare, deformaţia specifică la compresiune se obţine presupunând că secţiunea se roteşte în jurul pivotului *C*.

Dacă se are în vedere utilizarea curbei $\sigma_c - \varepsilon_c$ din figura 14.1b, cele de mai sus rămân valabile, înlocuind ε_{c2} cu ε_{c3}, respectiv ε_{cu2} cu ε_{cu3}.

Distribuţia eforturilor unitare pe înălţimea zonei comprimate de beton rezultă pe baza diagramelor din figura 14.1 (de exemplu, pornind de la diagrama din figura 14.1a se ajunge la diagramele din figurile 14.10 şi 14.12). Având în vedere mecanismul destul de laborios de calcul, există posibilitatea ca pornind de la diagrama $\sigma_c - \varepsilon_c$ din figura 14.1b, să se folosească o diagramă dreptunghiulară pentru distribuţia eforturilor unitare de compresiune în beton, conform figurii 14.9; dacă lăţimea secţiunii scade spre fibra cea mai comprimată atunci valoarea ηf_{cd} trebuie redusă cu 10%.

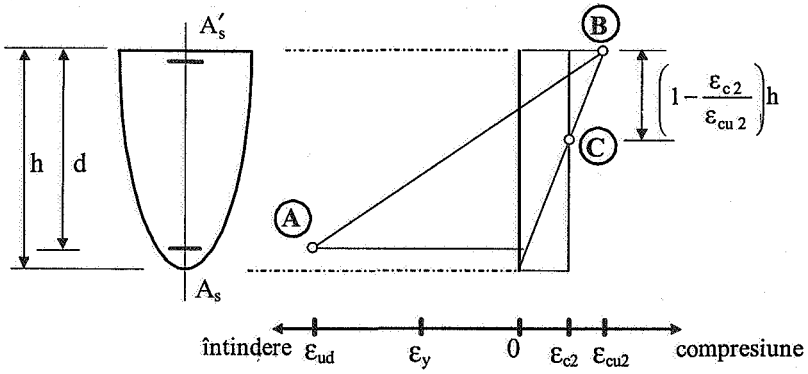


Fig. 14.8. Deformaţii specifice ale secţiunii în stadiul ultim

După cum se constată din figura 14.3, în cazul armăturii este posibilă alegerea între două tipuri de diagrame de calcul. În acest caz se pune problema alegerii valorii limită ε_{ud} şi a modului în care valoarea ε_{ud} influenţează momentul încovoietor capabil. În tabelul 14.5 se

[2] Explicaţii detaliate privind regula celor trei pivoţi sunt date la punctul 6.1

prezintă rezultatele obținute pe baza următoarelor opțiuni [8]: $\varepsilon_{ud} \to \infty$ și ramură superioară orizontală constantă (EC2), $\varepsilon_{ud} = 10\,‰$ și ramură superioară înclinată (EC2), $\varepsilon_{ud} = 10\,‰$ și ramură superioară orizontală (Codul Model CEB-FIP) și $\varepsilon_{ud} = 20\,‰$ și ramură superioară orizontală (German NAD). Din analiza valorilor nu rezultă diferențe semnificative între cele patru variante alese. În funcție de caracteristicile oțelului se alege diagrama cea mai adecvată.

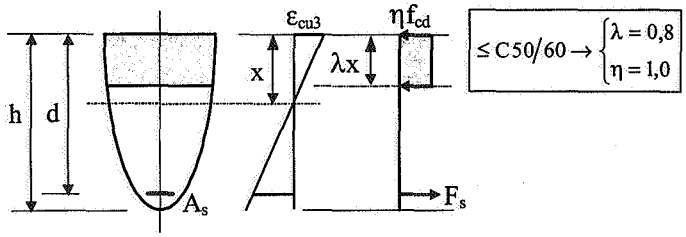


Fig. 14.9. Diagrama rectangulară a eforturilor unitare de compresiune

Atunci când momentul încovoietor este însoțit de o forță axială de compresiune, valoarea momentul încovoietor de calcul, obținut din analiza statică, va fi egală cu cel puțin $e_0 N_{Ed}$, în care $e_0 = h/30 \geq 20$ mm.

În aspectele teoretice și aplicațiile numerice care urmează se adoptă următoarele premize:

- utilizarea betoanelor de clasă mai mică sau egală cu C50/60;
- distribuția eforturilor unitare de compresiune în beton se bazează pe diagrama $\sigma_c - \varepsilon_c$ din figura 14.1a;
- adoptarea pentru armături a diagramei $\sigma_s - \varepsilon_s$ cu palier orizontal fără limitarea deformației specifice;
- eforturile secționale de calcul N_{Ed} și M_{Ed} includ efectele flexibilității elementelor comprimate și a imperfecțiunilor geometrice.

Tabelul 14.5. Influența valorii ε_{ud} asupra momentului încovoietor capabil al secțiunii dreptunghiulare

$\frac{A_s f_{yd}}{b d f_{cd}}$	EC2		CEB-FIP	German NAD
	$\varepsilon_{ud} \to \infty$	$\varepsilon_{ud} = 10\,‰$	$\varepsilon_{ud} = 10\,‰$	$\varepsilon_{ud} = 20\,‰$
	$M_{Rd}/bd^2 f_{cd} =$			
0,01	0,00994	0,00999	0,00983	0,00988
0,05	0,04850	0,04870	0,04790	0,04830
0,10	0,09400	0,09490	0,09350	0,09400
0,15	0,13650	0,13820	0,13620	0,13650
0,20	0,17610	0,17850	0,17610	0,17610
0,25	0,21230	0,21370	0,21230	0,21230

14.4.2. Evaluarea rezultantei compresiunilor din beton

Valoarea rezultantei compresiunilor în beton și poziția ei față de axa neutră se determină pe baza relațiilor principiale de mai jos:

$$F_c = \int_0^x \sigma_{cy} b_y dy\,; \quad y_c = \frac{1}{F_c}\int_0^x \sigma_{cy} b_y y dy \quad \text{– axa neutră în secțiune;}$$

$$F_c = \int_{x-h}^{h} \sigma_{cy} b_y dy\,; \quad y_c = \frac{1}{F_c}\int_{x-h}^{h} \sigma_{cy} b_y y dy \quad \text{– axa neutră în afara secțiunii.}$$

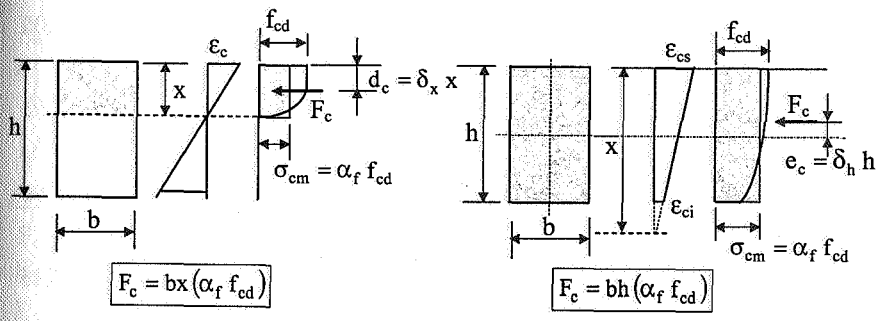
Evaluarea rezultantei F_c din zonele comprimate ale secțiunilor dreptunghiulare și T, precum și poziția acesteia, se face luând în considerare un efort unitar mediu de compresiune $\sigma_{cm} = \alpha_f f_{cd}$, uniform distribuit pe înălțimea zonei comprimate, conform celor de mai jos.

14.4.2.1. Secțiunea dreptunghiulară

Dacă axa neutră se găsește în secțiune (fig. 14.10a), valoarea rezultantei compresiunilor F_c și poziția ei față de fibra cea mai comprimată d_c se determină cu relațiile:

$$F_c = bx\left(\alpha_f f_{cd}\right) \tag{14.21}$$

$$d_c = \delta_x x \tag{14.22}$$



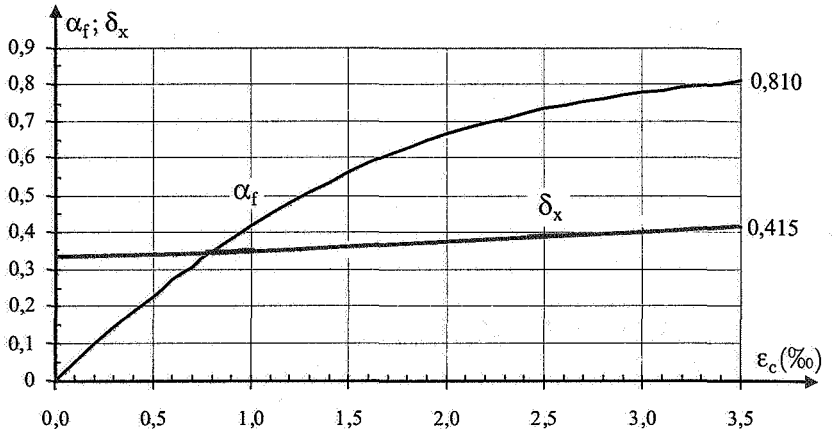
a) axa neutră în secțiune **b)** axa neutră în afara secțiunii

Fig. 14.10. Rezultanta compresiunilor în beton pentru secțiuni dreptunghiulare

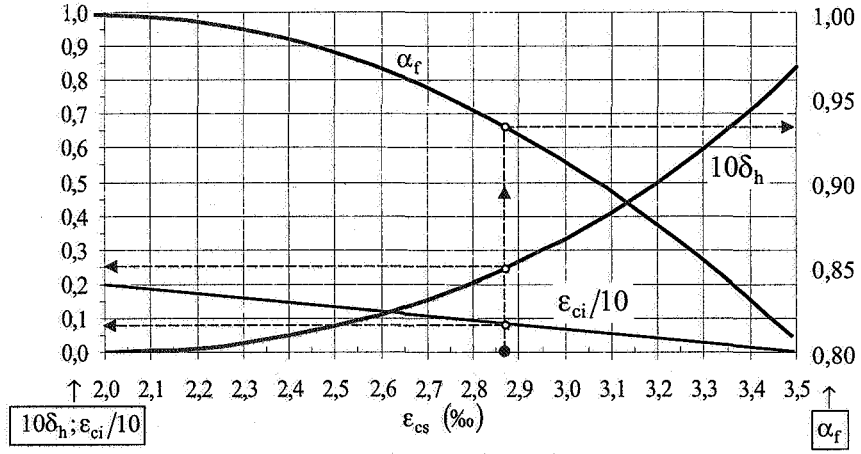
Coeficienții α_f și δ_x se calculează cu relațiile (14.23), respectiv (14.24), în funcție de intervalul în care este plasată deformația specifică maximă de compresiune în beton:

$$\alpha_f = \begin{cases} \dfrac{\varepsilon_c(6-\varepsilon_c)}{12} & \text{– pentru } \varepsilon_c = 0...2‰ \\ \dfrac{(3\varepsilon_c - 2)}{3\varepsilon_c} & \text{– pentru } \varepsilon_c = 2...3{,}5‰ \end{cases} \tag{14.23}$$

$$\delta_x = \begin{cases} \dfrac{8-\varepsilon_c}{4(6-\varepsilon_c)} & \text{– pentru } \varepsilon_c = 0...2‰ \\ \dfrac{\varepsilon_c(3\varepsilon_c-4)+2}{2\varepsilon_c(3\varepsilon_c-2)} & \text{– pentru } \varepsilon_c = 2...3{,}5‰ \end{cases} \quad (14.24)$$



a) axa neutră plasată în secțiune



b) axa neutră plasată în afara secțiunii

Fig. 14.11. Coeficienții pentru calculul rezultantei compresiunilor în secțiunile dreptunghiulare

Dacă secțiunea este comprimată în întregime (fig. 14.10b), valoarea rezultantei compresiunilor F_c și poziția ei față de centrul de greutate al secțiunii e_c se determină cu relațiile:

$$F_c = bh\left(\alpha_f f_{cd}\right) \quad (14.25)$$

$$e_c = \delta_h h \quad (14.26)$$

în care:

$$\alpha_f = \left(125 + 64\varepsilon_{cs} - 16\varepsilon_{cs}^2\right)/189 \quad (14.27)$$

$$\delta_h = 3\left(\varepsilon_{cs} - 2\right)^2/100\alpha_f \quad (14.28)$$

Coeficienții α_f și δ_x sau δ_h se pot obține și din figura 14.11 [8], [10], [138].

14.4.2.2. Secțiunea T

Dacă axa neutră este plasată în inima secțiunii, valoarea rezultantei compresiunilor în beton F_c și poziția ei față de axa neutră y_c se determină pe baza procedeului schematizat în figura 14.12.

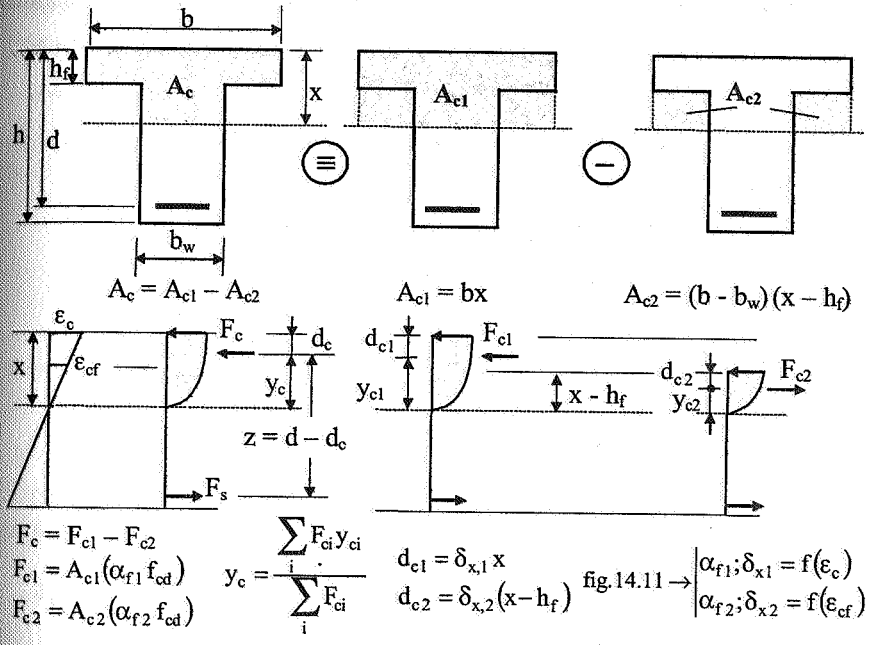


Fig. 14.12. Rezultanta compresiunilor în beton pentru secțiuni T

14.4.3. Calculul momentului încovoietor capabil al grinzilor

Determinarea momentului încovoietor capabil se face utilizând cele două ecuații de echilibru static precum și relațiile dintre deformațiile specifice, relații ce rezultă din ipoteza secțiunilor plane. De asemenea, atunci când este necesar, se folosesc curbele caracteristice ale celor două materiale pentru a stabili efortul unitar în funcție de deformația specifică. În cele ce urmează se tratează, prin exemple de calcul, evaluarea momentului încovoietor al secțiunii dreptunghiulare, respectiv al secțiunii T.

Aplicația numerică 14.4. *Calculul momentului încovoietor capabil pentru o secțiune dreptunghiulară, simplu armată, supusă la încovoiere*

Se cere determinarea capacității portante a secțiunii din figura Apl.14.4, realizată din beton de clasă C20/25 (f_{ck} = 20 N/mm^2) și armată cu PC52 pentru care standardul de produs prevede f_{yk} = 345 N/mm^2 și E_s = 210000 N/mm^2.

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{20}{1{,}5} = 13{,}33 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{345}{1{,}15} = 300 \text{ N/mm}^2;\ \varepsilon_{yd} = 1000\frac{f_{yd}}{E_s} = 1000\frac{300}{210000} = 1{,}43 \text{ ‰}$$

Având în vedere caracteristicile geometrice ale secțiunii, rezultă:

$d_s = c + \phi/2 = 25 + 22/2 = 36$ mm; $d = h - d_s = 400 - 36 = 364$ mm

Se alege x = **120 mm** și pentru $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$ = 3,5 ‰ rezultă deformația specifică în armătura întinsă:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu2}\frac{d-x}{x} = 3{,}5\frac{364-120}{120} = 7{,}12 \text{ ‰}$$

Deoarece ε_s = 7,12 ‰ > ε_{yd} = 1,43 ‰ armătura ajunge la curgere, deci $\sigma_s = f_{yd}$.

Din figura 14.11a, pentru $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$ = 3,5 ‰, rezultă α_f = 0,81.

$$F_c = bx\left(\alpha_f f_{cd}\right) = 300\cdot120\cdot0{,}81\cdot13{,}33 = 388{,}7\cdot10^3 \text{ N} = 388{,}7 \text{ kN}$$

$$F_s = A_s f_{yd} = 1140\cdot300 = 342\cdot10^3 \text{ N} = 342 \text{ kN}$$

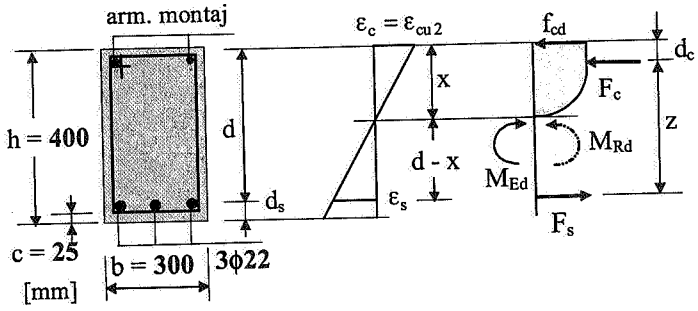


Fig. Apl.14.4.

Deoarece $F_s < F_c$, x trebuie redus; se alege x = **105 mm**

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu2}\frac{d-x}{x} = 3{,}5\frac{364-105}{105} = 8{,}63 \text{ ‰} > \varepsilon_y = 1{,}43 \text{ ‰} \Rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

$F_c = 300\cdot105\cdot0{,}81\cdot13{,}33 = 3430{,}5\cdot10^3$ N = 340,5 kN $\cong F_s$ = 342 kN, deci x este corect ales.

Din figura 14.11a, pentru $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$ = 3,5 ‰, rezultă δ_x = 0,415.

$d_c = \delta_x x = 0{,}415\cdot105 = 43{,}6$ mm $\Rightarrow$ $z = d - d_c = 364 - 43{,}6 = 320{,}4$ mm

$M_{Rd} = F_s z = 342\cdot0{,}32 = 109{,}4$ kNm

Aplicația numerică 14.5. *Calculul momentului încovoietor capabil pentru o secțiune dreptunghiulară, dublu armată, supusă la încovoiere cu forță axială de compresiune*

Se cere verificarea capacității portante a secțiunii din figura Apl.14.5, supusă eforturilor N_{Ed} = 50 kN (compresiune) și M_{Ed} = 180 kNm. Pentru realizarea secțiunii se prevede utilizarea unui beton de clasă C20/25 (f_{ck} = 20 N/mm^2) și armătură din PC60 pentru care standardul de produs prevede f_{yk} = 405 N/mm^2 și E_s = 210000 N/mm^2.

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{20}{1{,}5} = 13{,}33 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{405}{1{,}15} = 350 \text{ N/mm}^2;\ \varepsilon_{yd} = 1000\frac{f_{yd}}{E_s} = 1000\frac{350}{210000} = 1{,}67 \text{ ‰}$$

Având în vedere caracteristicile geometrice ale secțiunii, rezultă:

$d_s = c + \phi/2 = 25 + 20/2 = 35$ mm; $d'_s = c + \phi/2 = 25 + 16/2 = 33$ mm;

$d = h - d_s = 500 - 35 = 465$ mm; $d - d'_s = 465 - 33 = 432$ mm

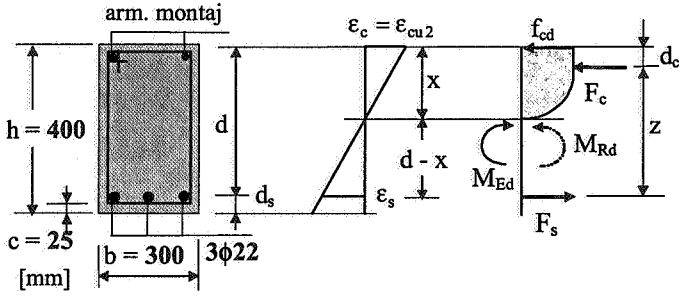


Fig. Apl.14.5.

Deoarece solicitarea secțiunii este preponderent de încovoiere, se presupune că axa neutră este plasată în secțiune, se alege x = **108 mm** și cu $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$ = 3,5 ‰ rezultă:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c\frac{d-x}{x} = 3{,}5\frac{465-108}{108} = 11{,}6 \text{ ‰} > 1{,}67 \text{ ‰}, \text{ deci armătura } A_s \text{ curge: } \sigma_s = f_{yd}$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_c\frac{x-d'_s}{x} = 3{,}5\frac{108-33}{108} = 2{,}43 \text{ ‰} > 1{,}67 \text{ ‰}, \text{ deci armătura } A'_s \text{ curge: } \sigma'_s = f_{yd}$$

$$F_s = A_s f_{yd} = 1256\cdot350 = 439{,}6\cdot10^3 \text{ N} = 439{,}6 \text{ kN}$$

$$F'_s = A'_s f_{yd} = 402\cdot350 = 140{,}7\cdot10^3 \text{ N} = 140{,}7 \text{ kN}$$

$F_c = bx\left(\alpha_f f_{cd}\right) = 300\cdot108\cdot0{,}81\cdot13{,}33 = 349{,}8\cdot10^3$ N = 349,8 kN, cu α_f = 0,81 obținut din figura 14.11a

$N_{Ed} + F_s = 50 + 439{,}6 = 489{,}6$ kN $\cong F_c + F'_s = 349{,}8 + 140{,}7 = 490{,}5$ kN

Deoarece condiția de echilibru în lungul barei este îndeplinită x a fost ales corect și din figura 14.11a, pentru $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} = 3{,}5\,‰$, se obține $\delta_x = 0{,}415$.

$$d_c = \delta_x x = 0{,}415 \cdot 108 = 44{,}83 \text{ mm} \Rightarrow z = d - d_c = 465 - 44{,}8 = 420{,}2 \text{ mm}$$

Din ecuația de momente în raport cu F_s rezultă:

$$M_{Rd} = F_c z + F_s'(d - d_s') - N_{Ed}(h/2 - d_s) =$$
$$= 349{,}8 \cdot 0{,}4202 + 140{,}7 \cdot 0{,}432 - 50 \cdot (0{,}250 - 0{,}035) = 197{,}0 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd} = 197 \text{ kNm} > M_{Ed} = 180 \text{ kNm}$$

Aplicația numerică 14.6. *Calculul momentului încovoietor capabil pentru o secțiune dreptunghiulară, dublu armată, prevăzută și cu armături intermediare, supusă la compresiune cu încovoiere*

Se cere verificarea capacității portante a secțiunii din figura Apl.14.6 asupra căreia acționează eforturile $N_{Ed} = 500$ kN (compresiune) și $M_{Ed} = 200$ kNm. Materiale: beton de clasă C25/35 ($f_{ck} = 25$ N/mm^2); PC52 ($f_{yk} = 345$ N/mm^2; $E_s = 210000$ N/mm^2).

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0 \frac{25}{1{,}5} = 16{,}66 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{345}{1{,}15} = 300 \text{ N/mm}^2; \quad \varepsilon_{yd} = 1000 \frac{f_{yd}}{E_s} = 1000 \frac{300}{210000} = 1{,}43 ‰$$

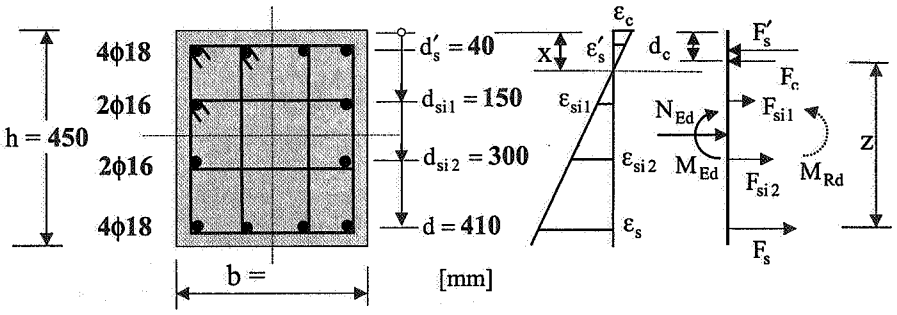


Fig. Apl.14.6.

Se alege $x = \mathbf{125}$ **mm** și cu $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} = 3{,}5\,‰$ rezultă:

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_c \frac{x - d_s'}{x} = 3{,}5 \frac{125 - 40}{125} = 2{,}38 ‰ > 1{,}43 ‰, \text{ deci armătura } A_s' \text{ curge: } \sigma_s' = f_{yd}$$

$$\varepsilon_{si1} = \varepsilon_c \frac{d_{si1} - x}{x} = 3{,}5 \frac{150 - 125}{125} = 0{,}7 ‰; \sigma_{si1} = \varepsilon_{si1} E_s = 0{,}0007 \cdot 210000 = 147 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{si2} = \varepsilon_c \frac{d_{si2} - x}{x} = 3{,}5 \frac{300 - 125}{125} = 4{,}9 ‰ > 1{,}43 ‰, \ \sigma_{si2} = f_{yd}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \frac{d - x}{x} = 3{,}5 \frac{410 - 125}{125} = 7{,}98 ‰ > 1{,}43 ‰, \ \sigma_s = f_{yd}$$

$$F_s' = A_s' f_{yd} = 1016 \cdot 300 = 304{,}8 \cdot 10^3 \text{ N} = 304{,}8 \text{ kN}$$

$$F_{si1} = A_{si1} \sigma_{si1} = 402 \cdot 147 = 59{,}1 \cdot 10^3 \text{ N} = 59{,}1 \text{ kN}$$

$$F_{si2} = A_{si2} f_{yd} = 402 \cdot 300 = 120{,}6 \cdot 10^3 \text{ N} = 120{,}6 \text{ kN}$$

$$F_s = A_s f_{yd} = 1016 \cdot 30 = 304{,}8 \cdot 10^3 \text{ N} = 304{,}8 \text{ kN}$$

$$F_c = bx(\alpha_f f_{cd}) = 400 \cdot 125 \cdot 0{,}81 \cdot 16{,}66 = 674{,}7 \cdot 10^3 \text{ N} = 674{,}7 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} + F_s + F_{si1} + F_{si2} = 500 + 304{,}8 + 59{,}1 + 120{,}6 = 984{,}5 \text{ kN}$$

$$F_c + F_s' = 674{,}7 + 304{,}8 = 979{,}5 \text{ kN}$$

Cele două sume de mai sus sunt, practic, egale, ceea ce înseamnă că poziția axei neutre este corect aleasă și din figura 14.11a, pentru $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} = 3{,}5\,‰$, se obține $\delta_x = 0{,}415$.

$$d_c = \delta_x x = 0{,}415 \cdot 125 = 51{,}9 \text{ mm}$$

$$z = d - d_c = 410 - 51{,}9 = 358{,}1 \text{ mm}$$

Momentul încovoietor capabil rezultă din ecuația de momente în raport cu F_s:

$$M_{Rd} = F_c z + F_s'(d - d_s') - F_{si1}(d - d_{si1}) - F_{si2}(d - d_{si2}) - N_{Ed}(h/2 - d_s) =$$
$$= 674{,}7 \cdot 0{,}358 + 304{,}8 \cdot (0{,}41 - 0{,}04) - 59{,}1 \cdot (0{,}41 - 0{,}15) - 120{,}6 \cdot (0{,}41 - 0{,}30) - 500 \cdot (0{,}45/2 - 0{,}04) = 233{,}2 \text{ kNm} > M_{Ed} = 200 \text{ kNm}$$

Aplicația numerică 14.7. *Calculul momentului încovoietor capabil pentru o secțiune dreptunghiulară, dublu armată, supusă la compresiune cu încovoiere*

Se cere verificarea capacității portante a secțiunii din figura Apl.14.7, realizată din beton de clasă C20/25 ($f_{ck} = 20$ N/mm^2) și armată cu PC52 ($f_{yk} = 345$ N/mm^2; $E_s = 210000$ N/mm^2). Asupra secțiunii acționează forța axială de compresiune $N_{Ed} = 2050$ kN și momentul încovoietor $M_{Ed} = 70$ kNm.

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0 \frac{20}{1{,}5} = 13{,}33 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{345}{1{,}15} = 300 \text{ N/mm}^2; \quad \varepsilon_{yd} = 1000 \frac{f_{yd}}{E_s} = 1000 \frac{300}{210000} = 1{,}43 ‰$$

$$d_s = d_s' = c + \phi/2 = 25 + 20/2 = 35 \text{ mm};$$

$$d = h - d_s = 500 - 35 = 465 \text{ mm}; \ d - d_s' = 465 - 35 = 430 \text{ mm}$$

Deoarece secțiunea este supusă preponderent la compresiune este de așteptat ca axa neutră să fie plasată în afara secțiunii, caz în care secțiunea se rotește în jurul pivotului C.

Pentru betoane $\le$ C50/60 poziția acestui pivot este (fig. 14.8):

$$\left(1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}}\right) h = \left(1 - \frac{2{,}0}{3{,}5}\right) h = \frac{3}{7} h$$

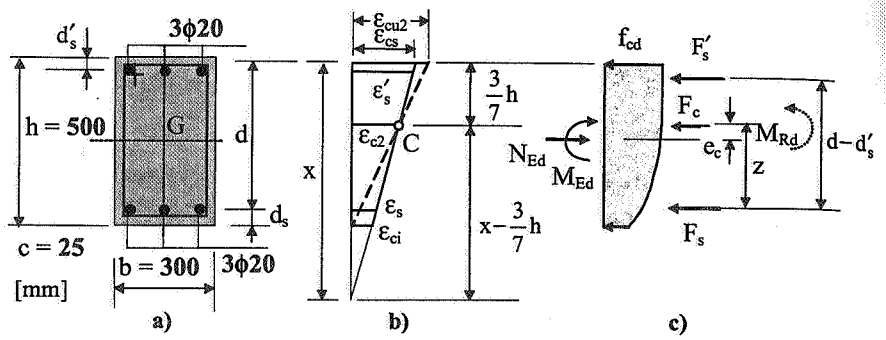


Fig. Apl.14.7.

Cunoscând $\varepsilon_{c2} = 2\,‰$ (fig. 14.1a), deformația specifică în fibra cea mai comprimată a secțiunii se obține prin asemănarea triunghiurilor din diagrama deformațiilor specifice (fig. Apl.14.7b) și presupunând $x = 570$ mm:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{c2}\frac{x}{x-\frac{3}{7}h} = 2{,}0\frac{570}{570-\frac{3}{7}500} = 3{,}2\,‰$$

Pe baza acestei valori, din figura 14.11b se obține $\alpha_f = 0{,}875$ și $10\delta_h = 0{,}5$, rezultând $e_c = 0{,}5h/10 = 0{,}5\cdot 500/10 = 25$ mm.

Deformațiile specifice în cele două armături se obțin din asemănarea triunghiurilor din diagrama deformațiilor specifice (fig. Apl.14.3b), rezultând apoi eforturile unitare:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{c2}\frac{x-d}{x-\frac{3}{7}h} = 2{,}0\frac{570-465}{570-\frac{3}{7}500} = 0{,}59\,‰;\ \sigma_s = \varepsilon_s E_s = \frac{0{,}59}{1000}210000 = 123{,}9\ \text{N/mm}^2$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cs}\frac{x-d'_s}{x} = 3{,}2\frac{570-35}{570} = 3{,}0\,‰;\ \sigma'_s = f_{yd} = 300\ \text{N/mm}^2$$

Rezultantele eforturilor unitare sunt:

$F_s = A_s\sigma_s = 942\cdot 123{,}9 = 116{,}7\cdot 10^3\ \text{N} = 116{,}7\ \text{kN}$

$F'_s = A'_s\sigma'_s = A'_s f_{yd} = 942\cdot 300 = 282{,}6\cdot 10^3\ \text{N} = 282{,}6\ \text{kN}$

$F_c = bh\left(\alpha_f f_{cd}\right) = 300\cdot 500\cdot 0{,}875\cdot 13{,}33 = 1749{,}6\cdot 10^3\ \text{N} = 1749{,}6\ \text{kN}$

Condiția de echilibru, în lungul axei longitudinale, cere $N_{Ed} = F_c + F_s + F'_s$, ceea ce înseamnă: $2100 \cong 1749{,}6 + 116{,}7 + 282{,}6\ (= 2148{,}9)$, deci x este corect ales.

Brațul de pârghie dintre eforturile interioare F_s și F_c este:

$z = e_c + h/2 - d_s = 0{,}025 + 0{,}50/2 - 0{,}035 = 0{,}24$ m

Din ecuația de momente în raport cu F_s rezultă:

$$M_{Rd} = F_c z + F'_s(d-d'_s) - N_{Ed}(h/2-d_s) = 1749{,}6\cdot 0{,}24 + 282{,}6\cdot 0{,}43 - $$
$$- 2100\cdot(0{,}50/2 - 0{,}035) = 90\ \text{kNm} > M_{Ed} = 70\ \text{kNm}$$

Aplicația numerică 14.8. *Calculul momentului încovoietor capabil pentru o secțiune T supusă la încovoiere cu compresiune (axa neutră în inimă)*

Se cere verificarea capacității portante a secțiunii din figura Apl.14.8, realizată dintr-un beton de clasă C20/25 ($f_{ck} = 20$ N/mm^2) și armată cu PC52 ($f_{yk} = 345$ N/mm^2; $E_s = 210000$ N/mm^2). Asupra secțiunii acționează forța axială de compresiune $N_{Ed} = 165$ kN și momentul încovoietor $M_{Ed} = 170$ kNm.

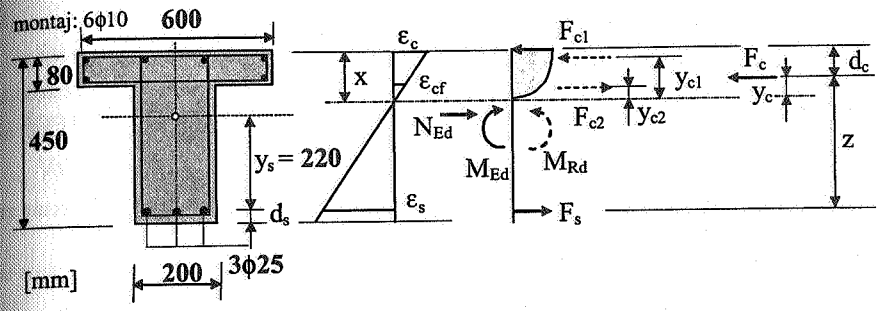


Fig. Apl.14.8.

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{20}{1{,}5} = 13{,}33\ \text{N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{345}{1{,}15} = 300\ \text{N/mm}^2;\ \varepsilon_{yd} = 1000\frac{f_{yd}}{E_s} = 1000\frac{300}{210000} = 1{,}43\,‰$$

$d_s = 50$ mm; $d = h - d_s = 450 - 50 = 400$ mm

Se alege $x = 98$ mm și pentru $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} = 3{,}5\,‰$ rezultă deformația specifică în armătura întinsă:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu2}\frac{d-x}{x} = 3{,}5\frac{400-98}{98} = 10{,}78\,‰ > \varepsilon_y = 1{,}43\,‰ \Rightarrow\ \sigma_s = f_{yd}$$

$F_s = A_s f_{yd} = 1473\cdot 300 = 441{,}9\cdot 10^3\ \text{N} = 442\ \text{kN}$

Deformația specifică la partea inferioară a plăcii este:

$$\varepsilon_{cf} = \varepsilon_{cu2}\frac{x-h_f}{x} = 3{,}5\frac{98-80}{98} = 0{,}64\,‰$$

Valorile coeficientului α_f, la cele două niveluri, rezultă în funcție de deformația specifică a betonului la nivelul respectiv, după cum urmează:

$\alpha_{f1} = 0{,}81$ pentru $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} = 3{,}5\,‰$

$\alpha_{f2} = \dfrac{\varepsilon_{cf}\left(6-\varepsilon_{cf}\right)}{12} = \dfrac{0{,}642(6-0{,}642)}{12} = 0{,}287$; această valoare s-a obținut din relația (14.23) înlocuind ε_c cu $\varepsilon_{cf} = 0{,}64\,‰$; se poate folosi și diagrama din figura 14.11a

Pe baza celor două valori se calculează:

$$F_{c1} = bx\left(\alpha_{f1} f_{cd}\right) = 600 \cdot 98 \cdot 0{,}81 \cdot 13{,}33 = 635 \cdot 10^3 \text{ N} = 635 \text{ kN}$$

$$F_{c2} = \left(b - b_w\right)\left(x - h_f\right)\left(\alpha_{f2} f_{cd}\right) =$$

$$= (600 - 200) \cdot (98 - 80) \cdot 0{,}287 \cdot 13{,}33 = 27{,}5 \cdot 10^3 \text{ N} = 27{,}5 \text{ kN}$$

rezultând $F_c = F_{c1} - F_{c2} = 635 - 27{,}5 = 607{,}5$ kN.

Valoarea x este corect aleasă, deoarece ecuația de proiecții este îndeplinită:

$$F_c - N_{Ed} - F_s = 607{,}5 - 165 - 442 \cong 0$$

Poziția rezultantei F_c și momentul încovoietor capabil se calculează după cum urmează:

$\delta_{x1} = 0{,}415$ - din figura 14.11a sau din relația (14.24);

$\delta_{x2} = \dfrac{8 - \varepsilon_c}{4(6 - \varepsilon_c)} = \dfrac{8 - 0{,}64}{4(6 - 0{,}64)} = 0{,}343$ - din relația (14.24) în care ε_c s-a înlocuit cu $\varepsilon_{cf} = 0{,}64$; această valoare poate fi obținută și din figura 14.11a

$$d_{c1} = \delta_{x1} x = 0{,}415 \cdot 98 = 40{,}7 \text{ mm}; \quad d_{c2} = \delta_{x2}\left(x - h_f\right) = 0{,}343 \cdot (98 - 80) = 6{,}2 \text{ mm}$$

$$y_{c1} = x - d_{c1} = 98 - 40{,}7 = 57{,}3 \text{ mm}; \quad y_{c2} = \left(x - h_f\right) - d_{c2} = (98 - 80) - 6{,}2 = 11{,}8 \text{ mm}$$

$$y_c = \frac{F_{c1} y_{c1} - F_{c2} y_{c2}}{F_c} = \frac{57{,}3 \cdot 635{,}0 - 11{,}8 \cdot 27{,}5}{607{,}5} = 59{,}4 \text{ mm};$$

$$d_c = x - y_c = 98 - 59{,}4 = 38{,}6 \text{ mm}$$

$$z = d - d_c = 400 - 38{,}6 = 361{,}4 \text{ mm} \cong 0{,}36 \text{ m}$$

Din ecuația de momente în raport cu F_s rezultă:

$$M_{Rd} = F_c z - N_{Ed}\, y_s = 607{,}5 \cdot 0{,}36 - 165{,}0 \cdot 0{,}22 = 182{,}4 \text{ kNm}$$

14.4.4. Dimensionarea grinzilor

Secțiunea se află într-o situație limită atunci când are loc atingerea simultană a rezistențelor de calcul ale celor două materiale, ceea ce înseamnă că deformația specifică în betonul comprimat este ε_{cu2}, iar în armătura întinsă ε_{yd}.

Pentru această situație, poziția axei neutre rezultă din relația:

$$\xi_{lim} = \frac{x_{lim}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu2} + \varepsilon_{yd}} = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu2} + f_{yd}/E_s} = \frac{3{,}5}{3{,}5 + 1000\, f_{yd}/E_s} \qquad (14.29)$$

În acest caz, momentul încovoietor capabil al secțiunii este:

$$M_{lim} = F_c\left(d - d_c\right) = \left(\alpha_f f_{cd}\right) b x_{lim}\left(d - \delta_x x_{lim}\right) = \alpha_f \xi_{lim}\left(1 - \delta_x \xi_{lim}\right) f_{cd} b d^2 \qquad (14.30)$$

Având în vedere $\alpha_f = 0{,}81$ și $\delta_x = 0{,}415$, valori corespunzătoare deformației specifice $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} = 3{,}5$ ‰, relația (14.30) se rescrie sub forma:

$$M_{lim} = 0{,}81 \xi_{lim}\left(1 - 0{,}415 \xi_{lim}\right) f_{cd} b d^2 \qquad (14.31)$$

sau sub forma valorii relative:

$$\mu_{lim} = M_{lim} / f_{cd} b d^2 = \left(0{,}81 - 0{,}336\, \xi_{lim}\right) \xi_{lim} \qquad (14.32)$$

Pe baza relației (14.32), pentru cele mai frecvente tipuri de oțel european, precum și pentru armăturile din oțel românesc PC52 și PC60, în tabelul 14.6 se prezintă valorile coeficientului μ_{lim}.

Eforturile secționale de calcul M_{Ed} și N_{Ed}, cu sensurile pozitive din figura 14.13, se înlocuiesc cu perechea de eforturi N_{Ed} și $M_{Eds} = M_{Ed} - N_{Ed} y_s$ acționând la nivelul centrului de greutate al armăturii întinse A_s.

Valoarea relativă a momentului încovoietor M_{Eds}

$$\mu_s = M_{Eds} / b d^2 f_{cd} \qquad (14.33)$$

se compară cu μ_{lim} și dacă

$$\mu_s \le \mu_{lim} \qquad (14.34)$$

atunci armarea simplă asigură capacitatea portantă, în caz contrar este necesară armarea dublă.

Tabelul 14.6. Coeficientul μ_{lim} pentru diferite tipuri de oțel

Oțel	f_{yd} (N/mm^2)	E_s (N/mm^2)	ε_{yd} (‰)	ξ_{lim}	μ_{lim}
S400	400/1,15 = 348	200000	1,74	0,668	0,391
S500	500/1,15 = 435	200000	2,17	0,617	0,371
PC52	345/1,15 = 300	210000	1,43	0,710	0,405
PC60	405/1,15 = 352	210000	1,68	0,676	0,394

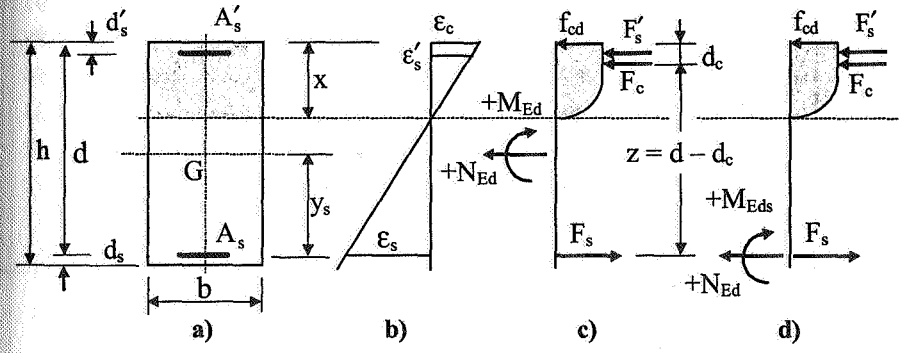


Fig. 14.13. Translația eforturilor secționale

14.4.4.1. Dimensionarea secțiunii dreptunghiulare

Armarea simplă se folosește dacă $\mu_s \le \mu_{lim}$, aria de armătură calculându-se cu una din cele două relații de mai jos:

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}}\left(\frac{M_{Eds}}{z} + N_{Ed}\right) \text{ sau } A_s = \omega_s bd\frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \qquad (14.35a, b)$$

cu $z = \zeta d$. Coeficienții ζ și ω_s se determină din tabelul 14.7 în funcție de μ_s.

Armarea dublă este necesară dacă $\mu_s > \mu_{lim}$; diferența ΔM, dintre momentul încovoietor translatat la nivelul armăturii întinse M_{Eds} și momentul încovoietor capabil al secțiunii simplu armate, se descompune în două forțe situate la distanța $d - d_s'$ dintre cele două armături.

Tabelul 14.7. Coeficienții pentru calculul secțiunilor dreptunghiulare simplu armate supuse la încovoiere cu/fără forță axială (pentru orice tip de armătură)

μ_s	ω_s	ξ	ζ	ε_s (‰)	μ	ω_s	ξ	ζ	ε_s (‰)
0,05	0,051	0,063	0,974	51,67	0,26	0,309	0,382	0,841	5,67
0,06	0,062	0,077	0,968	42,22	0,27	0,324	0,400	0,834	5,25
0,07	0,073	0,090	0,963	35,46	0,28	0,339	0,419	0,826	4,86
0,08	0,084	0,103	0,957	30,40	0,29	0,355	0,438	0,818	4,49
0,10	0,106	0,131	0,946	23,29	0,30	0,371	0,458	0,810	4,15
0,11	0,117	0,145	0,940	20,71	0,31	0,387	0,478	0,801	3,82
0,12	0,128	0,159	0,934	18,55	0,32	0,404	0,499	0,793	3,52
0,13	0,140	0,173	0,928	16,73	0,33	0,421	0,520	0,784	3,23
0,14	0,152	0,188	0,922	15,16	0,34	0,439	0,542	0,774	2,95
0,15	0,164	0,202	0,916	13,80	0,35	0,458	0,565	0,765	2,69
0,16	0,176	0,217	0,910	12,61	0,36	0,477	0,589	0,755	2,44
0,17	0,188	0,232	0,903	11,55	0,37	0,497	0,614	0,745	2,20
0,18	0,201	0,248	0,897	10,62	0,38	0,518	0,640	0,734	1,97
0,19	0,213	0,264	0,890	9,78	0,39	0,540	0,667	0,723	1,75
0,20	0,226	0,280	0,884	9,02	0,40	0,563	0,695	0,711	1,54
0,21	0,239	0,296	0,877	8,33	0,41	0,587	0,725	0,698	1,33
0,22	0,253	0,312	0,870	7,71	0,42	0,613	0,758	0,685	1,12
0,23	0,266	0,329	0,863	7,13	0,43	0,641	0,792	0,670	0,92
0,24	0,280	0,346	0,856	6,60	0,44	0,672	0,830	0,655	0,72
0,25	0,295	0,364	0,849	6,12	0,45	0,706	0,873	0,637	0,51

Ariile de armătură se calculează cu relațiile:

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}}\left(\frac{M_{lim}}{z} + \frac{\Delta M}{d - d_s'} + N_{Ed}\right) \qquad (14.36)$$

$$A_s' = \frac{1}{\sigma_s'}\frac{\Delta M}{d - d_s'} \qquad (14.37)$$

în care: $\Delta M = M_{Eds} - M_{lim}$;

$z = \zeta d$, cu ζ determinat din tabelul 14.7 în funcție de μ_{lim};

$$\sigma_s' = \varepsilon_s' E_s, \text{ cu } \varepsilon_s' = 3{,}5\frac{\xi_{lim} - d_s'/d}{\xi_{lim}} \qquad (14.38)$$

Cele două arii de armătură pot fi calculate și cu relațiile:

$$A_s = \omega_s bd\frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_{Eds}}{f_{yd}} \qquad (14.39)$$

$$A_s' = \omega_s' bd\frac{f_{cd}}{f_{yd}} \qquad (14.40)$$

în care coeficienții ω_s și ω_s' se obțin din tabelele 14.8 și 14.9 în funcție de tipul de oțel, coeficientul μ_s și raportul d_s'/d.

Tabelul 14.8. Coeficienții pentru calculul secțiunilor dreptunghiulare dublu armate supuse la încovoiere cu/fără forță axială; PC52

μ_s	$d_s'/d = 0{,}05$		$d_s'/d = 0{,}10$		$d_s'/d = 0{,}15$		$d_s'/d = 0{,}20$	
	ω_s	ω_s'	ω_s	ω_s'	ω_s	ω_s'	ω_s	ω_s'
0,41	0,494	0,005	0,580	0,005	0,581	0,006	0,581	0,006
0,42	0,504	0,016	0,591	0,017	0,592	0,018	0,594	0,019
0,43	0,515	0,026	0,603	0,028	0,604	0,029	0,606	0,031
0,44	0,525	0,037	0,614	0,039	0,616	0,041	0,619	0,044
0,45	0,536	0,047	0,625	0,050	0,628	0,053	0,631	0,056
0,46	0,546	0,058	0,636	0,061	0,640	0,065	0,644	0,069
0,47	0,557	0,068	0,647	0,072	0,651	0,076	0,656	0,081
0,48	0,568	0,079	0,658	0,083	0,663	0,088	0,669	0,094
0,49	0,578	0,089	0,669	0,094	0,675	0,100	0,681	0,106
0,50	0,589	0,100	0,680	0,105	0,687	0,112	0,694	0,119
0,51	0,599	0,110	0,691	0,117	0,698	0,123	0,706	0,131
0,52	0,610	0,121	0,703	0,128	0,710	0,135	0,719	0,144
0,53	0,620	0,132	0,714	0,139	0,722	0,147	0,731	0,156
0,54	0,631	0,142	0,725	0,150	0,734	0,159	0,744	0,169
0,55	0,641	0,153	0,736	0,161	0,745	0,171	0,756	0,181

Tabelul 14.9. Coeficienții pentru calculul secțiunilor dreptunghiulare dublu armate supuse la încovoiere cu/fără forță axială; S500

μ_s	$d'_s/d = 0{,}05$		$d'_s/d = 0{,}10$		$d'_s/d = 0{,}15$		$d'_s/d = 0{,}20$	
	ω_s	ω'_s	ω_s	ω'_s	ω_s	ω'_s	ω_s	ω'_s
0,38	0,509	0,009	0,509	0,010	0,510	0,010	0,510	0,011
0,39	0,519	0,020	0,520	0,021	0,521	0,022	0,523	0,023
0,40	0,530	0,030	0,531	0,032	0,533	0,034	0,535	0,036
0,41	0,540	0,041	0,542	0,043	0,545	0,046	0,548	0,048
0,42	0,551	0,051	0,554	0,054	0,557	0,057	0,560	0,061
0,43	0,561	0,062	0,565	0,065	0,569	0,069	0,573	0,073
0,44	0,572	0,072	0,576	0,076	0,580	0,081	0,585	0,086
0,45	0,582	0,083	0,587	0,088	0,592	0,093	0,598	0,098
0,46	0,593	0,093	0,598	0,099	0,604	0,104	0,610	0,111
0,47	0,603	0,104	0,609	0,110	0,616	0,116	0,623	0,123
0,48	0,614	0,114	0,620	0,121	0,627	0,128	0,635	0,136
0,49	0,624	0,125	0,631	0,132	0,639	0,140	0,648	0,148
0,50	0,635	0,136	0,642	0,143	0,651	0,151	0,660	0,161
0,51	0,645	0,146	0,654	0,154	0,663	0,163	0,673	0,173
0,52	0,656	0,157	0,665	0,165	0,674	0,175	0,685	0,186
0,53	0,666	0,167	0,676	0,176	0,686	0,187	0,698	0,198
0,54	0,677	0,178	0,687	0,188	0,698	0,199	0,710	0,211
0,55	0,688	0,188	0,698	0,199	0,710	0,210	0,723	0,223

Aplicația numerică 14.9. *Dimensionarea unei secțiuni dreptunghiulare simplu armate supusă la încovoiere*

Se cere calculul armăturii pentru o secțiune dreptunghiulară realizată din beton C20/25 ($f_{ck} = 20$ N/mm^2) și având dimensiunile $b/h/d = 20/55/50$ cm. Pentru armare se folosesc bare din oțel PC52 ($f_{yk} = 345$ N/mm^2). Momentul încovoietor de calcul este $M_{Ed} = 200$kNm.

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{20}{1{,}5} = 13{,}33 \text{ N/mm}^2;\ f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{345}{1{,}15} = 300 \text{ N/mm}^2$$

Valoarea relativă a momentului încovoietor se obține din relația (14.33):

$$\mu_s = \frac{M_{Eds}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{200\cdot 10^6}{200\cdot 500^2\cdot 13{,}33} = 0{,}30$$

Din tabelul 14.6, sau utilizând relația 14.32, se obține $\mu_{lim} = 0{,}405$; se poate folosi armarea simplă, deoarece $\mu_s = 0{,}30 < \mu_{lim} = 0{,}405$.

În funcție de $\mu_s = 0{,}30$, din tabelul 14.7 se obține $\zeta = 0{,}81$ și $\omega_s = 0{,}371$.

Brațul de pârghie este $z = \zeta d = 0{,}81\cdot 500 = 405$ mm.

Aria de armătură se obține din relația (14.35a):

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}}\frac{M_{Ed}}{z} = \frac{1}{300}\frac{200\cdot 10^6}{405} = 1646 \text{ mm}^2 = 16{,}5 \text{ cm}^2 \rightarrow 2\phi 20 + 2\phi 25\ (-2{,}5\%)$$

sau utilizând relația (14.35b):

$$A_s = \omega_s bd\frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0{,}371\cdot 200\cdot 500\frac{13{,}33}{300} = 1648 \text{ mm}^2 = 16{,}5 \text{ cm}^2$$

Aplicația numerică 14.10. *Dimensionarea unei secțiuni dreptunghiulare dublu armate supusă la încovoiere*

Se cere calculul necesarului de armătură pentru o secțiune dreptunghiulară cu dimensiuni de b/h = 30/50 cm, realizată dintr-un beton C20/25 (f_{ck} = 20 N/mm^2) și oțel PC52 (f_{yk} = 345 N/mm^2; E_s = 210000 N/mm^2; ε_{yd} = 1,43 ‰). Eforturile de calcul sunt M_{Ed} = = 300 kNm și $N_{Ed} = -500$ kN (compresiune).

Se presupune $d_s = d'_s = 4{,}5$ cm, rezultând:

$d = 45{,}5$ cm, $d'_s/d = 4{,}5/45{,}5 \cong 0{,}1$, $d - d'_s = 45{,}5 - 4{,}5 = 41$ cm.

$y_s = 25 - 4{,}5 = 20{,}5$ cm – distanța de la centrul de greutate al secțiunii până la A_s

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{20}{1{,}5} = 13{,}33 \text{ N/mm}^2;\ f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{345}{1{,}15} = 300 \text{ N/mm}^2$$

Momentul încovoietor translatat la nivelul armăturii întinse este:

$M_{Eds} = M_{Ed} - N_{Ed}y_s = 300 - (-500)\cdot 0{,}205 = 402{,}5$ kN

pentru care se calculează valoarea relativă:

$$\mu_s = \frac{M_{Eds}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{402{,}5\cdot 10^6}{300\cdot 455^2\cdot 13{,}33} = 0{,}486$$

Cu relația (14.32) sau din tabelul 14.6 se obține $\mu_{lim} = 0{,}405$ și deoarece

$\mu_s = 0{,}486 > \mu_{lim} = 0{,}405$

este necesară dubla armare.

Momentul încovoietor limită, corespunzător valorii $\mu_{lim} = 0{,}405$, este:

$$M_{lim} = \mu_{lim}\, bd^2 f_{cd} = 0{,}405\cdot 300\cdot 455^2\cdot 13{,}33 = 335{,}3\cdot 10^6 \text{ Nmm} = 335{,}3 \text{ kNm}$$

Din tabelul 14.7 pentru $\mu_{lim} = 0{,}405$ se obține $\zeta = 0{,}705$.

Brațul de pârghie este $z = \zeta d = 0{,}705\cdot 455 = 321$ mm.

Deformația specifică în armătura A'_s se obține din relația (14.38) cu $\xi_{lim} = 0{,}71$ (obținut din tabelul 14.6):

$$\varepsilon'_s = 3{,}5\frac{\xi_{lim} - d'_s/d}{\xi_{lim}} = 3{,}5\frac{0{,}71 - 0{,}1}{0{,}71} = 3{,}0 > \varepsilon_{yd} = 1{,}43\,‰ \rightarrow \sigma'_s = f_{yd} = 300 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta M = M_{Eds} - M_{lim} = 402{,}5 - 335{,}3 = 67{,}2 \text{ kNm}$$

Ariile de armătură se calculează cu relațiile (14.36) și (14.37):

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}}\left(\frac{M_{lim}}{z} + \frac{\Delta M}{d - d'_s} + N_{Ed}\right) =$$

$$= \frac{1}{300}\left[\frac{335{,}3\cdot 10^6}{321} + \frac{67{,}2\cdot 10^6}{410} + \left(-500\cdot 10^3\right)\right] = 2362 \text{ mm}^2 = 23{,}6 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = \frac{1}{\sigma'_s}\frac{\Delta M}{d - d'_s} = \frac{1}{300}\frac{67{,}2\cdot 10^6}{410} = 546 \text{ mm}^2 = 5{,}46 \text{ cm}^2$$

Ariile de armătură se pot calcula și cu relațiile (14.39) și (14.40), coeficienții necesari obținându-se din tabelul 14.8:

$$A_s = \omega_s bd\frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} =$$

$$= 0{,}665\cdot 300\cdot 455\frac{13{,}33}{300} + \left(-\frac{500\cdot 10^3}{300}\right) = 2366 \text{ mm}^2 = 23{,}7 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \omega'_s bd\frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0{,}09\cdot 300\cdot 455\frac{13{,}33}{300} = 545 \text{ mm}^2 = 5{,}5 \text{ cm}^2$$

14.4.4.2. Dimensionarea secțiunii T

Calculul de dimensionare se efectuează cu ajutorul tabelului 14.10, nefiind necesară verificarea prealabilă a poziției axei neutre (în placă sau în inimă). Utilizarea tabelului 14.10 se bazează pe eforturile secționale translatate la nivelul armăturii A_s și a coeficientului μ_s obținut din relația (14.33).

Dacă $\mu_s \le \mu_{lim}$ se folosește *armarea simplă*, aria necesară calculându-se din relația:

$$A_s = \omega_s bd\frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \qquad (14.41)$$

în care coeficientul ω_s rezultă din tabelul 14.10 în funcție de μ_s, h_f/d, și b/b_w, indiferent de tipul armăturii folosite.

Armarea dublă este necesară dacă $\mu_s > \mu_{lim}$, caz în care pentru determinarea ariilor de armături se folosesc relațiile:

$$A_s = \left(\omega_{lim} + \frac{\Delta\mu}{1 - d'_s/d}\right)bd\frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \qquad (14.42)$$

$$A'_s = \frac{\Delta\mu}{1 - d'_s/d}bd\frac{f_{cd}}{f_{yd}} \qquad (14.43)$$

unde: $\Delta\mu = \mu_s - \mu_{lim}$;

ω_{lim} și μ_{lim} se obțin din tabelul 14.10 în funcție de h_f/d, b_w/b și tipul oțelului.

Aplicația numerică 14.11. *Dimensionarea unei secțiuni T simplu armată supusă la încovoiere*

Se cere dimensionarea armăturii pentru secțiunea T din figura Apl.14.11, realizată din beton C20/25 ($f_{ck} = 20$ N/mm^2) și PC52 ($f_{yk} = 345$ N/mm^2). Momentul încovoietor de calcul este $M_{Ed} = 1300$kNm. Se presupune $d_s = 5{,}0$ cm, rezultând $d = 100$ cm.

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{20}{1{,}5} = 13{,}33 \text{ N/mm}^2;\quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{345}{1{,}15} = 300 \text{ N/mm}^2$$

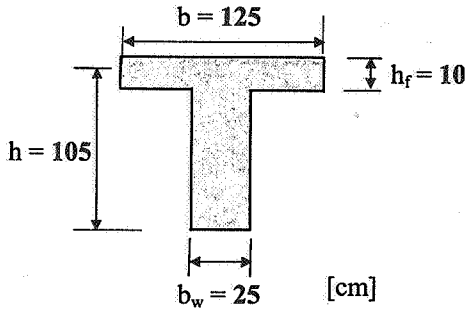


Fig. Apl.14.11.

$h_f/d = 10/100 = 0{,}10$ și $b/b_w = 125/25 = 5$

$$\mu_s = \frac{M_{Eds}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{1300\cdot 10^6}{1250\cdot 1000^2\cdot 13{,}33} = 0{,}078$$

În funcție de rapoartele de mai sus, din tabelul 14.10, pentru armătura PC52 se obține $\mu_{lim} = 0{,}157$; deoarece $\mu_s < \mu_{lim}$ este suficientă armarea simplă.

Din tabelul 14.10, pentru $\mu_s = 0{,}078$ se obține $\omega_s = 0{,}081$, aria de armătură rezultând din relația (14.41):

$$A_s = \omega_s bd\frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0{,}081\cdot 1250\cdot 1000\frac{13{,}33}{300} = 4498 \text{ mm}^2 = 45{,}0 \text{ cm}^2$$

Aplicația numerică 14.12. *Dimensionarea unei secțiuni T dublu armată supusă la încovoiere cu forță axială*

Se cere dimensionarea armăturii pentru secțiunea T din figura Apl.14.12 realizată din beton C20/25 ($f_{ck} = 20$ N/mm^2) și oțel S500 ($f_{yk} = 500$ N/mm^2). Eforturile de calcul sunt $M_{Ed} = 165$ kNm și $N_{Ed} = 125$ kN (întindere).

Tabelul 14.10.

Coeficienții ω_s pentru calculul secțiunilor T

	μ_s	$1000\omega_s$ pentru $h_f/d = 0{,}05$					$1000\omega_s$ pentru $h_f/d = 0{,}10$					$1000\omega_s$ pentru $h_f/d = 0{,}15$				
		$b/b_w =$					$b/b_w =$					$b/b_w =$				
		10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1
	0,02	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
	0,04	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35
	0,06	63	62	62	62	62	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53
	0,08	93	87	85	85	84	84	84	84	84	84	71	71	71	71	71
	0,10		116	110	108	107	106	106	106	106	106	90	90	90	90	90
	0,12			138	133	129	135	131	130	129	129	128	128	128	128	128
	0,14			170	159	152		161	156	154	152	152	152	152	152	152
	0,16				188	176			184	180	176	181	176	176	176	176
	0,18				256	200			219	208	201		210	204	202	201
	0,20					227				239	226			236	231	226
	0,22					253				274	253				261	253
	0,24					281					281					281
	0,26					309					309					309
	0,28					339					339					339
	0,30					371					371					371
	0,32					404					404					404
PC52	$10^3\mu_{lim}$	84	120	168	227	405	126	157	198	250	405	165	192	228	362	405
	$10^3\omega_{lim}$	102	155	225	312	575	147	195	258	337	575	192	235	292	362	575
S500	$10^3\mu_{lim}$	81	113	156	210	371	123	150	187	233	371	162	185	216	255	371
	$10^3\omega_{lim}$	95	140	200	275	500	140	180	233	300	500	185	220	266	324	499

Tabelul 14.10. (continuarea)

	μ_s	$1000\omega_s$ pentru $h_f/d = 0{,}20$					$1000\omega_s$ pentru $h_f/d = 0{,}25$					$1000\omega_s$ pentru $h_f/d = 0{,}30$				
		$b/b_w =$					$b/b_w =$					$b/b_w =$				
		10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1
	0,02	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
	0,04	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35
	0,06	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53
	0,08	71	71	71	71	71	71	71	71	71	71	71	71	71	71	71
	0,10	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90
	0,12	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109
	0,14	129	129	129	129	129	129	129	129	129	129	129	129	129	129	129
	0,16	176	176	176	176	176	150	150	150	150	150	150	150	150	150	150
	0,18	200	200	200	200	200	171	171	171	171	171	171	171	171	171	171
	0,20		228	227	227	226	226	226	226	226	226	192	192	192	192	192
	0,22			257	255	256		253	253	253	253	253	253	253	253	253
	0,24			292	285	281		283	281	281	280	280	280	280	280	280
	0,26				320	309			315	311	309	309	309	309	309	309
	0,28					339				346	339			341	340	339
	0,30					371					371				374	371
	0,32					404					404					404
PC52	$10^3\mu_{lim}$	203	225	255	292	405	237	256	281	312	405	270	285	305	330	405
	$10^3\omega_{lim}$	237	275	325	387	575	282	315	358	412	575	327	355	392	437	575
S500	$10^3\mu_{lim}$	199	218	244	276	371	234	249	270	295	371	267	278	294	313	371
	$10^3\omega_{lim}$	230	260	300	350	499	275	300	333	375	499	320	340	366	400	499

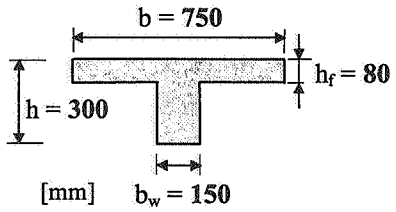


Fig. Apl.14.12.

Se presupune $d_s = d_s' = 5{,}0$,rezultând $d = 25$ cm, respectiv $d_s'/d = 0{,}2$. Distanța de la centrul de greutatea al secțiunii la armătura A_s este $y_s = 12$ cm.

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{20}{1{,}5} = 13{,}33 \text{ N/mm}^2;\ f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1{,}15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

$$h_f/d = 5/25 = 0{,}20 \text{ și } b/b_w = 75/15 = 5.$$

$$M_{Eds} = M_{Ed} - N_{Ed}y_s = 165 - 125\cdot 0{,}12 = 150 \text{ kNm}$$

$$\mu_s = \frac{M_{Eds}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{150\cdot 10^6}{750\cdot 250^2\cdot 13{,}33} = 0{,}24$$

În funcție de rapoartele de mai sus, din tabelul 14.10, pentru armătura S500, se obține $1000\mu_{lim} = 218$. Deoarece $\mu_s > \mu_{lim}$, este necesară armarea dublă.

$\Delta\mu = \mu_s - \mu_{lim} = 0{,}24 - 0{,}218 = 0{,}022$

Ariile de armătură se calculează cu relațiile (14.42) și (14.43), cu $\omega_{lim} = 0{,}260$ (tab. 14.10):

$$A_s = \left(\omega_{lim} + \frac{\Delta\mu}{1 - d_s'/d}\right) bd\frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} =$$

$$= \left(0{,}260 + \frac{0{,}022}{1 - 0{,}2}\right)\cdot 750\cdot 250\frac{13{,}33}{435} + \frac{125\cdot 10^3}{435} = 1939 \text{ mm}^2 = 19{,}39 \text{ cm}^2$$

$$A_s' = \frac{\Delta\mu}{1 - d_s'/d} bd\frac{f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0{,}022}{1 - 0{,}2} 750\cdot 250\frac{13{,}33}{435} = 158 \text{ mm}^2 = 1{,}58 \text{ cm}^2$$

14.4.5. Dimensionarea stâlpilor

14.4.5.1. Stâlpi cu secțiune dreptunghiulară

Compresiune excentrică dreaptă

În mod curent, stâlpii se armează simetric. În cele ce urmează, pentru calcul se folosesc diagramele de interacțiune din figura 14.14 [9].

Determinarea armăturilor $A_s = A_s' = A_{s\,tot}/2$ se face pe baza valorilor:

$$\mu = M_{Ed}/bh^2 f_{cd}$$

$$\nu = N_{Ed}/bhf_{cd}$$

$$d_s/h = d_s'/h$$

Din figura 14.14 se obține coeficientul ω_{tot}, rezultând aria totală de armătură:

$$A_{s\,tot} = \omega_{tot}\, bh\frac{f_{cd}}{f_{yd}} \tag{14.44}$$

Dacă $d_s/d \cong 0{,}1$, pentru un *calcul aproximativ*, coeficientul ω_{tot} se poate obține conform celor de mai jos [137]:

$$\omega_{tot} = \frac{\mu}{\lambda\beta} + \nu \qquad \text{dacă } \nu \geq 0 \tag{14.45a}$$

$$\omega_{tot} = \frac{\mu - 0{,}55\nu\nu_c}{\lambda\beta} \qquad \text{dacă } 0 > \nu \geq -0{,}85 \tag{14.45b}$$

$$\omega_{tot} = \frac{\mu}{\lambda\beta} + \nu_c \qquad \text{dacă } -0{,}85 > \nu \tag{14.45c}$$

unde: $\nu = N_{Ed}/bhf_{cd}$ este pozitiv pentru întindere, respectiv negativ pentru compresiune;

$\nu_c = -0{,}85 - \nu$;

$\lambda = 0{,}50 - d_s/h$;

β - coeficient obținut din figura 14.15.

Aplicația numerică 14.13. *Dimensionarea secțiunii unui stâlp cu procedeul aproximativ*

Se cere calculul armăturii pentru o secțiune de 25×40 cm, realizată din beton C20/25 (f_{ck} = 20 N/mm^2) și oțel S500 (f_{yk} = 500 N/mm^2). Eforturile sunt M_{Ed} = 160kNm și $N_{Ed} = -800$kN (compresiune). Poziția armăturilor se estimează la 4 cm de marginea secțiunii.

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{20}{1{,}5} = 13{,}33 \text{ N/mm}^2;\ f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1{,}15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

$$\mu = M_{Ed}/bh^2 f_{cd} = 160\cdot 10^6/250\cdot 400^2\cdot 13{,}33 = 0{,}30$$

$$\nu = N_{Ed}/bhf_{cd} = -800\cdot 10^3/250\cdot 400\cdot 13{,}33 = -0{,}60$$

$$\nu_c = -0{,}85 - \nu = -0{,}85 - (-0{,}60) = -0{,}25$$

$$\lambda = 0{,}50 - d_s/h = 0{,}50 - 40/400 = 0{,}40$$

Din figura 14.15 se obține $\beta = 0{,}88$ pentru $\nu = -0{,}60$.

Deoarece $0 > \nu = -0{,}60 \geq -0{,}85$ coeficientul ω_{tot} se calculează cu relația (14.45b)

$$\omega_{tot} = \frac{\mu - 0{,}55\nu\nu_c}{\lambda\beta} = \frac{0{,}30 - 0{,}55\cdot(-0{,}60)\cdot(-0{,}25)}{0{,}40\cdot 0{,}88} = 0{,}618$$

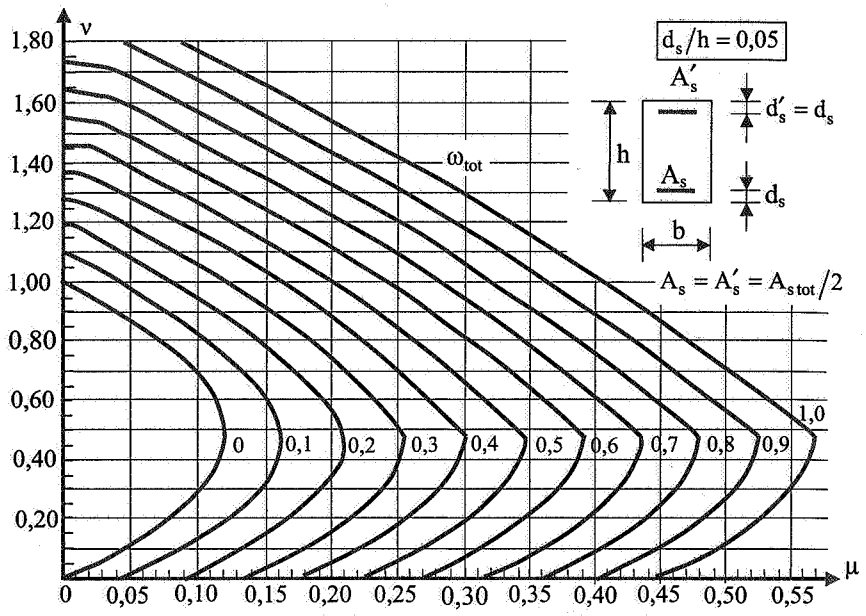


Fig 14.14a. Diagrame pentru calculul stâlpilor; $d_s/h = 0,05$

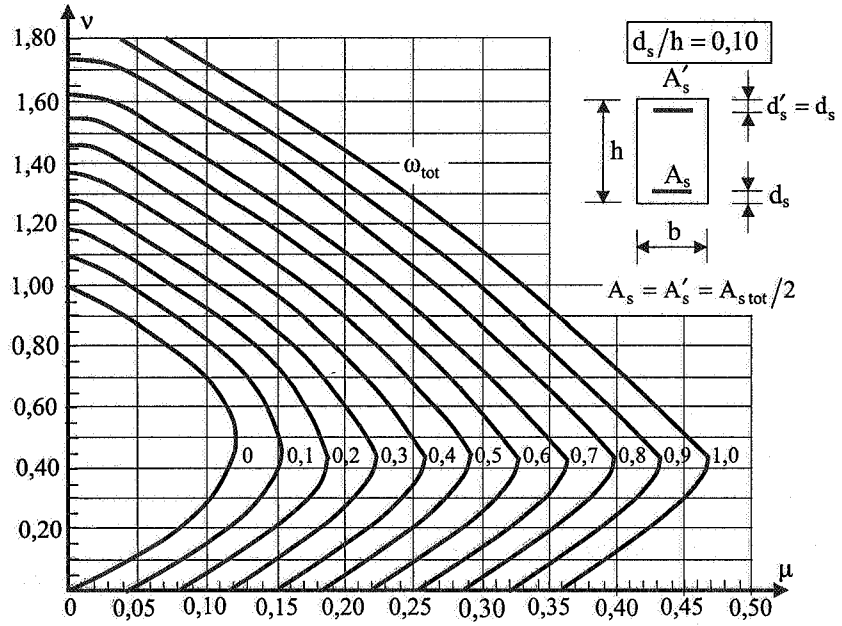


Fig.14.14b. Diagrame pentru calculul stâlpilor; $d_s/h = 0,10$

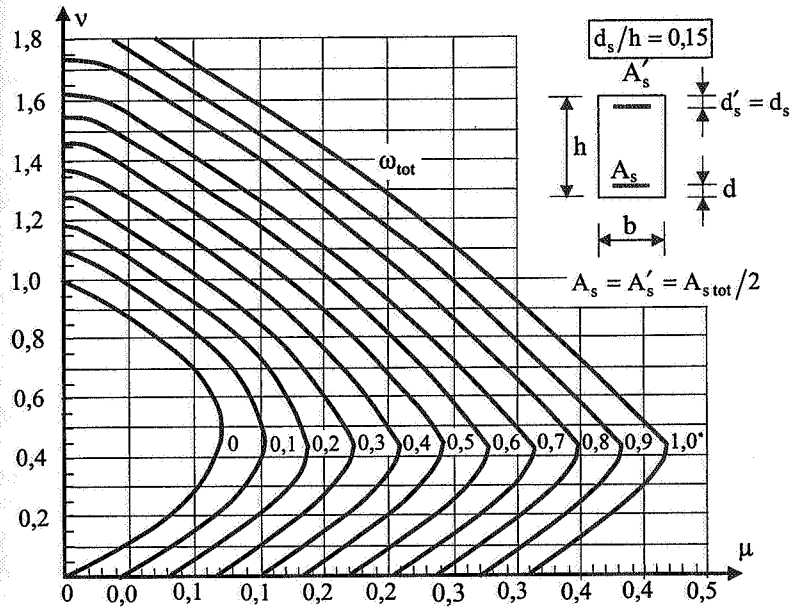


Fig 14.14c. Diagrame pentru calculul stâlpilor; $d_s/h = 0,15$

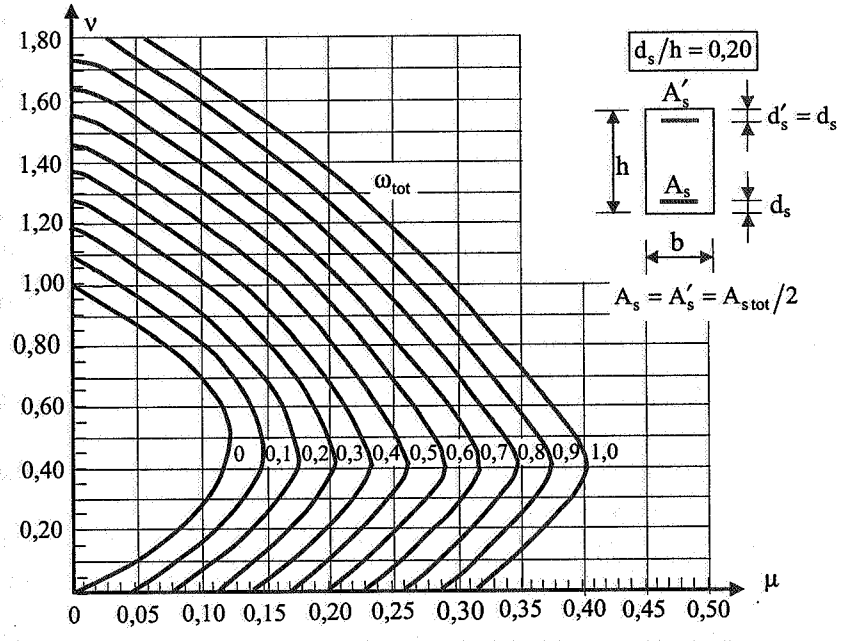


Fig.14.14d. Diagrame pentru calculul stâlpilor; $d_s/h = 0,20$

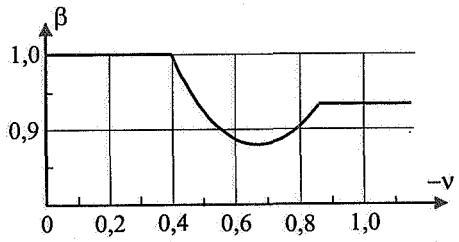


Fig. 14.15. Coeficientul β pentru calculul aproximativ al stâlpilor

$$A_{s\,tot} = \omega_{tot}\, bh \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0{,}618 \cdot 250 \cdot 400 \frac{13{,}33}{435} = 1894\ \text{mm}^2 = 18{,}94\ \text{cm}^2$$

$$A_s = A_s' = A_{s\,tot}/2 = 9{,}47\ \text{cm}^2 \text{ se aleg } 3\phi 20 \rightarrow 9{,}42\ \text{cm}^2$$

Compresiune excentrică oblică

Ca o primă abordare a problemei, se acceptă un calcul separat pe cele două direcții principale ale secțiunii, cu luarea în considerare a imperfecțiunilor numai în direcția în care au cel mai defavorabil efect. În acest caz este necesar să fie satisfăcute condițiile:

$$\lambda_y/\lambda_z \le 2 \text{ sau } \lambda_z/\lambda_y \le 2 \tag{14.46}$$

$$\frac{e_y/h}{e_z/b} \le 0{,}2 \text{ sau } \frac{e_z/b}{e_y/h} \le 0{,}2 \tag{14.47}$$

unde: b și h sunt lățimea, respectiv înălțimea secțiunii transversale;

$\lambda = l_0/i$ – coeficientul de zvelțețe, pentru cele două direcții y, respectiv z ale secțiunii;

l_0 – lungimea efectivă a stâlpului (de flambaj), pentru cele două direcții ale secțiunii;

i – raza de girație pentru cele două direcții ale secțiunii;

$e = M_{Ed}/N_{Ed}$ – excentricitatea pe cele două direcții ale secțiunii.

Dacă cele două condiții nu sunt îndeplinite, este necesar un calcul la compresiune excentrică oblică, în care efectele de ordinul doi trebuie să fie luate în considerare pentru fiecare direcție în parte, în afară de cazul că acestea pot fi neglijate conform punctului 14.3.4.

În absența unei metode detaliate, se poate folosi relația de mai jos pentru verificarea secțiunii:

$$\left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a + \left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}}\right)^a \le 1 \tag{14.48}$$

unde: M_{Edy}, M_{Edz} sunt momentele încovoietoare de calcul pe cele două direcții, inclusiv efectele de ordinul doi;

M_{Rdy}, M_{Rdz} – momentele încovoietoare capabile pe cele două direcții, calculate în ipoteza compresiunii excentrice drepte, sub acțiunea forței axiale de calcul N_{Ed};

Exponentul a se determină din tabelul 14.11 în funcție de valoarea de calcul a forței axiale de compresiune N_{Ed} și de forța axială capabilă la compresiune centrică $N_{Rd} = bhf_{cd} + A_{s\,tot} f_{yd}$.

Tabelul 14.11. Exponentului *a* pentru calculul la compresiune excentrică oblică

N_{Ed}/N_{Rd}	0,1	0,7	1,0
a	1,0	1,5	2,0

De asemenea, se poate utiliza prevederea din normele britanice, care permite ca cele două momente încovoietoare să fie înlocuite cu un moment încovoietor echivalent, după cum urmează [57]:

$$M_y^{ech} = M_y + \beta_N \frac{d_y}{d_z} M_{Edz} \text{ dacă } \frac{M_y}{M_z} \ge \frac{d_y}{d_z}$$

$$M_z^{ech} = M_z + \beta_N \frac{d_z}{d_y} M_{Edy} \text{ dacă } \frac{M_y}{M_z} < \frac{d_y}{d_z}$$

unde: d_y este înălțimea utilă a secțiunii corespunzătoare momentului încovoietor M_{Edy};

d_z – înălțimea utilă a secțiunii corespunzătoare momentului încovoietor M_{Edz};

β_N – coeficient conform tabelului 14.12.

Tabelul 14.12. Coeficientului β_N pentru calculul simplificat la compresiune excentrică oblică

N_{Ed}/bhf_{ck}	0,000	0,125	0,250	0,375	0,500	0,625	≥ 0,750
β_N	1,00	0,88	0,77	0,65	0,53	0,42	0,30

Aplicația numerică 14.14. *Verificarea secțiunii dreptunghiulare supuse la compresiune excentrică oblică*

Se cere verificarea secțiunii din figura Apl.14.14 realizată din beton C25/30 ($f_{ck} = 25$ N/mm^2) și armată cu 8ϕ18 PC52 ($f_{yk} = 345$ N/mm^2; $E_s = 210000$ N/mm^2). Eforturile de calcul sunt $N_{Ed} = 1450$ kN, $M_{Edy} = 220$ kNm și $M_{Edz} = 100$ kNm. Centrul de greutate al barelor se află la distanța de 5 cm de marginea secțiunii.

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0 \frac{25}{1{,}5} = 16{,}66\ \text{N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{345}{1{,}15} = 300\ \text{N/mm}^2;\ \varepsilon_{yd} = 1000 \frac{f_{yd}}{E_s} = 1000 \frac{300}{210000} = 1{,}43‰$$

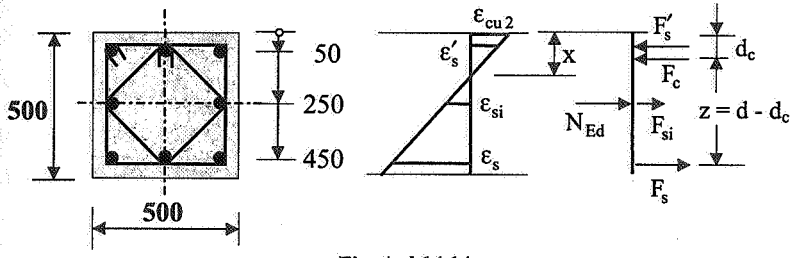


Fig. Apl.14.14.

Pentru utilizarea relației (14.48) este necesar calculul capacităților portante pe cele două direcții ale secțiunii, egale în acest caz.

Se alege $x = 222$ mm, după care se calculează deformațiile specifice ale armăturilor, eforturile unitare și rezultantele din armături:

- armătura inferioară A_s (întinsă)

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu2}\frac{d-x}{x} = 3{,}5\frac{450-222}{222} = 3{,}59\,‰ > 1{,}43\,‰ \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

$$F_s = A_s f_{yd} = 762\cdot 300 = 228{,}6\cdot 10^3\,\text{N} = 228{,}6\,\text{kN}$$

- armătura intermediară A_{si} (întinsă)

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{cu2}\frac{h/2-x}{x} = 3{,}5\frac{250-222}{222} = 0{,}44\,‰ < 1{,}43\,‰$$

$$\sigma_{si} = \varepsilon_{si}E_s = 0{,}00044\cdot 210000 = 927\ \text{N/mm}^2;$$

$$F_{si} = A_{si}\sigma_{si} = 508\cdot 92{,}4 = 46{,}9\cdot 10^3\,\text{N} = 46{,}9\,\text{kN}$$

- armătura superioară A_s' (comprimată)

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_{cu2}\frac{x-d_s'}{x} = 3{,}5\frac{222-50}{222} = 2{,}71\,‰ > 1{,}43\,‰ \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

$$F_s' = A_s' f_{yd} = 762\cdot 300 = 228{,}6\cdot 10^3\,\text{N} = 228{,}6\,\text{kN}$$

Rezultanta compresiunilor în beton, cu $\alpha_f = 0{,}81$ obținut din figura 14.11, este:

$$F_c = bx\left(\alpha_f f_{cd}\right) = 500\cdot 222\cdot(0{,}81\cdot 16{,}66) = 1497{,}9\cdot 10^3\,\text{N} = 1498\,\text{kN},$$

$$N_{Ed} + F_s + F_{si} - F_s' - F_c = 1450 + 228{,}6 + 46{,}9 - 228{,}6 - 1498 \cong 0 \rightarrow x \text{ este ales corect}$$

Momentul încovoietor capabil al secțiunii se obține din ecuația de momente în raport cu armătura A_s, având în vedere:

- poziția forței F_c față de marginea comprimată, calculată cu relația (14.22):

$d_c = \delta_x x = 0{,}415\cdot 222 = 92$ mm, cu $\delta_x = 0{,}415$ din figura 4.11a

- $z = d - d_c = 450 - 92 = 358\ \text{mm} \cong 0{,}36\ \text{m}$
- $d - d_s' = 450 - 50 = 400\ \text{mm} = 0{,}40\ \text{m}$
- $h/2 - d_s = 500/2 - 50 = 200\ \text{mm} = 0{,}20\ \text{m}$

$$M_{Rd} = F_c z + F_s'(d-d_s') - F_{si}(h/2-d_s) - N_{Ed}(h/2-d_s) =$$
$$= 1498\cdot 0{,}36 + 228{,}6\cdot 0{,}40 - 46{,}9\cdot 0{,}20 - 1450\cdot 0{,}20 = 331\,\text{kNm}$$

Având în vedere alcătuirea secțiunii, rezultă $M_{Rdy} = M_{Rdz} = 331$ kNm.

Exponentul a din relația (14.48) se determină în funcție de:

$$N_{Rd} = bhf_{cd} + A_{stot}f_{yd} = 50\cdot 50\cdot 16{,}66 + 2032\cdot 300 = 4774{,}6\cdot 10^3\,\text{N} = 4475\,\text{kN}$$

$$N_{Ed}/N_{Rd} = 1450/4475 = 0{,}303$$

Din tabelul 14.11 rezultă $a = 1{,}1\dot{6}6$, relația de verificare fiind:

$$\left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a + \left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}}\right)^a = \left(\frac{220}{331}\right)^{1{,}166} + \left(\frac{100}{331}\right)^{1{,}166} = 0{,}979 < 1$$

ceea ce indică satisfacerea stării limită ultime.

Aplicația numerică 14.15. *Dimensionarea secțiunii dreptunghiulare supuse la compresiune excentrică oblică*

Se cere dimensionarea unei secțiuni cu dimensiunile de 40×45 cm realizată din beton C25/30 ($f_{ck} = 25$ N/mm^2) și armată cu bare din oțel PC52 ($f_{yk} = 345$ N/mm^2). Eforturile de calcul sunt $M_{Edy} = 100$ kNm, $M_{Edz} = 80$ kNm și $N_{Ed} = 500$ kN. Se admite că centrul de greutate al barelor se află la distanța de 4 cm de marginea secțiunii.

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{25}{1{,}5} = 16{,}66\ \text{N/mm}^2;\ f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{345}{1{,}15} = 300\ \text{N/mm}^2$$

Se estimează că procentul total de armare este de 1% ($\rho_{tot} = 0{,}01$), ceea ce permite aproximarea forței axiale capabile la compresiune centrică:

$$N_{Rd} = bhf_{cd} + A_{stot}f_{yd} = bh\left(f_{cd} + \frac{\rho_{tot}}{100}f_{yd}\right) =$$
$$= 400\cdot 450\cdot(16{,}66 + 0{,}01\cdot 300) = 3538{,}8\cdot 10^3\,\text{N} = 3538{,}8\,\text{kN}$$

În funcție de $N_{Ed}/N_{Rd} = 500/3538{,}8 = 0{,}14$ din tabelul 14.11 rezultă $a = 1{,}033$.

Dimensionarea directă a armăturilor este posibilă dacă se stabilește o legătură între capacitățile portante de pe cele două direcții ale secțiunii, cum ar fi condiția:

$$\frac{M_{Rdy}}{M_{Rdz}} = \frac{M_{Edy}}{M_{Edz}}$$

care indică același raport între capacitățile portante ca și între momentele încovoietoare.

Având în vedere relația (14.48) se ajunge la condiția:

$$\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}} = \frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}} \le \sqrt[a]{0{,}5}$$

Armătura trebuie astfel dimensionată încât să confere secțiunii, cel puțin, următoarele capacități portante pe cele două direcții:

$M_{Rdy} = M_{Edy}/\sqrt[a]{0{,}5}$, respectiv $M_{Rdz} = M_{Edz}/\sqrt[a]{0{,}5}$

Armătura pentru direcția y se dimensionează la N_{Ed} și M_{Rdy}, iar armătura pentru direcția z se calculează la N_{Ed} și M_{Rdz}.

În cele ce urmează se alege $\sqrt[a]{0{,}45}$ și având în vedere valoarea exponentului a, rezultă:

$$M_{Rdy} = 100/\sqrt[1{,}033]{0{,}45} = 216{,}6\,\text{kNm}$$

$$M_{Rdy} = 80/\sqrt[1,033]{0,45} = 173,3 \text{ kNm}$$

Dimensionarea armăturilor se face cu ajutorul diagramelor din figura 14.14, pentru fiecare direcție în parte:

$$\nu = \frac{N_{Ed}}{bhf_{cd}} = \frac{500000}{400 \cdot 450 \cdot 16,66} = 0,167$$

$\mu_y = \frac{M_{Rdy}}{bh^2 f_{cd}} =$	$\mu_z = \frac{M_{Rdz}}{hb^2 f_{cd}} =$
$= \frac{216,6 \cdot 10^6}{400 \cdot 450^2 \cdot 16,66} = 0,161$	$= \frac{173,3 \cdot 10^6}{450 \cdot 400^2 \cdot 16,66} = 0,144$
$d_s/h = 40/450 \cong 0,09$	$d_s/b = 40/400 = 0,10$
$\omega_{ytot} = 0,203$; $A_{sytot} = \omega_y bh \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$	$\omega_{ztot} = 0,180$; $A_{sztot} = \omega_z bh \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$
$A_{sytot} = 0,203 \cdot 400 \cdot 450 \frac{16,66}{300} = 2029 \text{ mm}^2$	$A_{sztot} = 0,18 \cdot 400 \cdot 450 \frac{16,66}{300} = 1799 \text{ mm}^2$
$A_{sy} = A'_{sy} = A_{sytot}/2 = 10,15 \text{ cm}^2$	$A_{sz} = A'_{sz} = A_{sztot}/2 = 9,00 \text{ cm}^2$
Se aleg barele:	
4φ18 $\rightarrow$ $A_{sy} = 10,16 \text{ cm}^2$	**2φ18 + 2φ16** $\rightarrow$ $A_{sz} = 9,10 \text{ cm}^2$

Dispunerea armăturilor este prezentată în figura Apl.14.15, procentul total de armare pentru 8φ18 + 4φ16 fiind:

$$\rho_{tot} = A_{stot}/bh = 2836/400 \cdot 450 = 0,0157 \ (1,57\%)$$

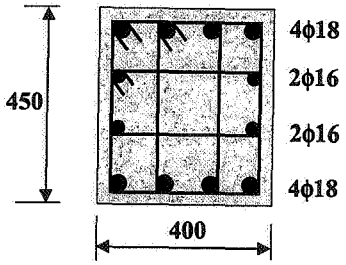


Fig. Apl.14.15.

Recalcularea capacității portante la compresiune axială conduce la:

$$N_{Rd} = 3850 \text{ kN}; \ N_{Ed}/N_{Rd} = 500/3850 = 0,13 \ ; \ a = 1,025$$

Având în vedere valoarea inițială și cea efectivă a exponentului a, se apreciază că nu este necesară reluarea calculelor.

14.4.5.2. Stâlpi cu secțiune circulară

Utilizarea diagramelor de interacțiune din figura 14.16 [9] permite determinarea armăturilor totale A_{stot}. Armătura rezultată din calcul se distribuie uniform pe perimetrul secțiunii, dispunându-se cel puțin șase bare.

Aria totală de armătură rezultă din relația

$$A_{stot} = \omega_{tot} D^2 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \tag{14.49}$$

Coeficientul ω_{tot} se obține din figura 14.16 în funcție de d_s/D, respectiv:

$$\mu = M_{Ed}/D^3 f_{cd} \ , \qquad \nu = N_{Ed}/D^2 f_{cd}$$

Pentru $0,15 \le \omega_{tot} \le 1,0$ se poate efectua o evaluare aproximativă a armăturii, bazată pe utilizarea diagramei din figura 14.17 [137]:

$$A_{stot} = \omega_{tot} A_c \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \tag{14.50}$$

unde: $\omega_{tot} = \beta_1 \mu + \beta_2$

$\mu = M_{Ed}/A_c D f_{cd}$

$A_c = \pi D^2/4$

Coeficienții β_1 și β_2 se obțin din figura 14.17 în funcție de $\nu = N_{Ed}/A_c f_{cd}$.

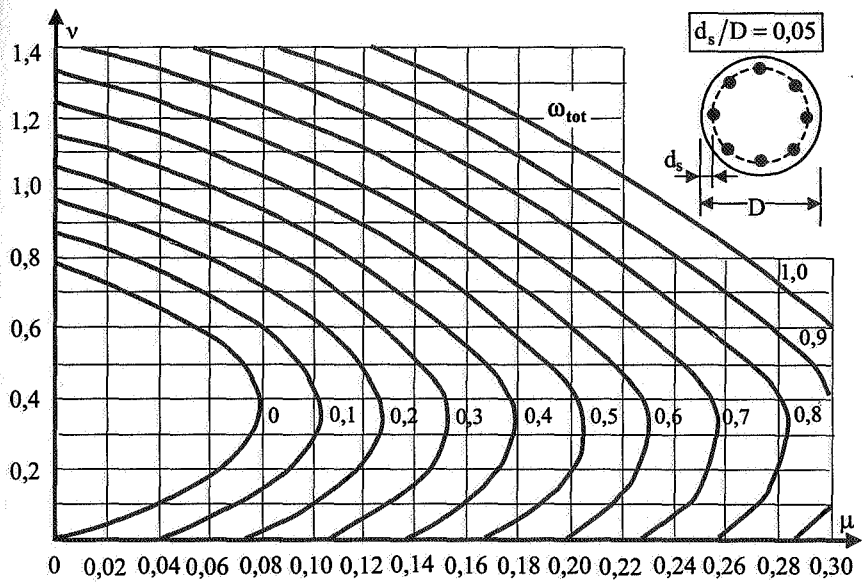


Fig. 14.16a. Diagrame pentru calculul stâlpilor cu secțiune circulară; $d_s/D = 0,05$

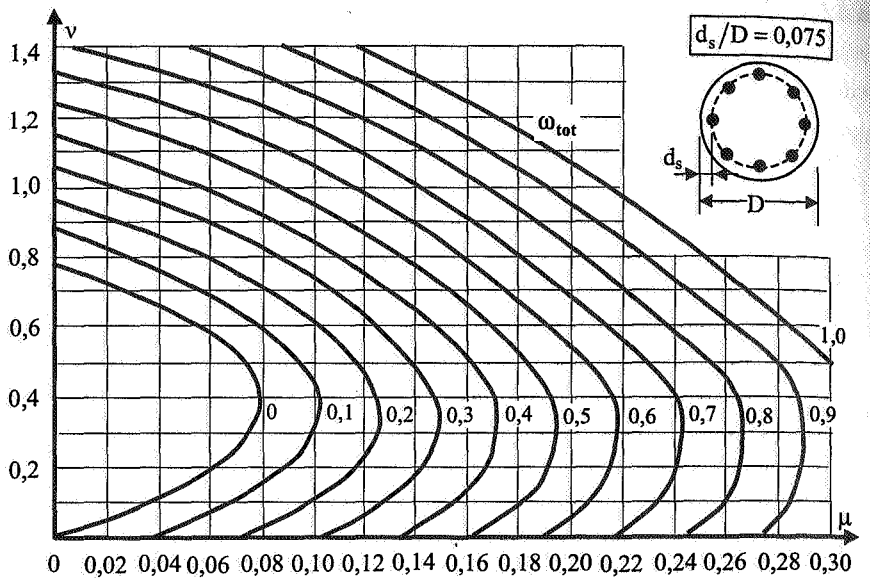


Fig. 14.16b. Diagrame pentru calculul stâlpilor cu secţiune circulară; $d_s/D = 0,075$

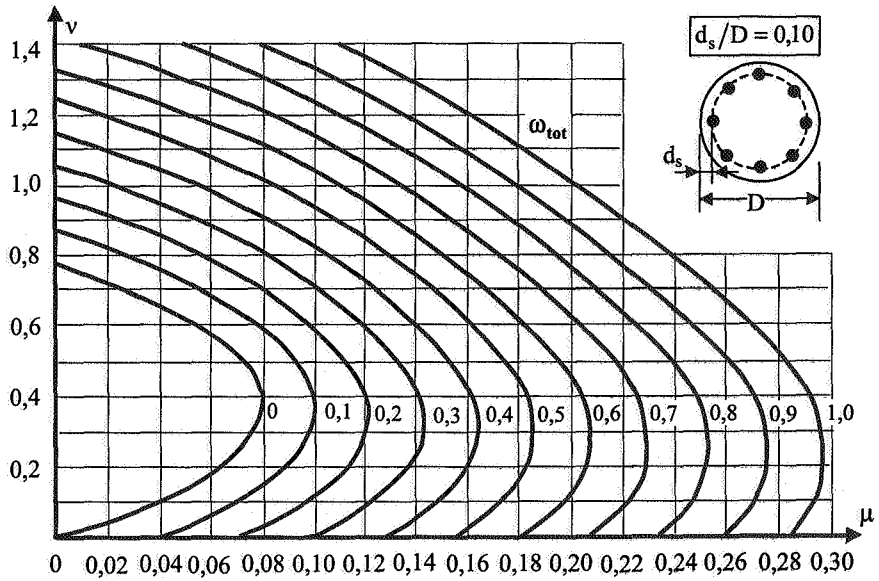


Fig. 14.16c. Diagrame pentru calculul stâlpilor cu secţiune circulară; $d_s/D = 0,10$

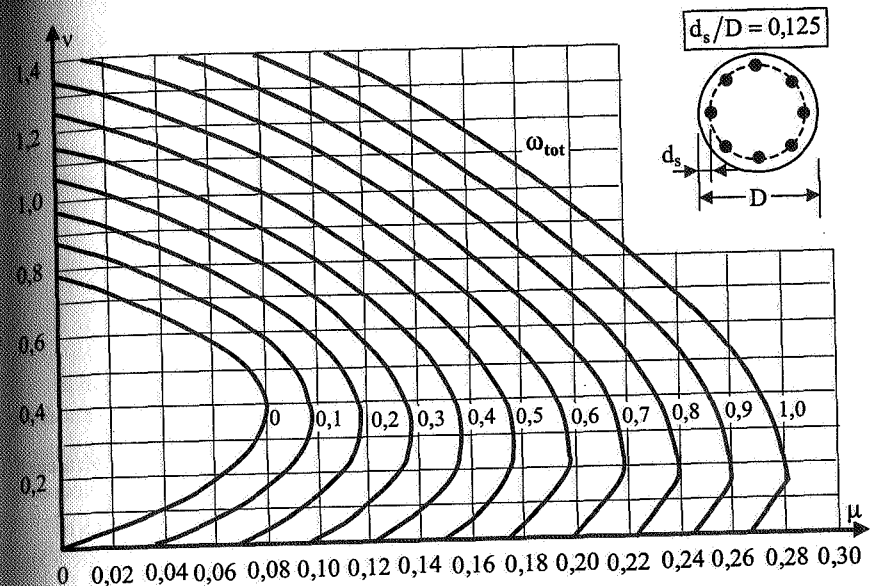


Fig. 14.16d. Diagrame pentru calculul stâlpilor cu secţiune circulară; $d_s/D = 0,125$

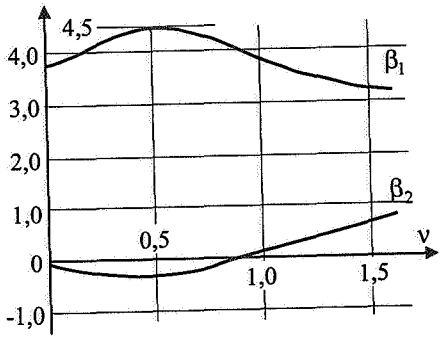


Fig. 14.17. Coeficientul β pentru calculul aproximativ al stâlpilor cu secţiune circulară

Aplicaţia numerică 14.16. *Dimensionarea secţiunii circulare supuse la compresiune excentrică*

Se cere dimensionarea unei secţiuni circulare cu diametrul de 40 cm realizată din beton C20/35 (f_{ck} = 20 N/mm^2) şi armătură PC52 (f_{yk} = 345 N/mm^2). Eforturile de calcul sunt M_{Ed} = 160 kNm şi N_{Ed} = 800 kN. Se presupune că centrul de greutate al barelor se află la 4 cm de marginea secţiunii. Aria secţiunii circulare este A_c = 0,126 m^2.

$$f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0\frac{20}{1,5} = 13,33 \text{ N/mm}^2;\quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{345}{1,15} = 300 \text{ N/mm}^2$$

Calculul armăturii cu ajutorul diagramei de interacțiune (fig. 14.16)

$$\mu = M_{Ed}/D^3 f_{cd} = 160 \cdot 10^6/400^3 \cdot 13{,}33 = 0{,}188$$

$$\nu = N_{Ed}/D^2 f_{cd} = 800 \cdot 10^3/400^2 \cdot 13{,}33 = 0{,}375$$

$$d_s/D = 40/400 = 0{,}10$$

Din figura 14.16 se obține $\omega_{tot} = 0{,}545$, cantitatea totală de armătură fiind:

$$A_{s\,tot} = \omega_{tot} D^2 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0{,}545 \cdot 400^2 \frac{13{,}33}{300} = 3875 \text{ mm}^2 = 38{,}75 \text{ cm}^2$$

Calculul aproximativ al armăturii (fig. 14.17)

$$\mu = M_{Ed}/A_c D f_{cd} = 160 \cdot 10^6/126000 \cdot 400 \cdot 13{,}33 = 0{,}24$$

$$\nu = N_{Ed}/A_c f_{cd} = 800 \cdot 10^3/126000 \cdot 400 \cdot 13{,}33 = 0{,}19$$

Din figura 14.16 se obțin coeficienții $\beta_1 = 4{,}38$ și $\beta_2 = -0{,}33$, cu care se calculează coeficientul:

$$\omega_{tot} = \beta_1 \mu + \beta_2 = 4{,}38 \cdot 0{,}24 - 0{,}33 = 0{,}71$$

Cantitatea totală de armătură este:

$$A_{s\,tot} = \omega_{tot} A_c \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0{,}71 \cdot 126000 \frac{13{,}33}{300} = 3975 \text{ mm}^2 = 39{,}75 \text{ cm}^2$$

Diferența între cele două rezultate este mai mică decât 3 %.

14.5. FORȚA TĂIETOARE

14.5.1. Principii de calcul

Calculul la forță tăietoare poate fi condus pe un model simplificat, conceput de Mörsch și anume o grindă cu zăbrele ce corespunde stării de tensiune rezultată din analiza elastică (fig. 14.18 și 14.21b).

Pentru apropierea de elementul real din beton armat, care se armează cu o succesiune de etrieri plasați la distanțe relativ reduse, modelul Mörsch inițial se înlocuiește cu o grindă cu zăbrele cu diagonale dese (fig. 14.21a).

Calculul la forță tăietoare la starea limită de rezistență se bazează pe următoarele trei valori de calcul:

$V_{Rd,c}$ – forța tăietoare capabilă a elementului fără armătură pentru preluarea forței tăietoare;

$V_{Rd,s}$ – forța tăietoare capabilă a armăturilor transversale, etrieri și eventual armături înclinate, atinsă prin curgerea acestora;

$V_{Rd,max}$ – forța tăietoare capabilă maximă a elementului, corespunzătoare zdrobirii betonului comprimat din diagonale.

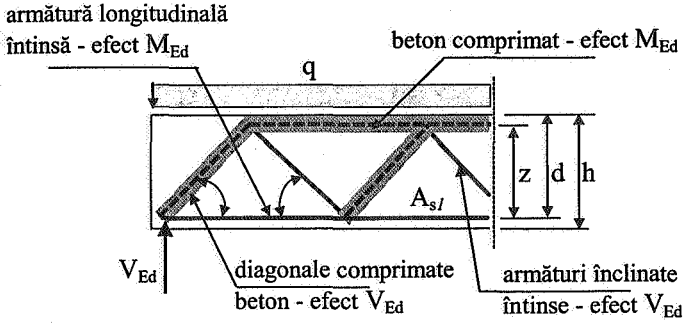


Fig. 14.18. Modelul grinzii cu zăbrele

În modelul de calcul adoptat, verificarea forței tăietoare capabile a unui element cu armătură transversală V_{Rd} se bazează în principal pe verificarea capacității portante a armăturilor de tăiere $V_{Rd,s}$, însoțită obligatoriu de verificarea necesară evitării zdrobirii betonului comprimat din diagonale prin atingerea $V_{Rd,max}$.

În cazul unui element cu înălțime variabilă, apar următoarele componente (fig. 14.19), care modifică forța tăietoare de calcul rezultată din analiza statică, V_{Ed}:

V_{ccd} – componenta forței de compresiune din beton, paralelă cu V_{Ed}, dacă fibra comprimată este înclinată;

V_{sd} – componenta forței din armătura întinsă, paralelă cu V_{Ed}, dacă fibra întinsă este înclinată.

Forța tăietoare capabilă a elementului cu armătură de tăiere V_{Rd} se determină cu relația de mai jos, dacă înălțimea secțiunii transversale crește în aceeași direcție cu momentul încovoietor:

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} + V_{ccd} + V_{sd} \qquad (14.51)$$

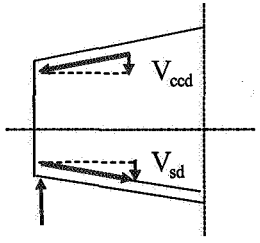


Fig. 14.19. Corecția forței tăietoare la elementele cu secțiune variabilă

Dacă $V_{Ed} \le V_{Rd,c}$, nu este necesar calculul armăturilor transversale; dacă $V_{Ed} > V_{Rd,c}$, se calculează armătura pentru preluarea forței tăietoare de calcul, astfel încât să fie îndeplinită condiția $V_{Ed} \le V_{Rd}$.

Forța tăietoare corectată la elementele cu secțiune variabilă trebuie să corespundă condiției:

$$V_{Ed} - V_{ccd} - V_{sd} \le V_{Rd,max}$$

14.5.2. Elemente care nu necesită calculul armăturii pentru preluarea forței tăietoare

Calculul armăturii de tăiere nu este necesar, dacă este respectată condiția:

$$V_{Ed} \le V_{Rd,c} \tag{14.52}$$

Forța tăietoare capabilă a elementului fără armătură transversală specifică $V_{Rd,c}$ se determină cu relația:

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c}\, k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \tag{14.53}$$

dar având cel puțin valoarea:

$$V_{Rd,c} = (v_{min} + k_1 \sigma_{cp})\, b_w d \tag{14.54}$$

unde: f_{ck} este rezistența caracteristică la compresiune, N/mm^2;

$k = 1 + \sqrt{\dfrac{200}{d}} \le 2{,}0$ în care înălțimea utilă d este dată în mm;

$\rho_l = \dfrac{A_{sl}}{b_w d} \le 0{,}02$ – coeficientul de armare longitudinală;

A_{sl} – aria armăturii longitudinale întinse; A_{sl} trebuie să depășească secțiunea de calcul considerată I-I cu o lungime de cel puțin $d + l_{bd}$ (fig. 14.20);

l_{bd} – lungimea de ancorare a armăturii longitudinale;

b_w – lățimea minimă a secțiunii în zona întinsă, în mm;

$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c < 0{,}2 f_{cd}$ – efortul unitar mediu sub efectul forței axiale N_{Ed}, pozitivă pentru compresiune:

A_c – aria secțiunii transversale de beton, în mm^2;

$C_{Rd,c}$, v_{min} și k_1 sunt date în anexele naționale, valorile recomandate fiind:

$$C_{Rd,c} = 0{,}18/\gamma_c \tag{14.55}$$

$$v_{min} = 0{,}035\, k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \tag{14.56}$$

$$k_1 = 0{,}15 \tag{14.57}$$

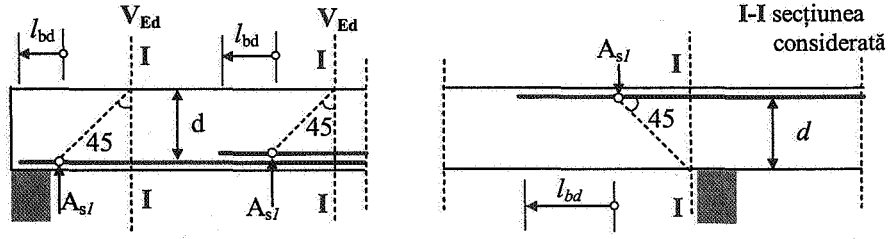


Fig. 14.20. Definirea ariei de armătură A_{sl}

La elementele cu încărcări concentrate aplicate la distanța $0{,}5d \le a_v \le 2d$ de la marginea reazemului aportul acestora în calculul forței tăietoare V_{Ed} se ia în considerare cu o valoare redusă prin $\beta = a_v/2d$. Această reducere se bazează pe faptul că datorită efectului de boltă, încărcarea ce acționează pe o lungime $a_v \le 2d$ se descarcă direct pe reazem printr-o diagonală comprimată de beton. De acest fapt se poate ține seama în relația (14.53), având ca efect creșterea forței tăietoare capabile, conform relației de mai jos:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c}\, k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} \left(\frac{2d}{a_v} \right) + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d \tag{14.57a}$$

Relația (14.57a) este valabilă doar dacă încărcarea este aplicată la partea superioară a elementului, cu armătura longitudinală ancorată suficient de la fața reazemului. Dacă $a_v \le 0{,}5d$, în calcul se ia $a_v = 0{,}5d$.

Forța tăietoare de calcul V_{Ed}, determinată fără reducerea pe porțiunea a_v, trebuie să satisfacă relația:

$$V_{Ed} \le 0{,}5 b_w\, d\, v\, f_{cd} \tag{14.58}$$

unde v este factorul de reducere a rezistenței, care ține seama de fisurarea betonului datorită tăierii, având valoarea recomandată:

$$v = 0{,}6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \tag{14.59}$$

Cantitatea minimă de armătură de tăiere este stabilită de condiția:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s b_w \sin\alpha} \ge \rho_{w,min} \tag{14.60}$$

unde: ρ_w este coeficientul de armare transversală;

A_{sw} – aria armăturii de tăiere dispusă la distanța s (fig. 14.21a).

Coeficientul minim de armare transversală, $\rho_{w,min}$, trebuie specificat în anexele naționale; se recomandă valoarea:

$$\rho_{w,min} = (0{,}08 \sqrt{f_{ck}})/f_{yk} \tag{14.61}$$

Distanța dintre etrieri în lungul elementului se recomandă să fie cel mult:

$$s_{l\,max} = 0{,}75 d (1 + \operatorname{ctg}\alpha) \tag{14.62}$$

Într-o secțiune transversală, se recomandă ca distanța dintre brațele verticale ale etrierilor să fie mai mică decât:

$$s_{t\,max} = 0{,}75 d \le 600\ \text{mm} \tag{14.63}$$

Dacă se utilizează și bare înclinate, distanța maximă dintre acestea se recomandă să fie:

$$s_{b\,max} = 0{,}6 d (1 + \operatorname{ctg}\alpha) \tag{14.64}$$

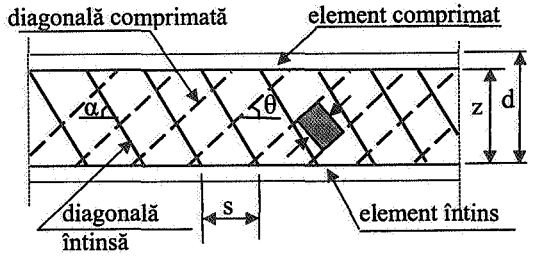
14.5.3. Elemente care necesită calculul armăturii pentru preluarea forței tăietoare

Dacă $V_{Ed} > V_{Rd,c}$, este necesar calculul armăturilor transversale, astfel încât să fie satisfăcută relația:

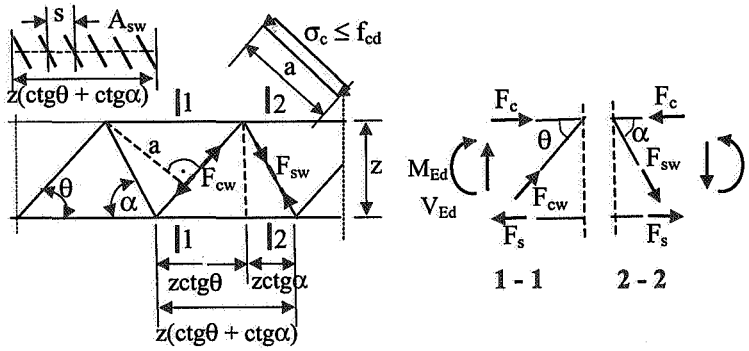
$$V_{Ed} \le V_{Rd} \qquad (14.65)$$

unde V_{Rd} este forța tăietoare capabilă a elementului cu armătură transversală specifică, definită în cele ce urmează.

Calculul modelului de grindă cu zăbrele din figurile 14.18 și 14.21b la starea limită de rezistență se bazează pe ipoteza că ruperea se poate produce fie prin cedarea armăturilor transversale întinse ($V_{Rd} = V_{Rd,s}$), fie prin zdrobirea betonului din diagonalele comprimate ($V_{Rd} = V_{Rd,max}$); pentru asigurarea unei ruperi ductile, este necesar ca $V_{Rd,s} \le V_{Rd,max}$.



a) grinda cu zăbrele cu diagonale dese



b) grinda cu zăbrele Mörsch

Fig. 14.21. Modele de calcul la forță tăietoare

În continuare se utilizează următoarele notații:

α – unghiul dintre armătura de tăiere și axa armăturii longitudinale întinse (considerat pozitiv ca în figurile 14.21 și 14.22b);

θ – unghiul dintre diagonalele comprimate de beton și armătura longitudinală întinsă; valoarea lui θ este limitată conform anexelor naționale; se recomandă:

$$1 \le \operatorname{ctg}\theta \le 2{,}5 \text{, adică } 21{,}8° \le \theta \le 45° \qquad (14.66)$$

a – distanța dintre diagonalele comprimate (figura 14.21b);

F_s – forța de întindere din armătura longitudinală;

F_{sw} – forța de întindere din diagonala reprezentată de armătura de tăiere A_{sw}, în care efortul unitar σ_{sw} poate atinge limita de curgere f_{ywd};

F_{cw} – forța de compresiune din diagonala de beton, în care efortul unitar σ_c poate atinge rezistența de calcul la compresiune f_{cd};

$z \equiv 0{,}9d$ – brațul de pârghie.

Deducerea relațiilor de calcul se bazează pe ecuațiile de echilibru, scrise pentru grinda cu zăbrele din figura 14.21b, în secțiunile 1 – 1 și 2 – 2.

Secțiunea 1 – 1

Ecuația de proiecție pe verticală este:

$$V_{Ed} = F_{cw} \sin\theta$$

unde $F_{cw} = ab_w\sigma_c$ reprezintă rezultanta eforturilor de compresiune pe suprafața ab_w, deci rezultă $V_{Ed} = ab_w\sigma_c \sin\theta$.

Având în vedere lățimea fâșiei comprimate, $a = z(\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha)\sin\theta$, se obține:

$$V_{Ed} = b_w z\sigma_c (\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha)\sin^2\theta = b_w z\sigma_c \frac{(\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha)}{1 + \operatorname{ctg}^2\theta} \qquad (14.67)$$

Secțiunea 2 – 2

Ecuația de proiecție pe verticală este:

$$V_{Ed} = F_{sw} \sin\alpha$$

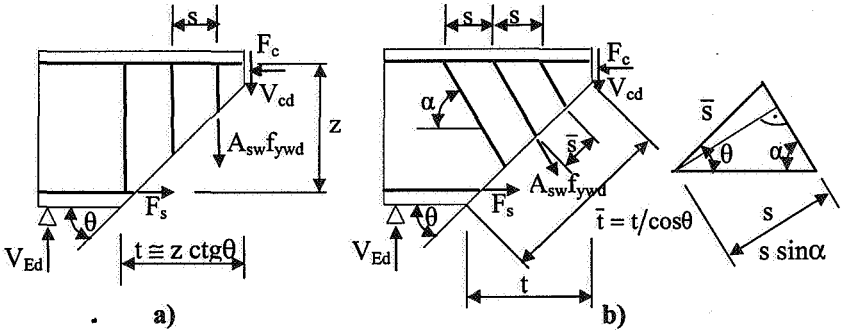


Fig. 14.22. Secțiunea înclinată a grinzii cu armare transversală

Cele n armături de tăiere dispuse la distanța s se iau în considerare prin aria uniform distribuită A_{sw}/s. Rezultanta eforturilor de întindere pentru toate armăturile de pe lungimea $z(\operatorname{ctg}\theta + ctg\alpha)$ este:

$$F_{sw} = \frac{A_{sw}}{s}\sigma_{sw} z(\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha)$$

Ecuația de echilibru devine:

$$V_{Ed} = \frac{A_{sw}}{s} z\,\sigma_{sw}(\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha)\sin\alpha \qquad (14.68)$$

14.5.3.1. Elemente armate cu armături transversale verticale - etrieri

Termenul din dreapta al relației (14.67) reprezintă forța tăietoare capabilă a elementului $V_{Rd,max}$, rezultată din zdrobirea betonului din diagonalele comprimate dacă $\sigma_c = f_{cd}$. Pentru $\alpha = 90°$ și introducând termenii α_{cw} și ν_1, rezultă:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z \nu_1 f_{cd} / (\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{tg}\theta) \tag{14.69}$$

unde: $\alpha_{cw} = 1{,}0$ pentru betonul armat, dacă anexele naționale nu dau altă valoare;
ν_1 – factorul de reducere a rezistenței; valoarea recomandată pentru ν_1 este ν din relația (14.59); dacă $f_{ywd} \le 0{,}8 f_{ywk}$, se ia $\nu_1 = 0{,}6$;

Termenul din dreapta al relației (14.68) reprezintă forța tăietoare capabilă a armăturii transversale $V_{Rd,s}$, atinsă prin curgerea acesteia dacă $\sigma_{sw} = f_{ywd}$; luând $\alpha = 90°$, rezultă:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \operatorname{ctg}\theta \tag{14.70}$$

unde: A_{sw} este aria secțiunii armăturii transversale;
s – distanța dintre etrieri;
f_{ywd} – rezistența de calcul a armăturii transversale; dacă $f_{ywd} \le 0{,}8 f_{ywk}$, în relația (14.70) se ia $f_{ywd} = 0{,}8 f_{ywk}$.

Forța tăietoare capabilă a elementelor armate cu etrieri este valoarea cea mai mică dată de relațiile (14.69) și (14.70). Conform principiilor stărilor limită, exprimată de relația (14.65), trebuie respectate condițiile de mai jos:

$$V_{Ed} \le V_{Rd,max}$$

$$V_{Ed} \le V_{Rd,s}$$

În vederea asigurării unei ruperi ductile (armătura de tăiere să curgă înainte de zdrobirea betonului), secțiunea etrierilor nu va depăși valoarea maximă dată de relația (14.71), care rezultă din condiția $V_{Rd,s} \le V_{Rd,max}$:

$$\frac{A_{sw,max} f_{ywd}}{b_w s} \le 0{,}5 \alpha_{cw} \nu_1 f_{cd} \tag{14.71}$$

La același rezultat, dat de relația (14.70), se ajunge observând din figura 14.22a că forța tăietoare capabilă preluată de n etrieri care străbat fisura înclinată este $V_{Rd,s} = n A_{sw} f_{ywd}$; numărul de etrieri este $n \equiv t/s$, unde $t = z \operatorname{ctg}\theta$; rezultă $n = z \operatorname{ctg}\theta / s$.

14.5.3.2. Elemente armate cu armături transversale înclinate

Forța tăietoare capabilă a elementelor armate cu bare înclinate este cea mai mică valoare dată de relațiile (14.72) și (14.73), rezultate din relațiile (14.67) și (14.68), pentru $\sigma_c = f_{cd}$ și $\sigma_{sw} = f_{ywd}$:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z \nu_1 f_{cd} (\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha) / (1 + \operatorname{ctg}^2\theta) \tag{14.72}$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} z (\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha) \sin\alpha \tag{14.73}$$

Valoarea maximă a ariei secțiunii armăturii transversale este dată de condiția $V_{Rd,s} \le V_{Rd,max}$, pentru a realiza comportarea ductilă:

$$\frac{A_{sw,max} f_{ywd}}{b_w s} \le \frac{0{,}5 \alpha_{cw} \nu_1 f_{cd} \sin\alpha}{1 - \cos\alpha} \tag{14.74}$$

Relația (14.73) se mai poate demonstra pe baza figurii 14.22b, din care se obține numărul de bare înclinate care străbate fisura înclinată:

$$n = \frac{\bar{t}}{\bar{s}} = \frac{t/\cos\theta}{s \sin\alpha / \sin(180 - \theta - \alpha)} = \frac{z \operatorname{ctg}\theta}{s} \cdot \frac{\sin(180 - \theta - \alpha)}{\cos\theta \sin\alpha} = \frac{z}{s} (\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha)$$

Proiecția forței tăietoare capabile a barelor înclinate pe direcția forței tăietoare de calcul este $V_{Rd,s} = n A_{sw} f_{ywd} \sin\alpha$; înlocuind n obținut mai sus, se obține relația (14.73).

14.5.3.3. Elemente cu forțe concentrate aplicate aproape de reazem

La elementele cu încărcări concentrate acționând pe distanța $0{,}5d \le a_v \le 2d$ de la marginea reazemului efectul acestora asupra forței tăietoare se ia în considerare cu valoarea redusă prin $\beta = a_v / 2d$ (fig. 14.23). Forța tăietoare V_{Ed} astfel calculată trebuie să fie:

$$V_{Ed} \le A_{sw} f_{ywd} \sin\alpha \tag{14.75}$$

unde A_{sw} este armătura transversală care intersectează fisura înclinată dintre forța concentrată și reazem, luând în considerare doar cele de pe intervalul $0{,}75 a_v$ (fig. 14.23). Dacă $a_v \le 0{,}5d$, în calcul se ia $a_v = 0{,}5d$.

În același timp, forța tăietoare de calcul V_{Ed}, determinată fără reducerea prin β, trebuie să satisfacă relația (14.58).

Dacă încărcarea este aplicată în partea inferioară a secțiunii, este necesar să fie prevăzută o armătură verticală de suspendare, pentru transmiterea la partea superioară a eforturilor; această armătură se adiționează la cea rezultată pentru preluarea forței tăietoare.

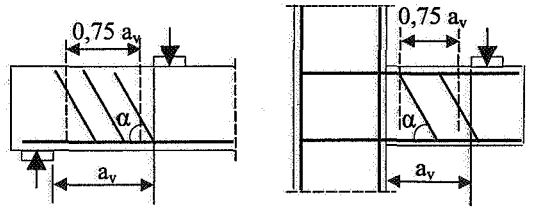


Fig. 14.23. Cazuri speciale de preluare a forței tăietoare

14.5.3.4. Etapele de calcul la forță tăietoare

În general, calculul la forță tăietoare înseamnă verificarea dimensiunilor secțiunii de beton, dedusă din calculul la încovoiere în secțiuni normale și determinarea ariilor de armătură transversală, sau verificarea ariilor alese pe criterii constructive.

Armătura transversală pentru preluarea forței tăietoare se realizează sub formă de etrieri și eventual bare ridicate pe reazem. În cazul în care se utilizează și bare ridicate, este necesar ca etrierii verticali să preia cel puțin 50% din forța tăietoare de calcul.

Unghiul α dintre axa longitudinală și barele înclinate nu poate fi mai mic de 45°.

Etapele de calcul sunt:

- stabilirea diagramei forțelor tăietoare de calcul V_{Ed};
- calculul capacității portante a secțiunii de beton $V_{Rd,c}$ (punctul 14.5.2); dacă $V_{Ed} \le V_{Rd,c}$, armăturile transversale se aleg constructiv;
- în cazul în care $V_{Ed} > V_{Rd,c}$, se calculează capacitatea portantă a diagonalelor comprimate de beton $V_{Rd,max}$ (punctele 14.5.3.1 sau 14.5.3.2) în funcție de tipul de armătură de tăiere utilizată; este necesar să fie respectată condiția $V_{Ed} \le V_{Rd,max}$, în caz contrar se măresc dimensiunile secțiunii de beton;
- se calculează armăturile transversale prin determinarea raportului A_{sw}/s (mm^2/mm), pe baza condiției $V_{Rd,s} \le V_{Rd,max}$; se alege diametrul și distanța dintre bare; se vor respecta și prevederile constructive de la punctul 14.5.2;
- în lungul elementului, raportul A_{sw}/s se alege în concordanță cu diagrama V_{Ed}.

14.5.3.5. Forța de întindere adițională în armătura longitudinală datorită efectului forței tăietoare

Utilizarea grinzii cu zăbrele ca model de calcul la tăiere conduce la o valoare mai mică a efortului de întindere F_s în armătura longitudinală în raport cu situația reală. Este deci necesară aplicarea unei corecții, prin sporirea efortului M_{Ed}/z rezultată din încovoiere cu valoarea ΔF_s.

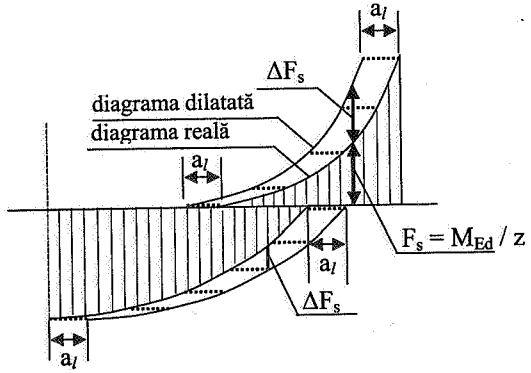


Fig. 14.24. Forța de întindere în urma dilatării diagramei de momente

Forța de întindere adițională din armătura longitudinală este dată de relația:

$$\Delta F_s = 0{,}5 V_{Ed}(\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{ctg}\alpha) \tag{14.76}$$

cu condiția ca:

$$M_{Ed}/z + \Delta F_s \le M_{Ed,max}/z \tag{14.77}$$

Calculul explicit al forței de întindere adiționale nu este necesar dacă diagrama reală de momente încovoietoare se "dilată" în sens defavorabil cu lungimea a_l, ceea ce înseamnă creșterea corespunzătoare a forței de întindere (fig. 14.24). Valoarea a_l se ia cum urmează:

– elemente cu armături de tăiere: $a_l = z(\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{ctg}\alpha)/2$

– elemente fără armături de tăiere: $a_l = d$.

14.5.4. Forfecarea între inima și placa grinzilor în formă de T

La grinzile în formă de T, secțiunea de legătură a inimii cu placa $h_f \Delta l$, transmite un efort de lunecare longitudinal v_{Ed} (fig. 14.25). Acest efort, produs de variația forței normale de compresiune într-o aripă pe lungimea Δl, este dat de relația:

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \cdot \Delta l} \tag{14.78}$$

unde: h_f este grosimea plăcii în secțiunea de îmbinare cu grinda;

ΔF_d – variația forței normale în aripă pe lungimea Δl;

Δl – lungimea considerată (fig. 14.25), care se ia cel mult jumătate din distanța dintre punctul de moment nul și cel de moment maxim; în cazul forțelor concentrate, Δl este cel mult distanța dintre două forțe concentrate.

Variația forței normale ΔF_d este (fig. 14.25b și c):

$\frac{1}{2}\frac{\Delta M}{z}\frac{b_f - b_w}{b_f}$ – dacă placa este în zona comprimată a secțiunii[3];

$\frac{1}{2}\frac{\Delta M}{z}\frac{A_f}{A_s}$ sau $0{,}5 A_f f_{yd}$ – dacă placa este în zona întinsă a secțiunii

unde: A_f este partea din armătura întinsă A_s plasată în aripile secțiunii;

$b_f = b_{ef}$ – lățimea efectivă de calcul a plăcii;

ΔM – variația momentului încovoietor pe lungimea Δl.

Rezistența la forfecare a tălpii și transmiterea efortului de lunecare se pot modela printr-o grindă cu zăbrele orizontală, formată din diagonale comprimate din beton și armăturile transversale orizontale întinse, A_{sf} (fig. 14.25a).

Deducerea relațiilor de calcul se bazează pe ecuațiile de echilibru, scrise în punctul B, pentru o lungime l_m (fig. 14.25d).

Ecuația de proiecție pe direcție longitudinală este:

$$v_{Ed} l_m h_f = F_{cf} \cos\theta_f$$

unde F_{cf} reprezintă rezultanta eforturilor de compresiune σ_c pe suprafața $l_m h_f \sin\theta_f$, deci $F_{cf} = \sigma_c h_f l_m \sin\theta_f$.

[3] Se admite că în cazul $x \ge h_f$, secțiunea comprimată de beton luată în considerare se limitează prin $x = h_f$.

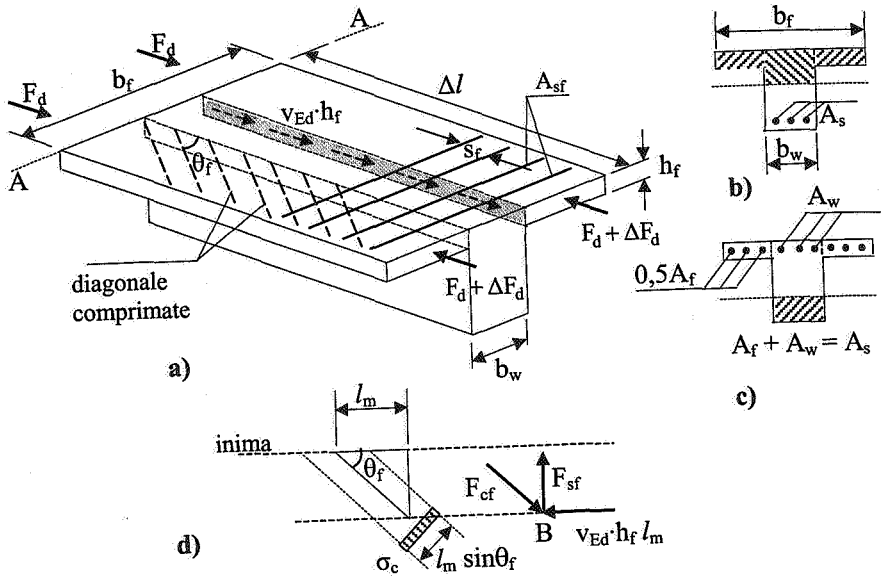


Fig. 14.25. Modelul pentru lunecarea între inimă şi placă

Rezultă:

$$v_{Ed} l_m h_f = \sigma_c h_f l_m \sin\theta_f \cos\theta_f$$
$$v_{Ed} = \sigma_c \sin\theta_f \cos\theta_f \qquad (14.79)$$

Ecuaţia de proiecţie pe direcţie transversală este:

$$F_{sf} = F_{cf} \sin\theta_f = v_{Ed} l_m h_f \frac{\sin\theta_f}{\cos\theta_f}$$

unde F_{sf} este rezultanta eforturilor de întindere din armătura A_{sf}.

Cele n armături de tăiere dispuse la distanţa s_f se iau în considerare prin aria uniform distribuită A_{sf}/s_f. Rezultanta eforturilor de întindere F_{sf} pentru toate armăturile de pe lungimea l_m este:

$$F_{sf} = \frac{A_{sf}}{s_f} \sigma_{sf} l_m$$

Ecuaţia de echilibru devine:

$$v_{Ed} l_m h_f \operatorname{tg}\theta_f = \frac{A_{sf}}{s_f} \sigma_{sf} l_m$$

$$v_{Ed} = \frac{A_{sf}}{s_f h_f} \sigma_{sf} l_m \operatorname{ctg}\theta_f \qquad (14.80)$$

Forţa tăietoare capabilă a elementului poate fi atinsă prin zdrobirea betonului din diagonale sau prin cedarea armăturilor întinse care asigură conexiunea inimă – placă.

Termenul din dreapta al relaţiei (14.79), pentru $\sigma_c = f_{cd}$ reprezintă forţa tăietoare capabilă a elementului, rezultată din zdrobirea betonului din diagonalele comprimate; conform principiilor stărilor limită, trebuie respectată condiţia:

$$v_{Ed} \le \nu_1 f_{cd} \sin\theta_f \cos\theta_f \qquad (14.81)$$

unde ν_1 este factorul de reducere a rezistenţei, definit la punctul 14.5.3.1.

Termenul al doilea din relaţia (14.80), pentru $\sigma_{sf} = f_{yd}$ reprezintă capacitatea portantă a armăturilor de legătură dintre inima grinzii şi placă, atinsă prin curgerea acestor armături. Este necesară respectarea condiţiei:

$$v_{Ed} \le \frac{A_{sf} f_{yd}}{s_f h_f} \operatorname{ctg}\theta_f \qquad (14.82)$$

de unde rezultă că aria armăturii A_{sf} trebuie să corespundă condiţiei:

$$\frac{A_{sf} f_{yd}}{s_f} \ge v_{Ed} h_f \operatorname{tg}\theta_f \qquad (14.83)$$

În cazul în care între placă şi inimă solicitarea este de tăiere combinată cu încovoiere pe direcţia transversală, aria de armătură trebuie să fie cea mai mare valoare dintre cea rezultată din relaţia (14.83) şi suma dintre aria de armătură necesară din încovoiere şi jumătate din aria rezultată din relaţia (14.83).

Dacă $v_{Ed} \le k f_{ctd}$, unde f_{ctd} este rezistenţa de calcul la întindere, nu este necesar calculul armăturii, fiind suficientă armătura rezultată din calculul plăcii la încovoiere; coeficientul k este dat de anexele naţionale, valoarea recomandată fiind $k = 0{,}4$. În caz contrar, armătura transversală A_{sf} se calculează cu relaţia (14.83).

Valoarea recomandată a unghiului θ_f este:

$$45° \ge \theta_f \ge 26{,}5° \quad (1{,}0 \le \operatorname{ctg}\theta_f \le 2{,}0) - \text{pentru aripi comprimate} \qquad (14.84a)$$

$$45° \ge \theta_f \ge 38{,}6° \quad (1{,}0 \le \operatorname{ctg}\theta_f \le 1{,}25) - \text{pentru aripi întinse} \qquad (14.84b)$$

Aplicaţia numerică 14.17. *Dimensionarea etrierilor unei grinzi la forţă tăietoare*

Grinda din beton armat cu înălţimea constantă are caracteristicile secţiunii transversale $b_w/h/d$ = 300/600/545 mm şi armătura longitudinală A_{sl} = 1900 mm^2 (5ϕ22). Materialele sunt: beton C20/25 şi oţel S500 pentru barele longitudinale şi pentru etrieri. Forţa tăietoare de calcul este V_{Ed} = 280 kN, provenită din încărcări uniform distribuite pe grindă.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1{,}5} = 13{,}33\ \text{N/mm}^2;\quad f_{ywd} = \frac{f_{ywk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1{,}15} = 435\ \text{N/mm}^2$$

Se presupune $\theta = 45°$, deci $\operatorname{ctg}\theta = 1{,}0$.

Se calculează forţa tăietoare capabilă a grinzii fără armătură specifică pentru preluarea forţei tăietoare $V_{Rd,c}$, conform relaţiilor (14.53) şi (14.54), punctul 14.5.2:

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c}\, k(100\rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1\sigma_{cp}]\, b_w d =$$
$$= 0{,}12 \cdot 1{,}605 \cdot (100 \cdot 0{,}012 \cdot 20)^{1/3} \cdot 300 \cdot 545 = 90{,}7 \cdot 10^3 \text{ N}$$

dar având cel puțin valoarea:

$$V_{Rd,c} = (v_{min} + 0{,}15\,\sigma_{cp})\, b_w d = 0{,}215 \cdot 300 \cdot 545 = 35 \cdot 10^3 \text{ N}$$

unde: $C_{Rd,c} = \dfrac{0{,}18}{\gamma_c} = \dfrac{0{,}18}{1{,}5} = 0{,}12$ conform relației (14.55);

$k = 1 + \sqrt{200/d} = 1 + \sqrt{200/545} = 1{,}605 < 2{,}0$;

$\rho_l = \dfrac{A_{sl}}{b_w d} = \dfrac{1900}{300 \cdot 545} = 0{,}012 < 0{,}02$;

$\sigma_{cp} = 0$;

$v_{min} = 0{,}035\, k^{3/2} f_{ck}^{1/2} = 0{,}035 \cdot 1{,}605^{3/2} 20^{1/2} = 0{,}215$, relația (14.56).

Deoarece $V_{Rd,c} = 90{,}7 \text{ kN} < V_{Ed} = 280 \text{ kN}$, este necesar calculul etrierilor.

Pentru a verifica dimensiunile secțiunii transversale de beton, se calculează forța tăietoare capabilă maximă atinsă prin zdrobirea betonului comprimat, $V_{Rd,max}$, cu relația (14.69):

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw}\, b_w\, z\, \nu_1\, f_{cd} / (\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{tg}\theta) =$$
$$= 1{,}0 \cdot 300 \cdot (0{,}9 \cdot 545) \cdot 0{,}552 \cdot 13{,}33/(1+1) = 541 \cdot 10^3 \text{ N}$$

unde: $\alpha_{cw} = 1{,}0$ (beton armat);

$z = 0{,}9d = 0{,}9 \cdot 545 = 490 \text{ mm}$;

$\nu = \nu_1 = 0{,}6\left(1 - \dfrac{f_{ck}}{250}\right) = 0{,}6\left(1 - \dfrac{20}{250}\right) = 0{,}552$ din relația (14.59), deoarece

$f_{ywd} = 435 \text{ N/mm}^2 > 0.8 f_{ywk} = 400 \text{ N/mm}^2$.

Condiția $V_{Rd,max} = 541 \text{ kN} > V_{Ed} = 280 \text{ kN}$ este îndeplinită.

Armătura transversală se calculează cu relația (14.70); pentru $V_{Rd,s} = V_{Ed} = 280 \text{ kN}$, rezultă:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{nec} = \frac{V_{Ed}}{z\, f_{ywd} \operatorname{ctg}\theta} = \frac{280 \cdot 10^3}{490 \cdot 435 \cdot 1{,}0} = 1{,}31 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Se aleg etrieri $\phi 10$ cu două brațe de forfecare, rezultând distanța s dintre etrieri:

$s = A_{sw}/(A_{sw}/s)_{nec} = 2 \cdot 78{,}5/1{,}31 = 120 \text{ mm}$; se alege $s = 110 \text{ mm}$.

Etrierii aleși sunt deci **ϕ10/110** mm.

Procentul de armare transversală calculat cu relația (14.60) este:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s b_w \sin\alpha} = \frac{2 \cdot 78{,}5}{110 \cdot 300 \cdot 1} = 4{,}76 \cdot 10^{-3},$$

care se compară cu coeficientul minim de armare la tăiere dat de relația (14.61):

$$\rho_{w,min} = (0{,}08\sqrt{f_{ck}})/f_{yk} = (0{,}08\sqrt{20})/500 = 0{,}7 \cdot 10^{-3}$$

Condiția $\rho_w \geq \rho_{w,min}$ este îndeplinită.

De asemenea, etrierii trebuie să satisfacă relația $\left(\dfrac{A_{sw}}{s}\right)_{ef} \leq \left(\dfrac{A_{sw}}{s}\right)_{max}$ unde cantitatea maximă de etrieri este dată de relația (14.71), scrisă sub forma:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{max} = \frac{\alpha_{cw}\nu f_{cd}}{2 f_{ywd}} b_w = \frac{1{,}0 \cdot 0{,}552 \cdot 13.33}{2 \cdot 435} 300 = 2{,}54 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{ef} = \frac{2 \cdot 78{,}5}{110} = 1{,}43 \text{ mm}^2/\text{mm} < \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{max} = 2{,}54 \text{ mm}^2/\text{mm}.$$

Se verifică de asemenea condițiile privind distanța dintre etrieri s_l și s_t, conform relațiilor (14.62) și (14.63):

– distanța dintre etrieri în lungul elementului:

$s_l = 110 \text{ mm} < s_{l,max} = 0{,}75d(1 + \operatorname{ctg}\alpha) = 0{,}75 \cdot 545 = 400 \text{ mm}$;

– distanța dintre brațele verticale ale etrierilor într-o secțiune transversală:

$s_t = 300 - 2 \cdot 55 = 190 \text{ mm} < s_{t,max} = 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 545 = 400 \text{ mm}$.

14.6. TORSIUNEA

Calculul la torsiune este necesar în cazul în care echilibrul static al structurii depinde de rezistența la torsiune a elementelor sale. În caz contrar, luarea în considerare a torsiunii în starea limită ultimă nu este necesară, iar pentru limitarea fisurării excesive este suficient să se asigure o cantitate minimă de armătură suplimentară, constructivă.

În calculul la torsiune se recurge la modelul secțiunii închise cu pereți subțiri, în care echilibrul este satisfăcut de un flux închis de eforturi unitare tangențiale $\tau_{t,i}$ uniform distribuite pe grosimea unui perete.

Secțiunile pline se modelează prin secțiuni echivalente cu pereți subțiri (fig. 14.27).

Această abordare este justificată de rezultatele experimentale apropiate obținute pe elemente cu secțiuni pline și chesonate supuse la torsiune, care au arătat că doar un strat subțire de pe conturul exterior al elementelor din beton armat participă la preluarea torsiunii.

Dacă secțiunea are formă mai complexă, ea se subdivide în forme simple (dreptunghiuri), apoi acestea se modelează prin secțiuni echivalente cu pereți subțiri. Împărțirea secțiunii trebuie realizată astfel încât să se obțină rigiditatea maximă la torsiune.

Calculul fiecărui element se face separat, după ce momentul de torsiune este distribuit proporțional cu rigiditatea la torsiune a elementelor, determinată în stadiul elastic, nefisurat. Capacitatea portantă la torsiune este în acest caz suma capacităților portante individuale ale elementelor.

Armarea secțiunii supuse la torsiune se realizează cu etrieri și bare longitudinale suplimentare (fig. 14.29).

Secțiunea cu pereți subțiri este caracterizată de următoarele valori (fig. 14.26; 14.27):

A – aria totală a secțiunii transversale, inclusiv aria golurilor interioare dacă acestea există (secțiune chesonată);

u – perimetrul exterior al secțiunii de arie A;

A_k – aria cuprinsă în interiorul liniei mediane a pereților subțiri care formează secțiunea, inclusiv aria golurilor interioare ale secțiunilor cu goluri;

u_k – perimetrul exterior al secțiunii de arie A_k;

$t_{ef} = A/u$ - grosimea efectivă a peretelui secțiunii echivalente și deci a diagonalelor comprimate din beton; valoarea astfel obținută nu poate fi mai mică decât dublul distanței dintre marginea secțiunii și centrul de greutate al armăturii longitudinale, iar în cazul secțiunilor chesonate nu poate depăși grosimea efectivă a peretelui;

z_i – lungimea unei laturi a peretelui, delimitată de distanța dintre punctele de intersecție a pereților adiacenți.

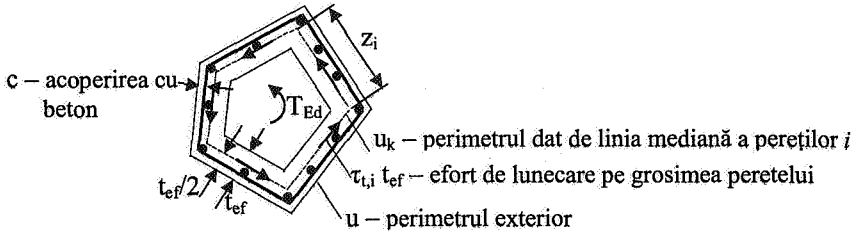


Fig. 14.26. Secțiunea echivalentă de calcul la torsiune

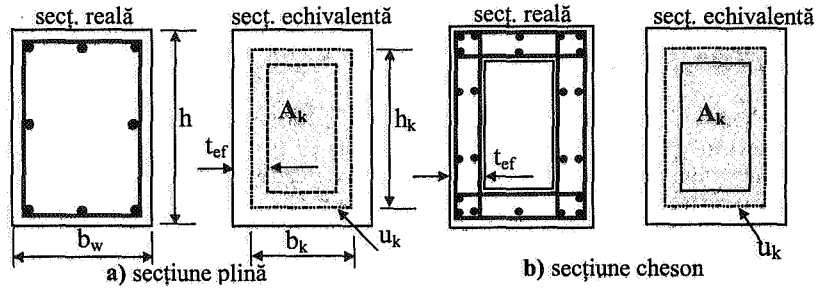


Fig. 14.27. Secțiunea dreptunghiulară supusă la torsiune

Fiecare perete de lungime z_i cuprinde o grindă cu zăbrele plană ca și cea utilizată în calculul la forță tăietoare, astfel încât se creează o fermă spațială tubulară (fig. 14.29). Deoarece distribuția etrierilor este constantă în lungul elementului, diagonalele comprimate au aceeași înclinare în fiecare perete și acțiunea momentului de torsiune poate fi înlocuită cu o forță de lunecare $\tau_{t,i} t_{ef}$ acționând în lungul conturului u_k. Pentru calcul, armăturile longitudinale de torsiune, distribuite în lungul conturului, sunt considerate ca fiind concentrate în colțurile de intersecție a pereților (fig. 14.29).

14.6.1. Calculul armăturilor pentru preluarea torsiunii

În cazul *torsiunii pure*, efortul tangențial din torsiune distribuit pe perimetrul u_k este dat de relația de mai jos[4]:

[4] Relația se poate demonstra pentru secțiunea dreptunghiulară, conform notațiilor din figurile 14.27 și 14.29. Se descompune momentul de torsiune într-o pereche de cupluri acționând pe perimetrul u_k: $(\tau_{t,i}\, b_k)h_k + (\tau_{t,i}\, h_k)b_k = 2A_k\tau_{t,i} = T_{Ed}$, unde $b_k h_k = A_k$.

$$\tau_{t,i}\, t_{ef} = \frac{T_{Ed}}{2A_k}, \text{ în N/mm.} \qquad (14.85)$$

unde T_{Ed} este momentul de torsiune de calcul, determinat din calculul static.

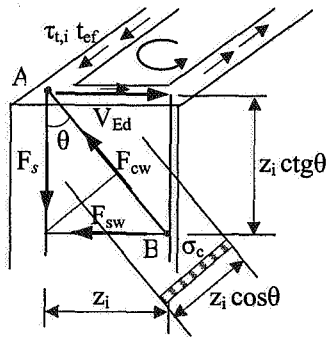


Fig. 14.28. Echilibrul forțelor

Pentru deducerea relațiilor de calcul se scriu ecuațiile de echilibru static dintre eforturile exterioare de calcul și eforturile interioare din elementele grinzii cu zăbrele pentru un perete (fig.14.28):

- echilibrul nodului A:

$$F_{cw}\sin\theta = V_{Ed} \qquad (14.86)$$

$$F_s = F_{cw}\cos\theta = \frac{V_{Ed}}{\sin\theta}\cos\theta$$

$$F_s = V_{Ed}\,\mathrm{ctg}\,\theta \qquad (14.87)$$

- echilibrul nodului B:

$$F_{sw} = F_{cw}\sin\theta = V_{Ed} \qquad (14.88)$$

unde F_s este forța de întindere din armătura longitudinală, F_{sw} forța de întindere din etrieri iar F_{cw} forța de compresiune din diagonala de beton.

Forța tăietoare rezultantă V_{Ed} într-un perete este dată de relația:

$$V_{Ed} = \tau_{t,i}\, t_{ef}\, z_i \qquad (14.89)$$

sau, ținând seama de relația (14.85):

$$V_{Ed} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} z_i \qquad (14.90)$$

Efortul F_s se poate deduce considerând că armătura longitudinală este uniform distribuită pe conturul u_k, adică A_{sl}/u_k; rezultă că într-un perete aria de armătură este $\frac{A_{sl}}{u_k} z_i$ (fig. 14.29).

Când oțelul armăturii longitudinale atinge limita de curgere, rezultanta de întindere F_s este:

$$F_s = \frac{A_{sl}}{u_k} z_i f_{yd} \tag{14.91}$$

Conform principiilor stărilor limită, capacitatea portantă a armăturilor longitudinale trebuie să echilibreze la limită forța tăietoare din torsiune; dacă în relația (14.87) se exprimă V_{Ed} conform relației (14.90) și F_s conform relației (14.91), se obține condiția de verificare la starea limită:

$$\frac{A_{sl} f_{yd}}{u_k} z_i \geq \frac{T_{Ed}}{2A_k} z_i \operatorname{ctg}\theta$$

de unde rezultă:

$$T_{Ed} \leq 2A_k \frac{A_{sl}}{u_k} f_{yd} \operatorname{tg}\theta \tag{14.92}$$

Armătura longitudinală necesară din torsiune rezultă:

$$\frac{A_{sl} f_{yd}}{u_k} \geq \frac{T_{Ed}}{2A_k} \operatorname{ctg}\theta \tag{14.93}$$

În același timp, capacitatea portantă a etrierilor nu poate fi mai mică decât forța tăietoare din torsiune ce îi revine unui perete, deci $V_{Ed} \leq V_{Rd,s}$. Aria etrierilor de torsiune se consideră uniform distribuită A_{sw}/s, pe lungimea $z_i \operatorname{ctg}\theta$ (fig.14.22a). În situația în care oțelul curge, forța rezultantă F_{sw} din etreri devine egală cu $V_{Rd,s}$:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} z_i \operatorname{ctg}\theta \tag{14.94}$$

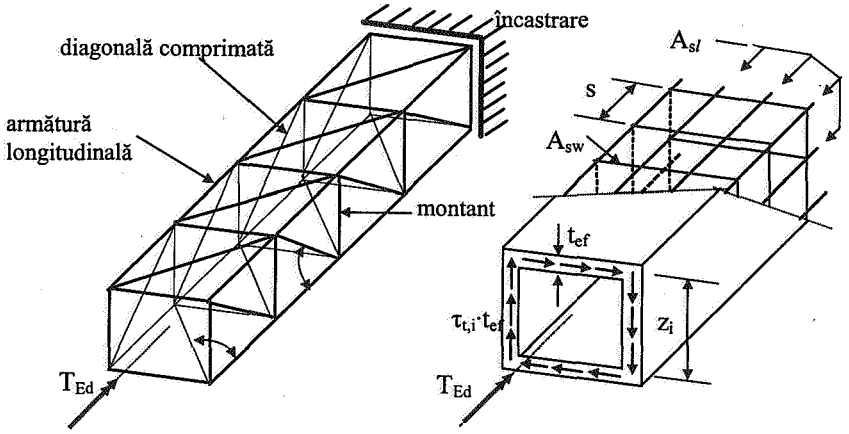


Fig. 14.29. Modelul de calcul la torsiune

Din condiția $V_{Ed} \leq V_{Rd,s}$, în care se exprimă V_{Ed} conform relației (14.90) și $V_{Rd,s}$ conform relației (14.94), se obține relația de verificare:

$$T_{Ed} \leq 2A_k \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} \operatorname{ctg}\theta \tag{14.95}$$

Calculul necesarului de etrieri de torsiune se poate face cu relația (14.95), pusă sub forma:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_T f_{ywd} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} \operatorname{tg}\theta \tag{14.96}$$

14.6.2. Verificarea capacității portante a elementelor supuse la torsiune și tăiere

Pentru structurile simple, în cazul solicitărilor combinate, se poate utiliza o metodă simplificată, în care se consideră separat fiecare solicitare. Ariile de armătură se determină pentru tăiere (pct. 14.5.3.1) și pentru torsiune (pct.14.6.1), urmând apoi să fie adiționate.

Unghiul θ dintre diagonalele comprimate de beton și armătura longitudinală întinsă în cazul acțiunii combinate a forței tăietoare și a momentului de torsiune este limitat conform relației (14.66), adică $1 \leq \operatorname{ctg}\theta \leq 2{,}5$. În același timp, trebuie subliniat că înclinarea diagonalelor comprimate θ pentru torsiune trebuie să fie aceeași cu cea rezultată din calculul la forță tăietoare. Având în vedere această cerință, pentru proiectare se recomandă alegerea valorii $\operatorname{ctg}\theta = 1$, adică $\theta = 45°$.

Diametrul și distanța dintre etrierii ce urmează a se prevedea în element se determină pe baza relației de mai jos, care redă adiționarea etrierilor de tăiere cu cei de torsiune:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right) = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_T + \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_V \tag{14.97}$$

În relația (14.98) se iau în considerare doar etrierii perimetrali.

Armătura longitudinală suplimentară din torsiune se distribuie pe lungimea z_i, dar în cazul secțiunilor de dimensiuni mici, poate fi dispusă concentrat, în colțurile secțiunii.

Armătura longitudinală dispusă din calculul la încovoiere se modifică astfel: în zona întinsă cantitatea de armătură se mărește cu valorile rezultate din calculul la torsiune; în zona comprimată poate fi redusă, în funcție de mărimea forței de compresiune.

Capacitatea portantă maximă a elementelor cu secțiune plină supuse la efectul forței tăietoare și a momentului de torsiune este limitată de cedarea diagonalelor comprimate, conform condiției de mai jos:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1 \tag{14.98}$$

unde: T_{Ed} este momentul de torsiune de calcul;

V_{Ed} – forța tăietoare de calcul;

$T_{Rd,max}$ – momentul de torsiune capabil ce poate fi preluat de secțiune fără a se produce zdrobirea betonului comprimat;

$V_{Rd,max}$ – forța tăietoare capabilă a elementului.

Forța tăietoare capabilă a elementului $V_{Rd,max}$ se determină cu relația (14.69), în care în loc de b_w se introduce t_{ef}.

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} t_{ef} z_i \nu_1 f_{cd} / (\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{tg}\theta) \qquad (14.99)$$

Pentru determinarea momentului de torsiune capabil al elementului $T_{Rd,max}$, se scrie forța de compresiune din beton F_{cw} din ecuația de echilibru (14.86), ținând seama de relația (14.90):

$$F_{cw} = \frac{V_{Ed}}{\sin\theta} = \frac{T_{Ed}}{2A_k \sin\theta} z_i$$

În același timp, în momentul în care betonul se zdrobește, rezultanta eforturilor unitare de compresiune pe suprafața aferentă unei diagonale de beton, $t_{ef} z_i \cos\theta$ (fig. 14.28) este $F_{cw} = \alpha_{cw} \nu_1 f_{cd} t_{ef} z_i \cos\theta$, de unde rezultă:

$$\frac{T_{Ed}}{2A_k \sin\theta} z_i = \alpha_{cw} \nu_1 f_{cd} t_{ef} z_i \cos\theta \quad \text{sau} \quad T_{Ed} = 2\alpha_{cw} \nu_1 f_{cd} A_k t_{ef} \cos\theta \sin\theta$$

La limită $T_{Ed} = T_{Rd,max}$ și rezultă:

$$T_{Rd,max} = 2\alpha_{cw} \nu_1 f_{cd} A_k t_{ef} \cos\theta \sin\theta \qquad (14.100)$$

în care ν_1 și α_{cw} au valorile definite la punctul 14.5.3.1.

În elementele cu secțiunea transversală apropiată de un dreptunghi, se poate dispune doar armătura minimă constructivă, dacă este îndeplinită condiția de mai jos:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \le 1 \qquad (14.101)$$

unde: $T_{Rd,c}$ – momentul de torsiune de fisurare, care se poate determina luând $\tau_{t,i} = f_{ctd}$;

$V_{Rd,c}$ – forța tăietoare capabilă din relația (14.53) sau (14.54).

Aplicația numerică 14.18. *Calculul la torsiune și forță tăietoare al unei grinzi din beton armat cu secțiunea dreptunghiulară*

Se cunosc: dimensiunile secțiunii transversale $b_w/h/d$ = 250/500/450 mm, armătura longitudinală necesară din calculul la încovoiere $A_{sl,nec}$ = 1210 mm^2 pentru care s-au ales 4ϕ20 cu $A_{sl,ef}$ = 1256 mm^2, beton C20/25, oțel S500 atât pentru barele longitudinale, cât și pentru etrieri. Momentul de torsiune este T_{Ed} = 15,0 kNm; forța tăietoare de calcul este V_{Ed} = 120 kN, pentru care din calcul au rezultat etrieri ϕ8/150 mm.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,5} = 13,33 \text{ N/mm}^2; \quad f_{ctd} = \frac{f_{ctk\,0,05}}{\gamma_c} = \frac{1,5}{1,5} = 1,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ywd} = \frac{f_{ywk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

Deoarece secțiunea este dreptunghiulară, se verifică dacă este îndeplinită condiția (14.101).

Se calculează $T_{Rd,c}$ pe baza modulului de rigiditate la torsiune:

$$W_t \cong \frac{b_w^2 h^2}{3h + 1,8 b_w} = \frac{250^2 \cdot 500^2}{3 \cdot 500 + 1,8 \cdot 250} = 8,0 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

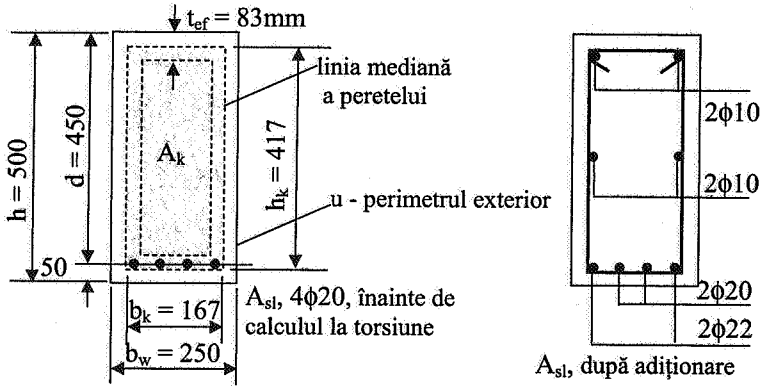


Fig. Apl. 14.18

$$T_{Rd,c} = W_t f_{ctd} = 8,0 \cdot 10^6 \cdot 1,0 = 8,0 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 8,0 \text{ kNm}$$

Se calculează $V_{Rd,c}$ cu relația (14.53):

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + 0,15 \sigma_{cp}] b_w d =$$

$$= 0,12 \cdot 1,67 \cdot (100 \cdot 0,011 \cdot 20)^{1/3} \cdot 250 \cdot 450 = 63,2 \cdot 10^3 \text{ N}$$

dar având cel puțin valoarea:

$$V_{Rd,c} = (\nu_{min} + 0,15 \sigma_{cp}) b_w d = 0,22 \cdot 250 \cdot 450 = 25 \cdot 10^3 \text{ N}$$

unde: $C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12$ conform relației (14.56);

$k = 1 + \sqrt{200/d} = 1 + \sqrt{200/450} = 1,67 < 2,0$;

$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{1256}{250 \cdot 450} = 0,011 < 0,02$;

$\sigma_{cp} = 0$;

$\nu_{min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} = 0,035 \cdot 1,67^{3/2} 20^{1/2} = 0,22$, relația (14.57).

Verificarea condiției (14.101):

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} = \frac{15}{8} + \frac{120}{63.2} = 3,77 > 1$$

În concluzie, deoarece condiția nu este îndeplinită, este necesar calculul armăturii pentru preluarea torsiunii.

Aria totală a secțiunii și perimetrul exterior al acestei arii sunt:

$A = 250 \cdot 500 = 125000 \text{ mm}^2$; $u = 2 \cdot 250 + 2 \cdot 500 = 1500 \text{ mm}$

Grosimea efectivă a peretelui secțiunii echivalente este:

$$t_{ef} = \frac{A}{u} = \frac{125000}{1500} = 83\,\text{mm} < 2 \cdot 50 = 100\,\text{mm}$$ (fig. Apl.14.18)

Caracteristicile geometrice ale ariei A_k sunt:

$$b_k = b - t_{ef} = 250 - 83 = 167\,\text{mm}\,;\; h_k = h - t_{ef} = 500 - 83 = 417\,\text{mm}$$

$$A_k = 167 \cdot 417 = 69.639\,\text{mm}^2\,;\; u_k = 2 \cdot 167 + 2 \cdot 417 = 1168\,\text{mm}$$

Efortul tangențial din torsiune rezultă din relația (14.85):

$$\tau_t\, t_{ef} = \frac{T_{Ed}}{2\,A_k} = \frac{15 \cdot 10^6}{2 \cdot 69639} = 107{,}7\,\text{N/mm}$$

Calculul etrierilor pentru torsiune

Se alege $\theta = 45°$, deci $\operatorname{tg}\theta = 1$, pentru care din relația (14.96) rezultă:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_T f_{ywd} = \frac{T_{Ed}}{2A_k}\operatorname{tg}\theta = 107{,}7\,\text{N/mm}\,,\ \text{deci}$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{T,nec} = \frac{107{,}7}{435} = 0{,}248\,\text{mm}^2/\text{mm}$$

Adiționarea etrierilor pentru torsiune și tăiere

Deoarece torsiunea este însoțită de tăiere, se calculează cantitatea de armătură transversală cumulată cu relația (14.97), ținând seama că aria etrierilor A_{sw} rezultați din calculul la tăiere se consideră pentru un perete al secțiunii echivalente, deci $(A_{sw}/s)_V = (50{,}3/150) =$ $= 0{,}335\,\text{mm}^2/\text{mm}$:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{nec} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_T + \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_V = 0{,}248 + 0{,}335 = 0{,}583\,\text{mm}^2/\text{mm}$$

Se aleg etrieri din bare de $\phi 10$, cu $A_{sw} = 78{,}5\,\text{mm}^2$. Distanța dintre etrieri este:

$$s = \frac{A_{sw}}{(A_{sw}/s)_{nec}} = 78{,}5/0{,}583 = 134\,\text{mm}\,,\ \text{se ia}\ s = 130\,\text{mm}\,.$$

Calculul armăturii longitudinale

Armătura longitudinală suplimentară A_{sl} necesară pentru preluarea momentului de torsiune se calculează cu relația (14.93):

$$A_{sl} = \frac{u_k}{f_{yd}} \cdot \frac{T_{Ed}}{2A_k}\operatorname{ctg}\theta = \frac{1168}{435} \cdot 107{,}7 = 289\,\text{mm}^2$$

Se aleg barele $4\phi 10$ cu $\sum A_{sl} = 314\,\text{mm}^2$, care ar trebui plasate în colțurile secțiunii (fig. Apl.14.18). Barele $2\phi 10$ care ar trebui dispuse în colțurile de jos se adiționează la aria armăturii longitudinale din încovoiere, rezultând $A_{sl,nec} = 1210 + 157 = 1369\,\text{mm}^2$; se modifică armarea în consecință și se aleg barele $2\phi 22 + 2\phi 20$, cu $A_{sl,ef} = 1388\,\text{mm}^2$ (fig. Apl.14.18).

Verificarea respectării condițiilor constructive

Condiții pentru etrieri:

$$s \le u/8 = 1500/8 = 187{,}5\,\text{mm}\,;\; s \le b_w = 250\,\text{mm}\,;$$

$$s \le 0{,}75d(1 + \operatorname{ctg}\alpha) = 0{,}75 \cdot 450 = 337{,}5\,\text{mm}$$

În concluzie, $s_{ef} = 130$ satisface toate condițiile.

Condiția pentru armăturile longitudinale se referă la distanța maximă admisă între bare pe perimetrul interior al etrierilor, egală cu 350 mm.

Grosimea stratului de acoperire cu beton a armăturilor longitudinale fiind de 40 mm, rezultă distanța de $500 - 2 \cdot 40 = 420\,\text{mm} > 350\,\text{mm}$; pentru a reduce distanța dintre bare, se dispun la jumătatea înălțimii secțiunii barele $2\phi 10$.

Verificare condiției de interacțiune tăiere - torsiune

Pentru verificarea condiției (14.98) se calculează momentul de torsiune capabil cu relația (14.100) și forța tăietoare capabilă cu relația (14.69):

$$T_{Rd,max} = 2\nu_1\,\alpha_{cw}\,f_{cd}\,A_k\,t_{ef}\sin\theta\cos\theta =$$

$$= 2 \cdot 0{,}552 \cdot 1{,}0 \cdot (20/1{,}5) \cdot 69639 \cdot 83.3 \cdot 0{,}5 = 42{,}7 \cdot 10^6\,\text{Nmm} = 42{,}7 \cdot 10^6\,\text{kNm}$$

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw}\,b_w\,z\,\nu_1\,f_{cd}}{\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{tg}\theta} = \frac{1{,}0 \cdot 250 \cdot (0{,}9 \cdot 450) \cdot 0{,}552 \cdot 13{,}33}{1+1} = 372 \cdot 10^3\,\text{N} = 372\,\text{kN}$$

unde $\nu = \nu_1 = 0{,}6\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0{,}6\left(1 - \frac{20}{250}\right) = 0{,}552$, din relația (14.59).

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} = \frac{15}{42{,}7} + \frac{120}{372} = 0{,}674 < 1\,,\ \text{condiția este îndeplinită.}$$

14.7. STRĂPUNGEREA

14.7.1. Generalități

Străpungerea apare în cazul plăcilor atunci când pe o arie relativ redusă, denumită *arie încărcată* A_{load}, acționează o forță concentrată. Un model de calcul la străpungere, pentru cazul contactului direct între placă și stâlp, este prezentat în figura 14.30. Situațiile prezentate în continuare se referă în special la cazul încărcărilor uniform distribuite pe placă.

Verificarea la străpungere se face în lungul unor perimetre de control.

Înălțimea utilă a plăcii în mod curent se consideră constantă, fiind egală cu media înălțimilor utile pe cele două direcții, d_y și d_z:

$$d = (d_y + d_z)/2 \qquad (14.102)$$

14.7.2. Perimetrul de bază de control

Perimetrul de bază de control u_1 se consideră la distanța $2{,}0d$ față de aria încărcată și se construiește astfel încât să aibă o lungime minimă (fig. 14.31a).

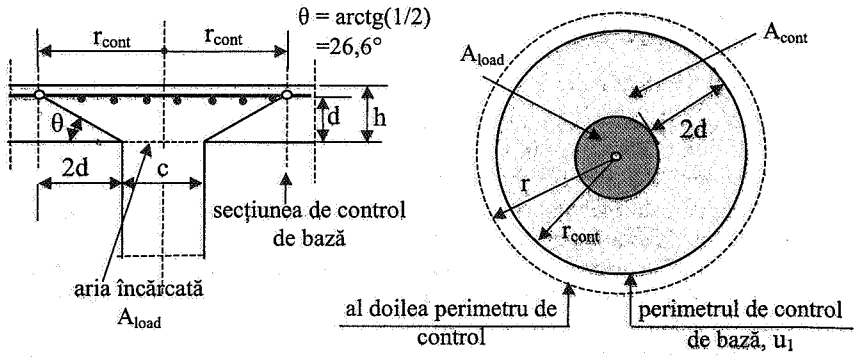


Fig. 14.30. Modelul de calcul pentru străpungere - stâlp fără capitel

În situații în care o forță concentrată este aplicată mai aproape de $2{,}0d$ față de A_{load}, se ia în considerare un perimetru de control la o distanță mai mică decât $2{,}0d$ (perimetrul de control trece prin punctul de aplicație al forței).

Dacă aria încărcată este situată lângă un gol, o parte din perimetrul de control este considerată inactivă, așa cum se arată în figura 14.31b. În cazul în care aria încărcată este situată în apropierea marginii sau în colțul plăcii, perimetrul de control se determină ca în figura 14.32. În aceste situații se prevede o armătură specială la marginea plăcii (fig. 14.32).

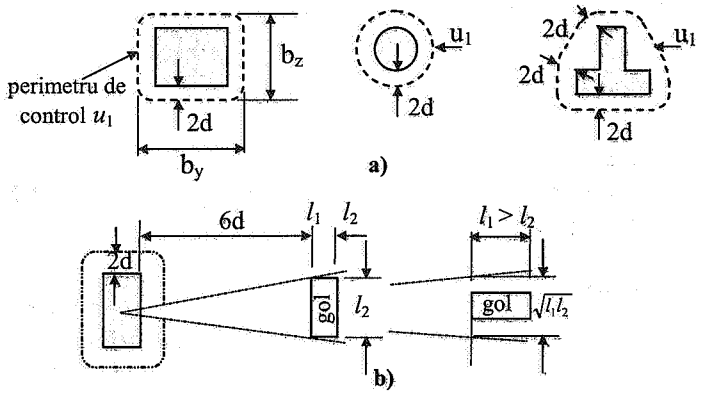


Fig. 14.31. Perimetrul de control de bază pentru diferite situații

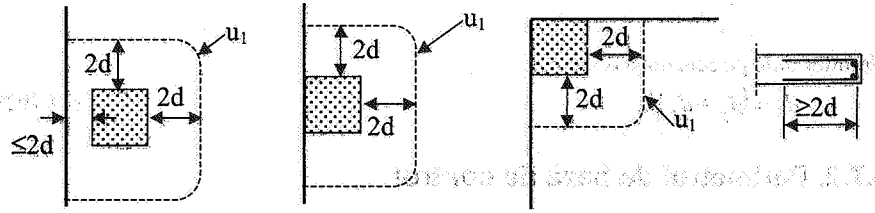


Fig. 14.32. Perimetrul de control pentru stâlpi marginali sau de colț

Secțiunea de control urmărește traseul perimetrului de control și este extinsă pe înălțimea utilă d. Dacă placa are înălțimea constantă, secțiunea de control este perpendiculară pe planul plăcii. Dacă placa are înălțimea variabilă (de exemplu, talpa fundației), d se măsoară la perimetrul ariei încărcate.

Alte perimetre de control u, din interiorul sau exteriorul ariei de control de bază, vor avea aceeași formă ca și perimetrul de control de bază.

Plăcile rezemate pe stâlpi circulari prin intermediul unor capiteluri circulare cu $l_H \le 2{,}0h_H$ (fig. 14.33a) se verifică la străpungere numai într-o secțiune de control situată la distanța r_{cont} față de centrul de greutate al secțiunii stâlpului:

$$r_{cont} = 2{,}0d + l_H + 0{,}5c \tag{14.103}$$

unde: l_H este distanța de la fața stâlpului la marginea capitelului;

c – diametrul stâlpului.

Dacă stâlpii și capitelurile au forma rectangulară, cu $l_H \le 2{,}0d$, pentru r_{cont} se alege valoarea cea mai mică dată de relațiile:

$$r_{cont} = 2{,}0d + 0{,}56\sqrt{l_1 l_2} \tag{14.104}$$

$$r_{cont} = 2{,}0d + 0{,}69l_1 \tag{14.105}$$

unde $l_1 = c_1 + 2l_{H1}$, $l_2 = c_2 + 2l_{H2}$ cu condiția $l_1 \le l_2$.

În situațiile în care $l_H > 2{,}0d$, se verifică atât secțiunea ce trece prin capitel (perimetrul interior), cât și cea care trece prin placă (perimetrul exterior), conform figurii 14.33b.

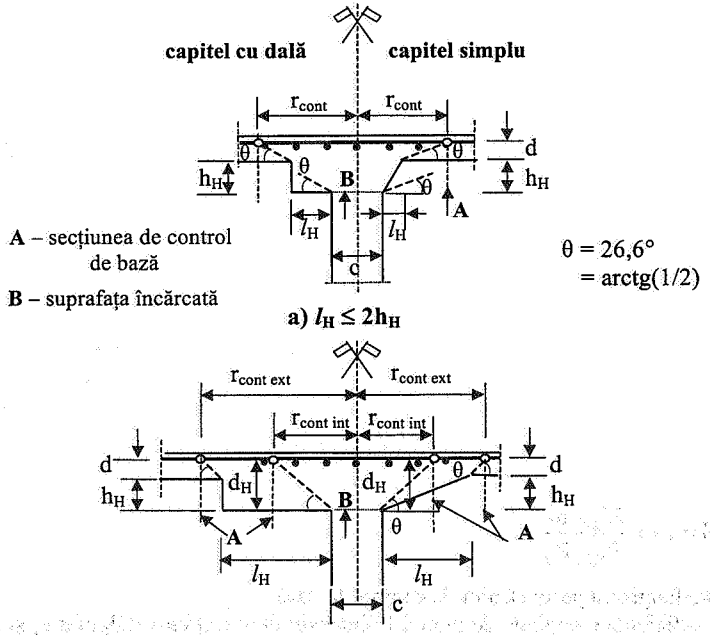


Fig. 14.33. Modelul de calcul pentru străpungere - stâlp cu capitel

Prevederile referitoare la perimetrul de control de bază, respectiv la calcul se aplică înlocuind d cu d_H (fig.14.13b).

Distanțele de la centrul de greutate al secțiunii stâlpului până la secțiunile de control pot fi luate (fig. 14.33b):

$$r_{cont,ext} = l_H + 2{,}0d + 0{,}5c \tag{14.106}$$

$$r_{cont,int} = 2{,}0(d + h_H) + 0{,}5c \tag{14.107}$$

14.7.3. Analiza stării de eforturi la străpungere

Calculul la străpungere se bazează pe verificarea unei serii de secțiuni de control, care au o formă similară cu secțiunea de control de bază. Se definesc următoarele eforturi de tăiere cu valoare de calcul, distribuite pe unitatea de suprafață a secțiunii de control:

$v_{Rd,c}$ – capacitatea portantă la străpungere a plăcii fără armătură pentru preluarea eforturilor din străpungere în lungul secțiunii de control considerate;

$v_{Rd,cs}$ – capacitatea portantă la străpungere a plăcii cu armătură specifică în lungul secțiunii de control;

$v_{Rd,max}$ – capacitatea portantă maximă la străpungere în lungul secțiunii de control considerate.

Pentru ca să se evite zdrobirea betonului comprimat, valoarea eforturilor unitare maxime din efectul de străpungere v_{Ed}, distribuite pe perimetrul stâlpului sau al ariei încărcate determinate cu relația (14.110), trebuie să satisfacă relația de mai jos:

$$v_{Ed} < v_{Rd,max} \tag{14.108}$$

Nu este necesară prevederea armăturii pentru preluarea eforturilor din străpungere, dacă este îndeplinită condiția:

$$v_{Ed} < v_{Rd,c} \tag{14.109}$$

Dacă $v_{Ed} > v_{Rd,c}$ este necesar calculul armăturilor specifice, conform puntului 14.7.5.

Valoarea efortului de calcul v_{Ed} se determină din relația:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_i d} \tag{14.110}$$

unde: d este înălțimea utilă medie, conform relației (14.102);

u_i – lungimea perimetrului de control considerat, care poate fi perimetrul stâlpului sau perimetrul de control de bază;

β – este un coeficient care depinde de distribuția eforturilor unitare din străpungere.

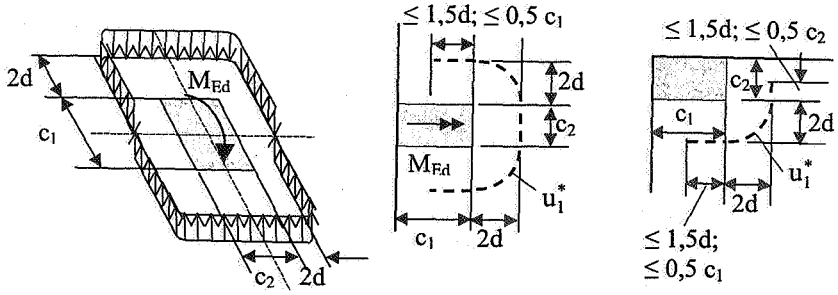
Având în vedere eventualitatea existenței unui moment M_{Ed} neechilibrat care generează o distribuție a eforturilor v_{Ed} ca în figura 14.34a, coeficientul β se calculează cu relația:

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1} \tag{14.111}$$

unde: u_1 este lungimea perimetrului de control de bază;

k – coeficient ce depinde de raportul dimensiunilor secțiunii stâlpului c_1 și c_2, având valorile date în tabelul 14.13;

W_1 – o funcție de u_1 pentru distribuția forței tăietoare din figura 14.34a.



a) distribuția eforturilor de tăiere din momentul neechilibrat **b)** stâlp marginal **c)** stâlp de colț

Fig. 14.34. Momentul neechilibrat la conexiunea placă - stâlp

Tabelul 14.13. Coeficientul k pentru suprafețe încărcate dreptunghiulare

c_1 / c_2	$\leq 0{,}5$	1,0	2,0	$\geq 3{,}0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

Funcția W_1 corespunzătoare distribuției forței tăietoare din figura 14.34a se determină cu relația:

$$W_1 = \int_0^{u_1} |e| \, \mathrm{d}l \tag{14.112}$$

unde dl este lungimea elementară a perimetrului, iar e distanța de la lungimea elementară dl până la axa în raport cu care acționează momentul M_{Ed}.

Pentru un *stâlp dreptunghiular interior*, ținând seama de relația (14.112), W_1 este:

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2\pi d c_1 \tag{14.113}$$

unde c_1 și c_2 sunt dimensiunile secțiunii stâlpului, considerate conform figurii 14.34a.

Pentru un *stâlp circular interior*, valoarea coeficientului β se determină cu relația:

$$\beta = 1 + 0{,}6\pi \frac{e}{D + 4d} \tag{14.114}$$

unde D este diametrul stâlpului circular.

Pentru un stâlp dreptunghiular interior, unde încărcarea este excentrică față de ambele axe, se poate utiliza relația aproximativă:

$$\beta = 1 + 1{,}8\sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2} \tag{14.115}$$

unde: e_y și e_z sunt excentricitățile M_{Ed} / V_{Ed} în lungul axelor y și z;

b_y și b_z – dimensiunile perimetrului de control (fig. 14.31a).

• Pentru un stâlp dreptunghiular marginal, unde excentricitatea este perpendiculară pe marginea plăcii (fig. 14.34b), forța de străpungere poate fi considerată uniform distribuită în lungul perimetrului u_1^*.

Dacă există excentricitate după ambele direcții ortogonale, β se poate determina din relația:

$$\beta = \frac{u_1}{u_1^*} + k\frac{u_1}{W_1}e_{par} \qquad (14.116)$$

unde: u_1 este lungimea perimetrului de control de bază din figura 14.32;

u_1^* – lungimea perimetrului de control de bază redus din figura 14.34b;

e_{par} – excentricitatea paralelă cu marginea plăcii, rezultând dintr-un moment aplicat ca în figura 14.34b;

k – se poate determina din tabelul 14.13 , în care raportul c_1/c_2 se înlocuieşte cu $c_1/2c_2$;

W_1 – calculat pentru perimetrul de control de bază u_1 din figura 14.31a.

Pentru un stâlp dreptunghiular ca în figura 14.34b, W_1 rezultă:

$$W_1 = \frac{c_2^2}{4} + c_1c_2 + 4c_1d + 8d^2 + \pi dc_2 \qquad (14.117)$$

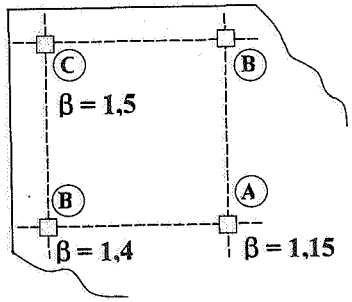
Dacă excentricitatea este dirijată spre exteriorul plăcii, se utilizează relația (14.111). La calculul W_1, excentricitatea e trebuie măsurată de la centrul de greutate al perimetrului de control.

• Pentru un stâlp de colţ unde excentricitatea este dirijată spre interiorul plăcii, se presupune că forța de străpungere este uniform distribuită în lungul perimetrului de control redus u_1^*, definit în figura 14.34c; β se determină din relația:

$$\beta = \frac{u_1}{u_1^*} \qquad (14.118)$$

Dacă excentricitatea este spre exteriorul plăcii, se utilizează relația (14.111).

• Pentru structuri la care stabilitatea laterală nu depinde de interacțiunea de cadru între placă şi stâlp[5] şi la care deschiderile adiacente nu diferă cu mai mult de 25%, se pot utiliza valori aproximative. În anexele naționale se precizează valorile pentru β; valorile recomandate pentru β sunt date în figura 14.35.



A - stâlp interior

B - stâlp marginal

C - stâlp de colţ

Fig. 14.35. Valorile recomandate pentru coeficientul β

Dacă o forță concentrată acționează aproape de stâlp, nu se face reducerea forței tăietoare de calcul conform punctului 14.5.3.3.

[5] Este cazul structurilor în zone seismice unde stabilitatea trebuie asigurată cu elemente de contravântuire.

14.7.4. Capacitatea portantă la străpungere a plăcilor fără armătură specifică

Capacitatea portantă la străpungere a plăcii fără armătură specifică trebuie evaluată pentru secțiunea de bază de control, definită la punctul 14.7.2. Calculul se face cu relația:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c}k(100\rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1\sigma_{cp} \geq (v_{\min} + k_1\sigma_{cp}) \qquad (14.119)$$

unde: f_{ck} este exprimat în N/mm^2;

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2{,}0$, cu d dat în mm;

$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly}\cdot\rho_{lz}} \leq 0{,}02$; ρ_{ly} , ρ_{lz} se referă la armătura întinsă ancorată după direcțiile y şi z; ρ_{ly} şi ρ_{lz} se calculează ca valori medii, ținând seama de o lățime a plăcii egală cu lățimea stâlpului plus $3d$ de fiecare parte;

$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz})/2$, în care $\sigma_{cy} = N_{Ed,y}/A_{cy}$ şi $\sigma_{cz} = N_{Ed,z}/A_{cz}$ sunt eforturile unitare normale în secțiunea critică pe direcțiile y respectiv z, exprimate în N/mm^2 şi pozitive pentru compresiune; $N_{Ed,y}$ şi $N_{Ed,z}$ sunt forțele axiale în placă din încărcări (sau din precom-primare), considerate de-a lungul deschiderii pentru stâlpii interiori, respectiv de-a lungul secțiunii de control pentru un stâlp de colț;

A_{cy} , A_{cz} – ariile de beton definite în aceleaşi situații ca forțele axiale corespunzătoare;

$C_{Rd,c}$, v_{min} şi k_1 – sunt date în anexele naționale, valorile recomandate fiind cele date de relațiile (14.55) şi (14.56), respectiv $k_1 = 0{,}1$.

14.7.5. Capacitatea portantă la străpungere a plăcilor cu armătură specifică

Calculul capacității portante la străpungere a plăcii cu armătură specifică pentru preluarea eforturilor din străpungere în lungul secțiunii de control, $v_{Rd,cs}$ se face cu relația:

$$v_{Rd,cs} = 0{,}75v_{Rd,c} + 1{,}5\frac{A_{sw}f_{ywd,ef}}{s_r u_1}\sin\alpha \qquad (14.120)$$

unde: A_{sw} – este aria barelor de pe un perimetru de armături de tăiere din jurul stâlpului;

s_r – distanța dintre armăturile de pe perimetre succesive, măsurată ca în figura 14.36;

$f_{ywd,ef}$ – rezistența efectivă de calcul a armăturii pentru străpungere, conform relației:

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0{,}25d \leq f_{ywd} \text{ , în N/mm}^2 \qquad (14.121)$$

α – unghiul dintre armătura transversală pentru străpungere şi planul median al plăcii.

Dacă se prevede doar un rând de armături înclinate, în relația (14.120) se înlocuieşte s_r cu $d/0{,}67$

Detaliile de armare pentru preluarea forței tăietoare din străpungere sunt date în figura 14.37.

Lângă stâlp, efortul unitar de străpungere este limitat la valoarea:

$$v_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_0 d} \le v_{Rd,max} = 0{,}5\nu f_{cd} \qquad (14.122)$$

unde u_0 depinde de poziția stâlpului; stâlp interior, u_0 = perimetrul stâlpului; stâlp marginal, $u_0 = c_2 + 3d \le c_2 + 2c_1$; stâlp de colț, $u_0 = 3d \le c_1 + c_2$;

c_1, c_2 – dimensiunile secțiunii stâlpului, ca în figura 14.34b,c;

ν – conform relației (14.59).

Perimetrul de control de la care armătura de străpungere nu este necesară, u_{out} (fig. 14.36a) sau $u_{out,ef}$ (fig. 14.36b), se calculează cu relația:

$$u_{out,ef} = \frac{\beta V_{Ed}}{v_{Rd,c} d} \qquad (14.123)$$

Dacă armătura pentru preluarea străpungerii este necesară din calcul, ea trebuie plasată între aria încărcată A_{load} și secțiunea A, corespunzătoare ultimului perimetru prevăzut cu armătură de străpungere rezultată din calcul. Secțiunea A trebuie să fie la cel mult $1{,}5d$ de secțiunea B, corespunzătoare primului perimetru în care nu este necesar calculul (fig. 14.37b).

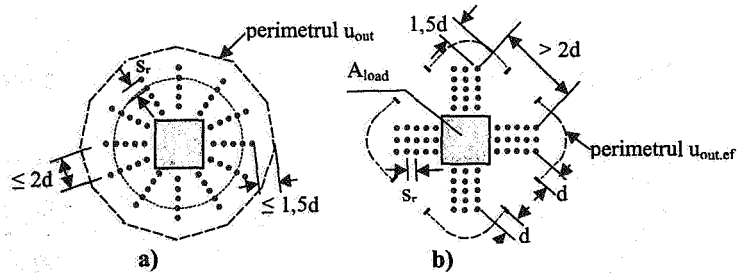
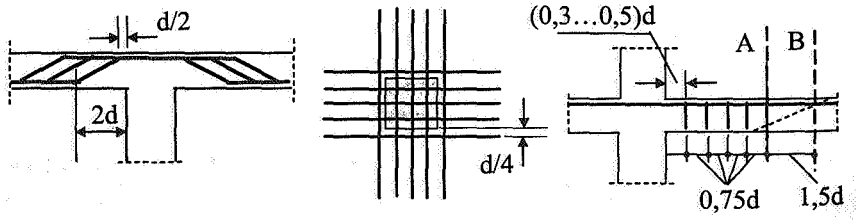


Fig. 14.36. Perimetrul de control pentru stâlpi interiori

Barele verticale trebuie să fie plasate pe cel puțin două perimetre; distanța dintre două perimetre trebuie să fie cel mult $0{,}75d$ (fig. 14.37b).

Barele înclinate pot fi dispuse și pe un singur perimetru. Barele înclinate care trec prin aria A_{load} sau la o distanță mai mică de $0{,}25d$ față de această arie pot fi considerate armături pentru preluarea străpungerii (fig. 14.37a).



a) armături înclinate **b)** armături verticale

Fig. 14.37. Dispunerea armăturilor pentru străpungere

Distanța dintre fața reazemului (sau perimetrul ariei încărcate) și cea mai apropiată armătură de tăiere luată în considerare în calcul trebuie să fie cel mult $0{,}5d$, distanță măsurată la nivelul armăturilor întinse (fig. 14.37).

Armătura minimă pentru străpungere trebuie să satisfacă relația :

$$\frac{A_{sw,min}}{s_r} \cdot \frac{1{,}5\sin\alpha + \cos\alpha}{s_t} \ge \left(0{,}08\sqrt{f_{ck}}\right) / f_{yk} \qquad (14.124)$$

unde s_r este distanța între bare pe direcția radială, iar s_t distanța pe direcția tangențială.

Aplicația numerică 14.19. *Calculul la străpungere a unei dale din beton armat cu grosimea constantă, rezemată direct pe stâlpi (verificare în dreptul unui stâlp interior)*

Grosimea dalei este de 250 mm; $V_{Ed} = 500\,\text{kN}$; armătura longitudinală din partea superioară a plăcii rezultată din calculul la încovoiere în dreptul stâlpului interior este $\phi 10/150$ mm atât pe direcția y, cât și z; acoperirea cu beton este $c = 25\,\text{mm}$. Stâlpii au dimensiunile b_s/h_s = = 450/450 mm și sunt dispuși în rețea ortogonală, cu $L_y = L_z = 6{,}0\,\text{m}$. Structura este contravântuită. Materiale: beton C25/30, oțel S500.

$$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 25/1{,}5 = 16{,}66\,\text{N/mm}^2;\ f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s = 500/1{,}15 = 435\,\text{N/mm}^2$$

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0{,}25d = 250 + 0{,}25 \cdot 215 = 303\,\text{N/mm}^2 < f_{ywd} = 435\,\text{N/mm}^2$$ conform relației (14.125).

Înălțimea utilă a plăcii se calculează conform relației (14.102), în care:

$$d_y = 250 - (25 + 10/2) = 220\,\text{mm};\ d_z = 220 - (2 \cdot 10/2) = 210\,\text{mm}$$

$$d = \frac{(d_y + d_z)}{2} = \frac{220 + 210}{2} = 215\,\text{mm}$$

Verificarea la străpungere a secțiunii de lângă stâlp

Pentru a verifica dacă dimensiunile plăcii, respectiv ale stâlpului sunt suficiente, se verifică secțiunea de lângă stâlp cu relația (14.122):

$$v_{Ed,0} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_0 d} = \frac{1{,}15 \cdot 500 \cdot 10^3}{1800 \cdot 215} = 1{,}486\,\text{N/mm}^2$$

$$v_{Rd,max} = 0{,}5\nu f_{cd} = 0{,}5 \cdot 0{,}54 \cdot 16{,}66 = 4{,}49\,\text{N/mm}^2$$

unde: $u_0 = 2(c_1 + c_2) = 4 \cdot 450 = 1800\,\text{mm}$ este perimetrul stâlpului;

$\beta = 1{,}15$, din figura 14.35, în cazul unui stâlp interior;

$$\nu = 0{,}6\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0{,}6\left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0{,}54.$$

$v_{Ed,0} = 1{,}486 < v_{Rd,max} = 4{,}49\,\text{N/mm}^2$, deci condiția (14.122) este respectată.

Determinarea efortului de tăiere în lungul perimetrului de control

Perimetrul de control de bază (*secțiunea A*) se determină ca în figura 14.31a:

$$u_1 = 2(b_s + h_s) + 2\pi \cdot (2d) = 2(450 + 450) + 2\pi \cdot (2 \cdot 215) = 4500\,\text{mm}$$

GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL BUCUREȘTI

Valoarea efortului de tăiere v_{Ed} se determină cu relația (14.110):

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} = 1{,}15 \frac{500 \cdot 10^3}{4500 \cdot 215} = 0{,}594\ \text{N/mm}^2$$

Calculul capacității portante la străpungere a dalei

În calculul capacității portante la străpungere a dalei fără armătură specifică, intervin:

$\sigma_{cp} = 0$

$C_{Rd,c} = 0{,}18/\gamma_c = 0{,}18/1{,}5 = 0{,}12$ conform relației (14.56);

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{215}} = 1{,}96 < 2{,}0\ ;$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}}\ ,$$

în care ρ_{ly} și ρ_{lz} se calculează după direcțiile y și z; luând în considerare o lățime b egală cu dimensiunea stâlpului pe direcția respectivă plus $2 \cdot 3d$:

$b_y = 450 + 2 \cdot 3 \cdot 220 = 1770\ \text{mm}$; $b_z = 450 + 2 \cdot 3 \cdot 210 = 1710\ \text{mm}$;

$A_{sly} = 524 \cdot 1{,}77 = 927\ \text{mm}^2$ $A_{slz} = 524 \cdot 1{,}71 = 896\ \text{mm}^2$

$\rho_{ly} = A_{sly}/b_y d_y = 927/1770 \cdot 220 = 0{,}0024$

$\rho_{lz} = A_{slz}/b_z d_z = 896/1710 \cdot 210 = 0{,}0025$

$\rho_l = \sqrt{0{,}0024 \cdot 0{,}0025} = 0{,}00244 \le 0{,}02$

Capacitatea portantă la străpungere a dalei fără armătură specifică se determină cu relația (14.119):

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} =$$

$$= 0{,}12 \cdot 1{,}96 (100 \cdot 0{,}00244 \cdot 25)^{1/3} = 0{,}430\ \text{N/mm}^2$$

$$v_{Rd,c} = 0{,}430 > v_{min} = 0{,}03 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} = 0{,}035 \cdot 1{,}96^{3/2} \cdot 25^{1/2} = 0{,}274\ \text{N/mm}^2$$

Deoarece $v_{Rd,c} = 0{,}430 < v_{Ed} = 0{,}594\ \text{N/mm}^2$, este nevoie de calculul armăturilor transversale specifice pentru străpungere.

Calculul armăturii pentru preluarea străpungerii

Calculul se efectuează în secțiunea A, definită de perimetrul de control de bază, u_1.

Cantitatea necesară de armătură care se dispune pe perimetrul u_1, definit de unghiul θ, sau de distanța $2d$, rezultă din relația (14.120), pentru $v_{Rd,cs} = v_{Ed}$:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s_r}\right)_{nec} = \frac{(v_{Ed} - 0{,}75 v_{Rd,c}) u_1}{1{,}5 f_{ywd,ef} \sin\alpha}$$

Variantă de armare cu bare înclinate

Se alege dispunerea barelor înclinate la 45°, deci $\sin\alpha = 0{,}707$;

$$\left(\frac{A_{sw}}{s_r}\right)_{nec} = \frac{(0{,}594 - 0{,}75 \cdot 0{,}430) 4500}{1{,}5 \cdot 304 \cdot 0{,}707} = 3{,}79\ \text{mm}^2/\text{mm}$$

Se aleg bare $\phi 10$; distanța dintre bare trebuie să fie $s_r \le 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 215 = 161\ \text{mm}$, alegându-se $s_r = 150\ \text{mm}$; barele se dispun pe două perimetre, astfel ca să fie intersectate de fisura înclinată definită de unghiul θ (fig. Apl.14.19a):

$$\left(\frac{A_{sw}}{s_r}\right)_{ef} = \frac{8 \cdot 78{,}5}{150} = 4{,}18\ \text{mm}^2/\text{mm}$$

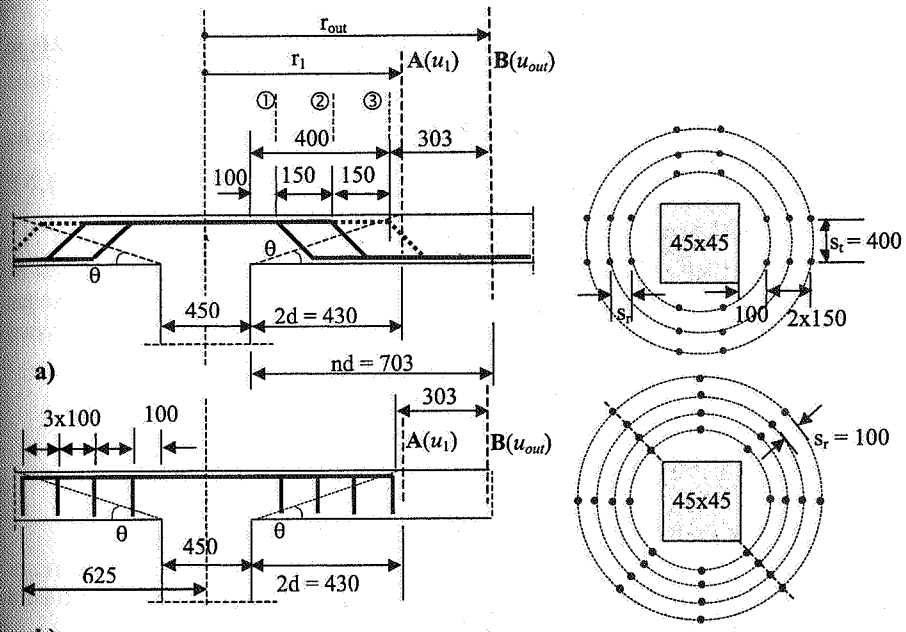


Fig. Apl.14.19

Primul perimetru de bare înclinate este la 100 mm de la fața stâlpului (secțiunea ①), respectându-se condiția ca această distanță să fie mai mică decât $d/2 = 215/2 = 107{,}5\ \text{mm}$ (fig. 14.37a); al doilea perimetru (secțiunea ②) se află la distanța de 150 mm față de primul.

Se determină perimetrul de control (secțiunea B) de la care nu mai este necesară armătura cu relația (14.123):

$$u_{out} = \frac{\beta V_{Ed}}{v_{Rd,c} d} = \frac{1{,}15 \cdot 500 \cdot 10^3}{0{,}430 \cdot 215} = 6220\ \text{mm}$$

Este necesară verificarea condiției ca distanța nd (unde n este numărul de diametre) dintre ultimul perimetru prevăzut cu armătură de străpungere rezultată din calcul (secțiunea ②) și primul perimetru în care nu este necesar calculul (secțiunea B) să fie mai mică decât $1{,}5d$. În acest scop, perimetrul u_{out} al armăturilor de străpungere se scrie sub forma:

$$u_{out} = u_0 + 2\pi nd \text{, de unde rezultă } nd = (u_{out} - u_0)/2\pi$$

$$nd = \frac{u_{out} - 1800}{2\pi} = \frac{6220 - 1800}{2\pi} = 703\,\text{mm}$$

Perimetrul u_{out} se află la distanța de $703 - (100 + 150) = 453\,\text{mm}$ față de perimetrul extern al armăturilor de străpungere, adică la mai mult de $1{,}5d = 1{,}5 \cdot 215 = 322{,}5\,\text{mm}$. Este deci nevoie de încă un rând de armături de tăiere (reprezentat cu linie punctată), dispus conform figurii Apl.14.19a în dreptul secțiunii ③. Distanța se reduce astfel la $703 - (100 + 2 \cdot 150) = 303\,\text{mm}$, care nu depășește $1{,}5d = 322{,}5\,\text{mm}$.

Condiția referitoare la cantitatea minimă de armătură exprimată de relația (14.124) se scrie sub forma:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s_r}\right)_{ef} \geq \left(\frac{A_{sw}}{s_r}\right)_{min} = \frac{s_t}{1{,}5\sin\alpha + \cos\alpha}\left(0{,}08\sqrt{f_{ck}}\right)/f_{yk}$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s_r}\right)_{ef} = 4{,}81 > \frac{400}{1{,}5 \cdot 0{,}707 + 0{,}707}\left(0{,}08\sqrt{25}\right)/500) = 0{,}22\,\text{mm}^2/\text{mm}$$

în care s_r și s_t sunt definite în figura Apl.14.19a.

Variantă de armare cu bare verticale

$$\left(\frac{A_{sw}}{s_r}\right)_{nec} = \frac{(0{,}594 - 0{,}75 \cdot 0{,}430)4500}{1{,}5 \cdot 304 \cdot 1{,}0} = 2{,}68\,\text{mm}^2/\text{mm}$$

Se alege $s_r = 100\,\text{mm}$, rezultând aria necesară pentru un perimetru:

$$A_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_r} \cdot s_r = 2{,}68 \cdot 100 = 268\,\text{mm}^2/\text{mm}$$

Barele se dispun pe 4 perimetre, conform figurii Apl.14.19b; pe un perimetru fiind 8 bare, rezultă $268/8 = 33{,}5\ \text{mm}^2$; se aleg bare $\phi 8$ ($50{,}3\ \text{mm}^2$).

Se verifică satisfacerea condiției de armare minimă:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s_r}\right)_{ef} = \frac{50{,}3 \cdot 8}{100} = 4{,}024 > \frac{490}{1{,}5}\left(0{,}08\sqrt{25}\right)/500) = 0{,}262\,\text{mm}^2/\text{mm}$$

unde pentru s_t s-a luat în considerare, acoperitor, ultimul perimetru de dispunere a barelor, $s_t = 2 \cdot \pi \cdot 625/8 = 490\,\text{mm}$.

14.8. OBOSEALA

Starea limită de oboseală se verifică în cazuri speciale, atunci când structura sau componente ale acesteia sunt supuse la încărcări ciclice regulate, analizându-se separat betonul și armătura.

Eforturile unitare se calculează în stadiul fisurat neglijând rezistența la întindere a betonului, dar ținând cont de compatibilitatea deformațiilor.

Cea mai adecvată modalitate de estimare a efectelor oboselii constă în evaluarea degradărilor sub efectul ciclurilor repetate. Rezultatul acestei evaluări este redat de factorul degradărilor D_{Ed}, obținut prin însumarea Palmgren-Miner:

$$D_{Ed} = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \leq 1$$

unde n_i reprezintă numărul efectiv de cicluri pentru un nivel de încărcare, iar N_i numărul de cicluri care produc ruperea pentru același nivel de încărcare.

Atunci când condiția de mai sus este îndeplinită, degradările produse de ciclurile repetate nu afectează siguranța elementului, astfel încât starea limită de oboseală este satisfăcută.

14.8.1. Combinarea acțiunilor

Pentru calculul amplitudinii eforturilor unitare $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$, acțiunile se împart în acțiuni statice și acțiuni ciclice care induc fenomenul de oboseală dinamică. Combinația acțiunilor statice, denumită combinația de bază, este echivalentă cu combinația frecventă pentru stările limită de serviciu, descrisă de relația (pct. 14.1.5):

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

Acțiunile ciclice se combină cu cea mai defavorabilă combinație de bază conform relației:

$$\left(\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{2,i} Q_{k,i}\right) + Q_{fat}$$

în care Q_{fat} este încărcarea care produce oboseala.

14.8.2. Rezistența materialelor la oboseală

Comportarea oțelului la oboseală depinde de amplitudinea efortului unitar $\Delta\sigma$ care, în principiu, poate fi constantă pe toată durata ciclurilor (un singur nivel al amplitudinii). Dacă încărcarea de oboseală produce amplitudini multiple, diferite ca mărime, corelația dintre numărul de cicluri n și amplitudinea $\Delta\sigma$ este descrisă de spectrul încărcării.

Rezistența caracteristică la oboseală a armăturii $\Delta\sigma_{Rsk}$ depinde de numărul de cicluri N și se poate obține din curba S-N (curba Wöhler logaritmată, în care S reprezintă $\Delta\sigma_s$) definită prin două segmente de dreaptă (fig. 14.38b), caracterizate de relația:

$$(\Delta\sigma_s)^{m_1} N = (\Delta\sigma_s)^{m_2} N$$

Parametrii care descriu curba *S-N* fiind dați în tabelul 14.14.

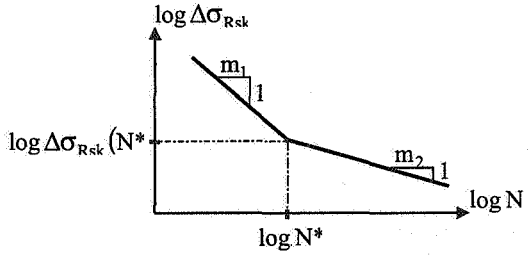


Fig. 14.38. Curba S-N privind comportarea la oboseală a armăturii

Rezistența la oboseală a betonului comprimat, pentru $N = 10^6$ cicluri este:

$$f_{cd,fat} = k_1 \beta_{cc}(t_0)(1 - f_{ck}/250) f_{cd}$$

în care coeficientul β_{cc} se determină conform punctului 14.2.1.2 pentru vârsta t_0 (zile), în cazul de față vârsta betonului la începutul încărcării ciclice. Coeficientul k_1 se specifică în normele naționale, valoarea recomandată fiind 0,85.

Tabelul 14.14. Parametrii curbei S-N pentru armătura betonului armat

Tipul armăturii	N^*	Exponentul efortului unitar		$\Delta\sigma_{Rsk}$ (N/mm^2) la N^* cicluri
		m_1	m_2	
Bare drepte	10^6	5	9	162,5
Bare îndoite[1]	$10^6\zeta$	5ζ	9ζ	$162{,}5\zeta$
Bare și plase sudate	10^7	3	5	58,5
Dispozitive mecanice de înnădire	10^7	3	5	35
Notă: $\zeta = 0{,}35 + 0{,}026\,D/\phi$; D - diametrul dornului; ϕ - diametrul barei.				

14.8.3. Procedura de verificare a armăturilor

Se acceptă că armătura întinsă are o rezistență adecvată la oboseală dacă $\Delta\sigma_s \le \Delta\sigma_{s\,adm}$. Valoarea limită $\Delta\sigma_{s\,adm}$ se specifică în normele naționale; pentru barele fără sudură se recomandă $\Delta\sigma_{s\,adm} = 70$ N/mm^2, iar pentru cele sudate $\Delta\sigma_{s\,adm} = 35$ N/mm^2.

În cazul încărcării care produce o amplitudine $\Delta\sigma_s$ cu valoare constantă, verificarea armăturilor se poate face cu relația:

$$\gamma_{F,fat}\,\Delta\sigma_s \le \Delta\sigma_{Rsk}(N^*)/\gamma_{s,fat} \qquad (14.125)$$

unde: $\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)$ este rezistența la oboseală a armăturii, pentru un număr de N^* cicluri (tabelul 14.14);

$\gamma_{s,fat} = 1{,}15$ [9].

Coeficientul $\gamma_{F,fat}$ se specifică în normele naționale, recomandându-se valoarea 1,0.

În cazul amplitudinilor multiple, în funcție de gradul de exactitate dorit, efectul oboselii poate fi verificat prin variantele de mai jos.

Pentru elementele supuse la un număr limitat de cicluri $(n \le 10^8)$, verificarea se face prin *limitarea amplitudinii maxime la valoarea corespunzătoare unui număr de* 10^8 *cicluri* (fig. 14.39a) [43]. Relația de verificare este:

$$\gamma_{F,fat}\,max\Delta\sigma_s \le \Delta\sigma_{Rsk}(10^8)/\gamma_{s,fat} \qquad (14.126)$$

în care $\Delta\sigma_{Rsk}(10^8)$ se obține din construcția grafică a curbei caracteristice *S-N*.

Dacă se ia în considerare durata de funcționare în regim de oboseală, exprimată prin numărul efectiv de cicluri *n*, verificarea se face prin *limitarea amplitudinii maxime la o valoare corespunzătoare celor n cicluri* (fig. 14.39b) [43]. Relația de verificare este:

$$\gamma_{Sd}\,\Delta\sigma_{s,max} \le \Delta\sigma_{Rsk}(n)/\gamma_{s,fat} \qquad (14.127)$$

în care $\Delta\sigma_{Rsk}(n)$ se obține din construcția grafică a curbei caracteristice *S-N*.

În general, verificarea la oboseală trebuie realizată prin *limitarea degradărilor*, în baza relației:

$$D_{Ed} = \sum_i \frac{n(\Delta\sigma_{si})}{N(\Delta\sigma_{si})} < 1 \qquad (14.128)$$

unde: D_{Ed} este factorul degradărilor;

i – numărul de niveluri ale amplitudinilor;

$\Delta\sigma_{si}$ – amplitudinea curentă i (fig. 14.39c);

$n(\Delta\sigma_{si})$ – numărul efectiv de cicluri ale amplitudinii $\Delta\sigma_{si}$;

$N(\Delta\sigma_{si})$ – numărul de cicluri până la oboseală sub efectul amplitudinii $\Delta\sigma_{si}$.

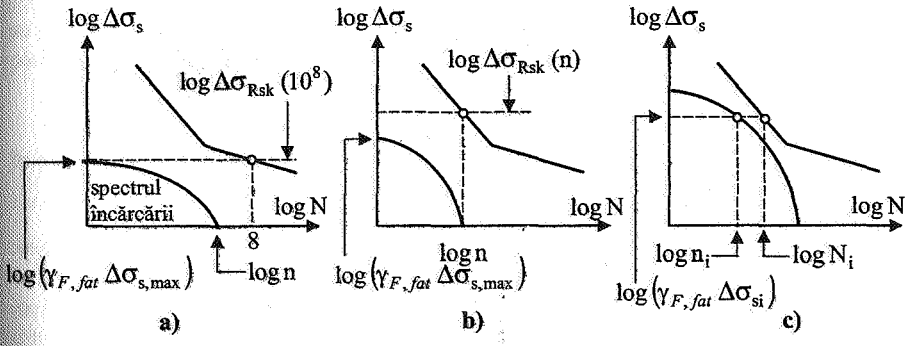


Fig. 14.39. Variante de verificare în cazul amplitudinilor multiple

În locul unui calcul explicit cu relația (14.128), pentru cazuri cu încărcări cunoscute cum ar fi grinzile de rulare și podurile, la care se cunoaște spectrul încărcării, verificarea la oboseală se poate face pentru o amplitudine echivalentă $\Delta\sigma_{s,equ}(N^*)$ corespunzătoare la N^*cicluri cu relația:

$$\gamma_{F,fat} \cdot \Delta\sigma_{s,equ}(N^*) \le \Delta\sigma_{Rsk}(N^*)/\gamma_{s,fat} \qquad (14.129)$$

în care $\Delta\sigma_{s,equ}(N^*)$ este amplitudinea echivalentă de degradare pentru N^* cicluri.

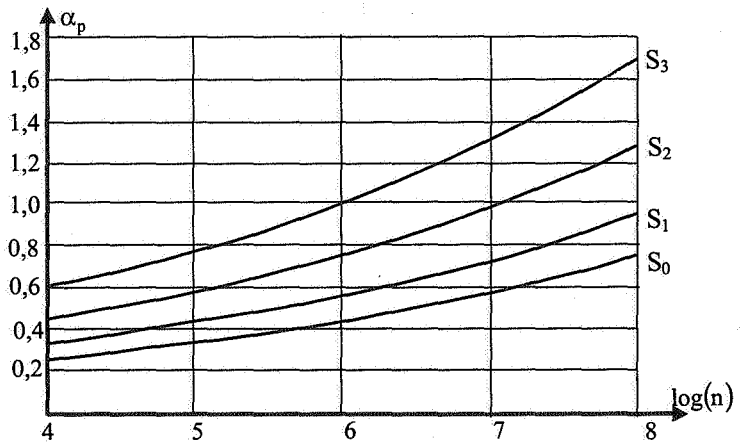
Calculul amplitudinii echivalente se face cu relația [9]:

$$\Delta\sigma_{s,equ}(N^*) = \alpha_p k \Delta\sigma_{s,max} \tag{14.130}$$

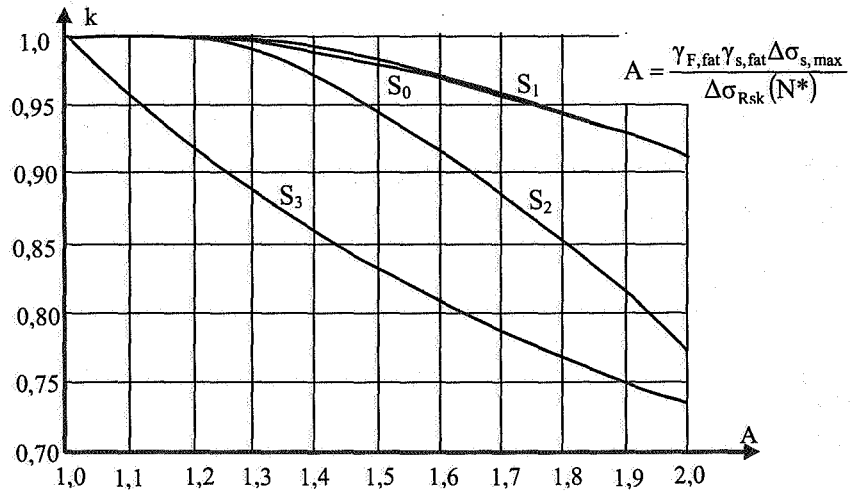
unde: α_p este un coeficient depinzând de numărul efectiv de cicluri n și de spectrul încărcării (fig. 14.40a);

k – coeficient depinzând de corelația dintre $\Delta\sigma_{s,max}$ și $\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)$, precum și de spectrul încărcării (fig. 14.40b).

Pentru clădiri, $\Delta\sigma_{s,equ}(N^*)$ se poate aproxima prin amplitudinea maximă $\Delta\sigma_{s,max}$ obținută în combinația specifică a acțiunilor.



a) Coeficientul α_p



b) Coeficientul k

Fig. 14.40. Coeficienți pentru calculul amplitudinii echivalente în armătură

14.8.4. Procedura de verificare a betonului

Verificarea la oboseală a betonului comprimat se poate considera îndeplinită dacă este satisfăcută dubla condiție:

$$\sigma_{c,max} \le \begin{cases} 0{,}5 f_{cd,fat} + 0{,}45\sigma_{c,min} \\ 0{,}9 f_{cd,fat} \end{cases} \tag{14.131}$$

unde: $\sigma_{c,max}$ este efortul unitar maxim de compresiune sub combinația frecventă a acțiunilor;

$\sigma_{c,min}$ – efortul unitar minim de compresiune în aceeași fibră a secțiunii; dacă acest efort unitar este unul de întindere, atunci se consideră $\sigma_{c,min} = 0$.

Betonul comprimat are o rezistență corespunzătoare la oboseală, dacă este îndeplinită condiția:

$$E_{cd,max\,equ} + 0{,}43\sqrt{1 - R_{equ}} \le 1 \tag{14.132}$$

unde: $R_{equ} = E_{cd,min\,equ} / E_{cd,max\,equ}$;

$E_{cd,max\,equ} = \sigma_{cd,max\,equ} / f_{cd,fat}$;

$E_{cd,min\,equ} = \sigma_{cd,min\,equ} / f_{cd,fat}$;

$\sigma_{cd,max\,equ}$, $\sigma_{cd,min\,equ}$ – cea mai mare, respectiv cea mai mică valoare a efortului unitar, pentru N cicluri, corespunzătoare amplitudinii ultime.

Valoarea lui N, egală sau mai mică decât 10^6, se specifică în normele naționale; valoarea recomandată este $N = 10^6$.

Pentru cazuri cu încărcări cunoscute (grinzi de rulare, poduri), verificarea la oboseală se poate face prin compararea numărului efectiv de cicluri n cu numărul echivalent de cicluri până la oboseală N_{equ} [9]:

$$n \le N_{equ} \tag{14.133}$$

în care N_{equ} se obține din figura 14.41, în funcție de spectrul încărcării și valorile relative ale eforturilor unitare de compresiune $S_{cd,max} = \sigma_{c,max} / f_{cd,fat}$ și $S_{cd,min} = \sigma_{c,min} / f_{cd,fat}$.

Aplicația numerică 14.21. *Verificarea la oboseală a unei grinzi de rulare*

Se cere verificarea la oboseală a secțiunii de la mijlocul deschiderii unei grinzi de rulare prefabricate realizată din beton C25/30 (preparat cu ciment cu întărire normală) și armătură din oțel PC52 (fig. Apl.14.21). Pentru podul rulant se acceptă spectrul S2 (conform DIN 15018 Partea 1).

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0 \frac{25}{1{,}5} = 16{,}67 \text{ N/mm}^2$$

În urma calculului eforturilor unitare în stadiul fisurat sub combinația specifică a acțiunilor (combinația de bază plus acțiuni ciclice) au rezultat următoarele valori:

- armătura întinsă: $\sigma_{s,max} = 140{,}9$ N/mm^2; $\sigma_{s,min} = 17{,}9$ N/mm^2; $\Delta\sigma_s = 123{,}0$ N/mm^2
- betonul comprimat: $\sigma_{c,max} = 5{,}01$ N/mm^2; $\sigma_{c,min} = 0{,}64$ N/mm^2

Stabilirea numărului efectiv de cicluri n:
- durata de viață estimată: 50 ani
- număr de zile lucrătoare: 264 zile/an
- timpul de lucru: 8 ore/zi
- frecvența de lucru: 60 cicluri/oră
- $n = 50 \cdot 264 \cdot 8 \cdot 60 = 6336000 \cong 6{,}34 \cdot 10^6$ cicluri

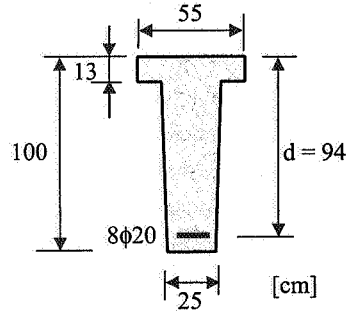


Fig. Apl.14.21.

Verificarea armăturii se face prin intermediul amplitudinii echivalente, cu relațiile (14.129) și (14.130)
- din tabelul 14.14 se obține, pentru bare drepte, valoarea rezistenței caracteristice $\Delta\sigma_{Rsk}(N^*) = 162{,}5$ N/mm^2
- din figura 14.40a se obține $\alpha_p = 0{,}92$ în funcție de $log(n) = 6{,}8$
- $A = \gamma_{F,fat}\,\gamma_{s,fat}\,\Delta\sigma_{s,max}/\Delta\sigma_{Rsk}(N^*) = 1{,}0 \cdot 1{,}15 \cdot 123{,}0/162{,}5 = 0{,}87$, calculat cu relația din figura 14.40b
- din figura 14.40b, pentru $A = 0{,}87$, se obține $k = 1{,}0$
- $\Delta\sigma_{s,equ}(N^*) = \alpha_p k \Delta\sigma_{s,max} = 0{,}92 \cdot 1{,}0 \cdot 123{,}0 = 113{,}2$ N/mm^2

Deoarece

$$\gamma_{F,fat}\,\Delta\sigma_{s,equ}(N^*) = 1{,}0 \cdot 113{,}2 \le \Delta\sigma_{Rsk}(N^*)/\gamma_{s,fat} = 162{,}5/1{,}15 = 141{,}3 \text{ N/mm}^2$$

armătura rezistă la ciclurile de oboseală.

Verificarea betonului comprimat se face cu relația (14.133), prin compararea numărului efectiv de cicluri cu numărul de cicluri echivalente până la oboseala betonului:
- rezistența la oboseală a betonului se determină având în vedere utilizarea unui ciment cu întărirea normală ($s = 0{,}25$) și vârsta betonului la începutul aplicării încărcări ciclice $t_0 = 60$ zile de la turnarea betonului

$$\beta_{cc}(t) = exp\left[s\left(1 - \sqrt{28/t}\right)\right] = exp\left[0{,}25\left(1 - \sqrt{28/60}\right)\right] = 1{,}082 \text{ - punctul 14.2.1.2}$$

$$f_{cd,fat} = 0{,}85\beta_{cc}(t_0) \cdot (1 - f_{ck}/250) f_{cd} = 0{,}85 \cdot 1{,}082 \cdot (1 - 25/250) \cdot 16{,}67 = 13{,}8 \text{ N/mm}^2$$

- valorile relative ale eforturilor unitare de compresiune sunt:

$$S_{cd,max} = \sigma_{c,max}/f_{cd,fat} = 5{,}01/13{,}8 = 0{,}363$$

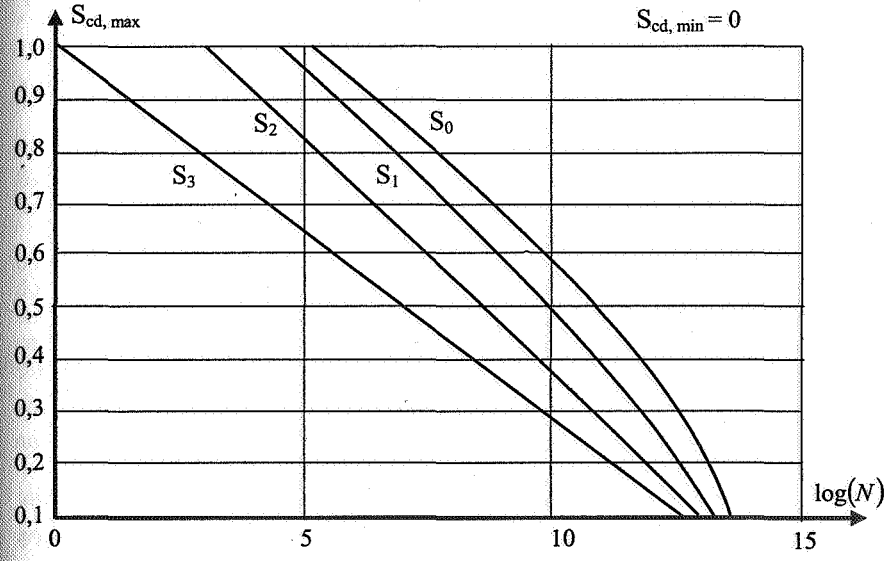
$$S_{cd,minu} = \sigma_{c,min}/f_{cd,fat} = 0{,}64/13{,}8 = 0{,}05 \cong 0$$

- din figura 14.41a se obține $log(N_{equ}) = 10{,}1$ deci $N_{equ} = 1{,}26 \cdot 10^{10}$

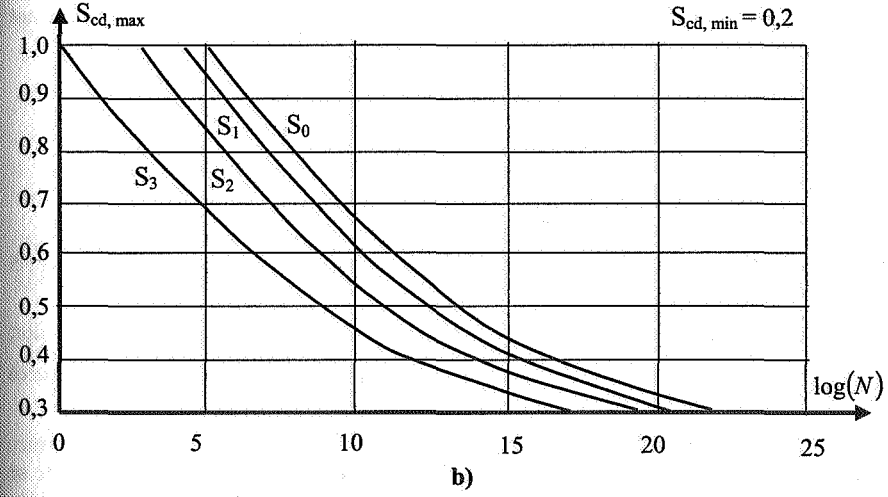
Deoarece

$$n = 6{,}34 \cdot 10^6 \le N_{equ} = 1{,}26 \cdot 10^{10}$$

rezultă că betonul comprimat rezistă la degradările produse de ciclurile de oboseală.

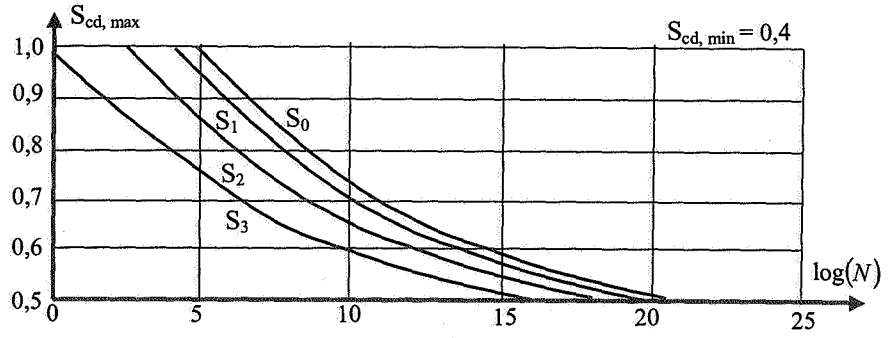


a)

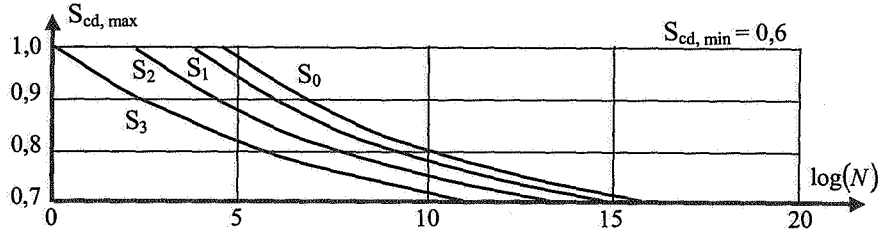


b)

Fig. 14.41. Numărul echivalent de cicluri pentru verificarea betonului



c)



d)

Fig. 14.41. (continuare) Numărul echivalent de cicluri pentru verificarea betonului

14.8.5. Prevederi suplimentare pentru verificarea la forță tăietoare

În cazul elementelor la care nu este necesar calculul armăturii transversale la starea limită ultimă, betonul rezistă la fenomenul de oboseală indus de forța tăietoare dacă sunt îndeplinite condițiile:

$$\frac{|V_{Ed,max}|}{|V_{Rd,c}|} \le \left(0{,}5 + 0{,}4\frac{|V_{Ed,min}|}{|V_{Rd,c}|}\right) \le 0{,}9 \qquad \text{pentru } \frac{V_{Ed,min}}{V_{Ed,max}} \ge 0$$

$$\frac{|V_{Ed,max}|}{|V_{Rd,c}|} \le \left(0{,}5 - \frac{|V_{Ed,min}|}{|V_{Rd,c}|}\right) \qquad \text{pentru } \frac{V_{Ed,min}}{V_{Ed,max}} < 0$$

unde: $V_{Ed,max}$ reprezintă maximul valorii de calcul a forței tăietoare în combinația frecventă a acțiunilor;

$V_{Ed,min}$ – minimul valorii de calcul a forței tăietoare în combinația frecventă a acțiunilor;

$V_{Rd,c}$ – forța tăietoare capabilă a unui element fără armătură specifică pentru preluarea forței tăietoare, conform relațiilor (14.53) și (14.54).

Dacă la starea limită ultimă este necesar calculul armăturii transversale, atunci pentru calculul la forța tăietoare la starea limită de oboseală înclinarea diagonalei comprimate se poate obține din relația:

$$\operatorname{tg}\theta_{fat} = \sqrt{\operatorname{tg}\theta} \le 1{,}0$$

în care θ este unghiul diagonale comprimate față de axa elementului din calculul la forță tăietoare la starea limită ultimă .

Verificarea betonului din diagonalele comprimate la oboseală se face cu dubla condiție (14.131). Eforturile unitare $\sigma_{c,max}$ și $\sigma_{c,min}$ se calculează cu relația (14.67) în care V_{Ed} se înlocuiește cu $V_{Ed,max}$, respectiv $V_{Ed,min}$. În acest caz, rezistența la compresiune a betonului $f_{cd,fat}$ se corectează cu factorul de reducere dat de relația (14.59).

14.9. LIMITAREA EFORTURILOR UNITARE

Eforturile unitare de compresiune din beton trebuie să fie limitate în vederea evitării fisurilor longitudinale, micro-fisurării sau deformațiilor mari din curgere lentă, atunci când aceste fenomene pot conduce la efecte inacceptabile pentru buna funcționare a structurii.

Fisurile longitudinale pot să apară, sub efectul combinației caracteristice a încărcărilor, dacă eforturile unitare depășesc o anumită valoare critică și pot afecta în mod negativ durabilitatea elementelor, deoarece sunt paralele cu armăturile longitudinale. În absența unor măsuri constructive (creșterea stratului de acoperire cu beton în zona comprimată sau confinare cu armături transversale), este recomandabil ca efortul unitar de compresiune să fie limitat la valoarea $k_1 f_{ck}$ în zonele elementului aflate în contact cu mediile definite de clasele de expunere XD, XF și XS prezentate în tabelul 4.3[6]. Coeficientul k_1 se specifică în normele naționale, valoarea recomandată fiind 0,6.

Dacă efortul unitar în beton, sub combinația cvasi-permanentă a acțiunilor, este mai mic decât $k_2 f_{ck}$ se poate presupune dezvoltarea unei curgeri lente liniare, în caz contrar se va lua în considerare curgerea lentă neliniară. Coeficientul k_2 se specifică în normele naționale, valoarea recomandată fiind 0,45.

Efortul unitar de întindere din armătură trebuie să se limiteze pentru a se evita deformațiile specifice inelastice, respectiv valorile inacceptabile ale deschiderii fisurilor sau deformațiilor. Situațiile de mai sus pot fi evitate dacă efortul unitar nu depășește valoarea $k_3 f_{yk}$; dacă efortul unitar este produs de deformații impuse, limitarea se face la $k_4 f_{yk}$. Coeficienții k_3 și k_4 se specifică în normele naționale, valorile recomandate fiind 0,8, respectiv 1,0.

Calculul eforturilor unitare se face presupunând că secțiune transversală este nefisurată dacă efortul unitar de întindere din încovoiere nu depășește valoarea $f_{ct,ef}$. Rezistența $f_{ct,ef}$ poate fi considerată egală cu f_{ctm} sau $f_{ctm,fl}$ după cum evaluarea armăturii întinse minime (pct. 14.10.1) se bazează pe una din cele două valori.

14.10. STAREA LIMITĂ DE FISURARE

Mărimea deschiderii fisurilor trebuie limitată pentru a nu prejudicia funcționarea corespunzătoare, durabilitatea construcțiilor sau pentru a nu afecta aspectul exterior.

Controlul fisurării se face pentru eforturile rezultate din combinația cvasipermanentă a acțiunilor (pct. 14.1.5).

[6] Clasele de expunere din tabelul 4.3 corespund celor din prEN 1992-1-1

Valoarea limită pentru deschiderea fisurilor w_{max} se stabileşte în funcţie de destinaţia şi natura structurii, precum şi de costurile ce decurg din limitarea deschiderii fisurilor. Valorile limită urmează să fie stabilite în normele naţionale, pentru elementele din beton armat recomandându-se cele din tabelul 14.15, în funcţie de clasele de expunere. În absenţa unor cerinţe specifice (de exemplu, impermeabilitatea), limitarea deschiderii fisurilor elementelor din beton armat în combinaţia cvasipermanentă a încărcărilor la valorile din tabelul 14.15 va asigura, în general, durabilitatea şi aspectul corespunzător al elementelor. În cazul elementelor aflate în medii cu ioni de clor şi la care are loc o alternanţă umezire-uscare (clasa de expunere XD3), se vor lua măsuri speciale în concordanţă cu situaţia concretă.

Tabelul 14.15. Valori recomandate pentru w_{max}

Clasa de expunere	X0, XC1	XC2, XC3, XC4	XD1, XD2, XS1, XS2, XS3
w_{max} (mm)	0,4	0,3	

Notă: pentru clasele de expunere X0 şi XC1, fisura nu afectează durabilitatea, limita fiind stabilită din condiţii referitoare la aspectul elementului; valoarea limită poate fi mărită dacă nu există condiţii referitoare la aspect

14.10.1. Armarea minimă

Dacă condiţiile impun controlul fisurării, este necesară o cantitate minimă de armătură în zona întinsă în scopul asigurării acestui control. Cantitatea minimă de armătură se obţine din condiţia de echilibru dintre forţa de întindere din beton înainte de momentul fisurării şi forţa de întindere din armătură, corespunzătoare curgerii armăturii sau unui efort unitar mai mic, dacă se urmăreşte reducerea deschiderii fisurilor. În cazul secţiunilor T şi chesonate, calculul armăturii minime se face separat pentru inimă, respectiv pentru aripile secţiunii.

Aria minimă de armătură se determina cu relaţia:

$$A_{s,min}\sigma_s = k_c k f_{ct,ef} A_{ct} \qquad (14.134)$$

unde: A_{ct} este aria secţiunii betonului întins, chiar înainte de fisurare;

σ_s – efortul unitar maxim admis în armătura întinsă, imediat după fisurarea betonului întins; se poate accepta valoarea f_{yk}; totuşi, o valoare mai mică ar putea fi necesară pentru a se asigura satisfacerea condiţiei referitoare la diametrul maxim al armăturii sau cea referitoare la distanţa maximă dintre bare, ambele funcţie de w_k (tab. 14.17);

$f_{ct,ef}$ – valoarea medie a rezistenţei efective la întindere a betonului în momentul apariţiei primei fisuri; $f_{ct,ef} = f_{ctm}$ (sau $f_{ct,ef} = f_{ctm,fl}$), dar dacă fisura apare mai devreme de 28 zile, $f_{ct,ef} = f_{ctm}(t)$;

k – coeficient care ia în considerare efectele distribuţiei neuniforme a eforturilor unitare iniţiale ce apar în cazul secţiunilor T sau chesonate; $k = 1{,}0$ pentru inimi cu $h \le 300$ mm sau aripi cu lăţimea < 300 mm; $k = 0{,}65$ pentru inimi cu $h \ge 800$ mm sau aripi cu lăţimea > 800 mm; interpolarea este admisă pentru valori intermediare; în cazul secţiunilor dreptunghiulare $k = 1{,}0$;

k_c – coeficient care ia în considerare tipul solicitării, în momentul premergător apariţiei fisurilor (tabelul 14.16).

Semnificaţia coeficienţilor din tabelul 14.16 este următoarea:

$\sigma_c = N_{Ed}/bh$ – efortul unitar mediu din partea considerată a secţiunii;

N_{Ed} – forţa axială în combinaţia cvasipermanentă a acţiunilor, acţionând asupra părţii de secţiune luată în considerare (pozitivă pentru compresiune);

h^* – valoare de referinţă; $h^* = h$ pentru $h < 1{,}0$ m; $h^* = 1{,}0$ m pentru $h \ge 1{,}0$ m;

$k_1 = 1{,}5$ pentru compresiune; $k_1 = 2h^*/3h$ pentru întindere;

F_{cr} – forţa de întindere din tălpile secţiunii în momentul premergător fisurării sub efectul momentului încovoietor de fisurare, calculat pe baza rezistenţei $f_{ct,ef}$.

14.10.2. Controlul fisurării fără calcul direct

În cazul plăcilor din beton armat, solicitate la încovoiere fără forţă de întindere semnificativă, nu este necesar calculul deschiderii fisurilor dacă grosimea plăcii nu depăşeşte 200 mm şi dacă sunt respectate prevederile de alcătuire [13].

În cazurile în care în element este dispusă cantitatea minimă de armătură, rezultată din relaţia (14.134), deschiderea fisurilor va avea valori acceptabile dacă:

- fisurile sunt produse de deformaţiile împiedicate, dacă *diametrul barelor* nu depăşeşte valorile maxime din tabelul 14.17; σ_s este efortul unitar în armătură imediat după fisurare;
- fisurile sunt produse de încărcări, dacă *diametrul barelor* sau *distanţa dintre acestea* nu depăşesc valorile maxime din tabelul 14.17; efortul unitar σ_s se calculează pe secţiunea fisurată în combinaţia cvasipermanentă a acţiunilor.

Tabelul 14.16. Coeficientul k_c

Întindere centrică	Încovoiere cu/fără forţă axială		
	Secţiune dreptunghiulară	Inima secţiunii T sau chesonate	Tălpile întinse ale secţiunii T sau chesonate
$k_c = 1{,}0$	$k_c = 0{,}4\left(1 - \dfrac{\sigma_c}{k_1 f_{ct,ef}} \cdot \dfrac{h^*}{h}\right) \le 1$		$k_c = 0{,}9\dfrac{F_{cr}}{A_{ct} f_{ct,ef}} \ge 0{,}5$

Tabelul 14.17. Valori maxime pentru diametrul armăturilor şi distanţa dintre acestea

Efortul unitar în armătură σ_s (N/mm^2)	Diametrul maxim al armăturii (mm) pentru w_k =			Distanţa maximă dintre armături (mm) pentru w_k =		
	0,4 mm	0,3 mm	0,2 mm	0,4 mm	0,3 mm	0,2 mm
160	40	32	25	300	300	200
200	32	25	16	300	250	150
240	20	16	12	250	200	100
280	16	12	8	200	150	50
320	12	10	6	150	100	-
360	10	8	5	100	50	-
400	8	6	4	-	-	-
450	6	5	-	-	-	-

Valoarea maximă a diametrului obținută din tabelul 14.17 se poate modifica pe baza relațiilor:

$$\phi_s = \phi_s^* \frac{f_{ct,ef}}{2,9} \frac{k_c h_{cr}}{2(h-d)}$$ - în cazul în care axa neutră este plasată în secțiune;

$$\phi_s = \phi_s^* \frac{f_{ct,ef}}{2,9} \frac{h_{cr}}{4(h-d)}$$ - în cazul în care secțiunea este fisurată în întregime

în care: ϕ_s este diametrul maxim corectat al barei;

ϕ_s^* – diametrul maxim al bare obținut din tabelului 14.17;

k_c – conform tabelului 14.16;

h_{cr} – înălțimea zonei întinse în momentul premergător formării primei fisuri, luând în considerare și forța axială în combinația cvasipermanentă a acțiunilor;

d – înălțimea utilă a secțiunii până la centrul de greutate al celei mai îndepărtate armături.

La grinzile cu înălțime totală mai mare de 1,0 m, la care armătura principală longitudinală rezultată din calculul de rezistență este concentrată pe o porțiune redusă a înălțimii, pentru a menține sub control starea de fisurare, se prevede o armare suplimentară longitudinală pe fețele laterale ale grinzii. Această armătură va fi plasată în interiorul etrierilor și va fi distribuită uniform între armătura întinsă și axa neutră. Aria secțiunii de armătură nu va fi mai mică decât cea rezultată din relația (14.134), adoptând $k = 0,5$ și $\sigma_s = f_{yk}$. Distanțele dintre bare și diametrul acestora pot fi stabilite și cu ajutorul tabelului 14.17, considerând solicitarea de întindere centrică și un efort unitar egal cu jumătate din valoarea admisă pentru armătura longitudinală întinsă principală.

14.10.3. Calculul deschiderii fisurilor

Valoarea deschiderii fisurilor se poate obține din relația:

$$w_k = s_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \qquad (14.135)$$

unde: $s_{r,max}$ este distanța maximă dintre fisuri;

ε_{sm} – deformația specifică medie în armătură sub combinația cvasipermanentă a acțiunilor, inclusiv efectul deformațiilor impuse și luând în considerare contribuția betonului întins dintre fisuri;

ε_{cm} – deformația specifică medie a betonului întins dintre fisuri.

Mărimea $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ se poate calcula cu relația:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t f_{ct,ef}\left(\rho_{ef}^{-1} + \alpha_e\right)}{E_s} \geq 0,6\frac{\sigma_s}{E_s} \qquad (14.136)$$

unde: σ_s este efortul unitar în armătura întinsă, calculat în stadiul fisurat;

$\alpha_e = E_s / E_{cm}$;

$\rho_{ef} = A_s / A_{c,ef}$;

$h_{c,ef} = min\left[2,5(h-d); (h-x)/3; h/2\right]$ conform figurii 14.42;

$A_{c,ef}$ – aria efectivă de beton întins (aria de beton care înconjoară armătura întinsă) de înălțime $h_{c,ef}$; dacă toată secțiunea este fisurată, aria efectivă se calculează separat pentru fiecare margine în parte (fig. 14.42c);

k_t – coeficient care ia în considerare influența duratei de încărcare; $k_t = 0,6$ pentru încărcări de scurtă durată; $k_t = 0,4$ pentru încărcări de durată.

Dacă distanța dintre armături este mai mică sau egală cu $5(c + \phi/2)$, distanța maximă dintre fisuri poate fi calculată cu relația:

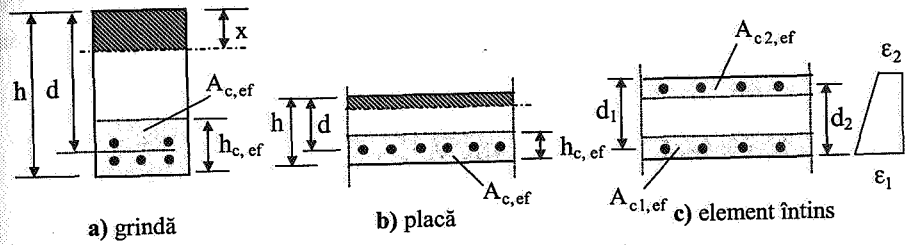
$$s_{r,max} = 3,4c + 0,425k_1 k_2 \phi / \rho_{ef} \qquad (14.137)$$

unde: ϕ este diametrul barei; dacă barele au diametre diferite, se va utiliza un diametru echivalent determinat pe baza relației principiale $\phi_{ech} = \Sigma n\phi^2 / \Sigma n\phi$, n fiind numărul barelor de diametru ϕ;

c – grosimea stratului de acoperire cu beton;

k_1 – coeficient care ține cont de proprietățile de aderență ale armăturilor; pentru barele de înaltă aderență (cu profil periodic) $k_1 = 0,8$; pentru barele netede $k_1 = 1,0$;

k_2 – coeficient care ține cont de distribuția deformațiilor specifice; pentru încovoiere $k_2 = 0,5$; pentru întindere centrică $k_2 = 1,0$; pentru întindere excentrică $k_2 = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2\varepsilon_1$, ε_1 și $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ fiind deformațiile specifice, la extremitățile secțiunii, determinate pe secțiunea fisurată (fig.14.42c).



a) grindă **b)** placă **c)** element întins

Fig. 14.42. Aria efectivă întinsă de beton

Dacă distanța dintre armături este mai mare decât $5(c + \phi/2)$ (fig.14.43), se poate calcula o limită superioară a deschiderii fisurilor, pe spațiul dintre armături, pornind de la:

$$s_{r,max} = 1,3(h - x) \qquad (14.138)$$

Față de rezultatul conferit de relațiile (14.137) și (14.138), trebuie subliniat faptul că pentru durabilitatea elementelor este mai importantă deschiderea fisurilor în dreptul armăturii, de aceea verificarea trebuie făcută în primul rând pe baza relației (14.137).

În cazul elementelor bidimensionale cu armătură dispusă ortogonal este posibil ca între armături și fisuri să existe un unghi mai mare decât 15°, caz în care distanța dintre fisuri se poate evalua cu relația:

$$s_{r\,max} = \left(\frac{\cos\theta}{s_{r\,max,y}} + \frac{\sin\theta}{s_{r\,max,z}} \right)^{-1}$$

în care θ este unghiul dintre armătura de pe direcția y și direcția efortului unitar principal de întindere, $s_{r\,max,y}$ și $s_{r\,max,z}$ determinându-se conform celor de mai sus.

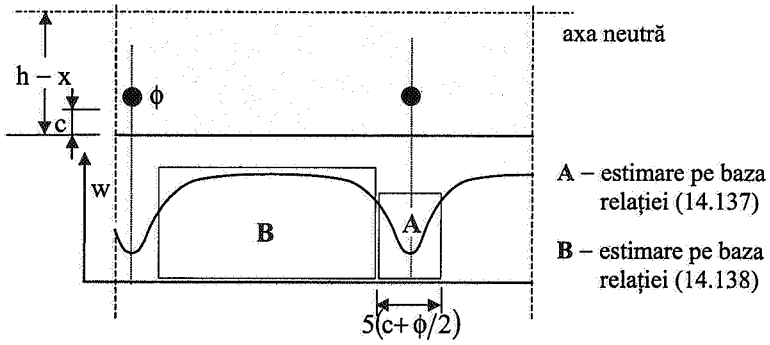


Fig. 14.43. Variația deschiderii fisurii în raport cu distanța dintre bare

Aplicația numerică 14.22. *Verificarea la fisurare a unei plăci de planșeu monolit*

Se cere verificarea la fisurare a unei plăci cu grosimea de 16 cm, care este parte componentă a unui planșeu dintr-o clădire administrativă. Clasa de expunere este XC1, căreia îi corespunde deschiderea maximă a fisurilor $w_{max} = 0{,}4$ mm (tabelul 14.15). Materiale: beton de clasă C25/30 și armătură din oțel PC52. Armarea rezultată în urma dimensionării la starea limită ultimă este ϕ12/19 cm ($A_s = 5{,}95$ cm^2/m). Grosimea stratului de acoperire cu beton este de 1,5 cm, rezultând înălțimea utilă $d = 16 - 1{,}5 - 0{,}6 = 13{,}9$ cm. În combinația cvasi-permanentă a rezultat momentul încovoietor $M_{Eqp} = 12{,}6$ kNm.

$$f_{ck} = 25\ \text{N/mm}^2;\ f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{25}{1{,}5} = 16{,}7\ \text{N/mm}^2;\ f_{ctm} = 2{,}6\ \text{N/mm}^2;$$

$$E_{cm} = 31000\ \text{N/mm}^2;\ \varphi(\infty, t_0) = 3{,}0;$$

$$f_{yk} = 345\ \text{N/mm}^2;\ f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{345}{1{,}15} = 300\ \text{N/mm}^2;\ E_s = 210000\ \text{N/mm}^2;$$

Calculul armăturii minime

Aria minimă de armătură se obține din relația (14.134), folosind următoarele valori:

$A_{ct} = 0{,}5bh = 0{,}5 \cdot 1000 \cdot 160 = 80000$ mm^2;

$\sigma_s = f_{yk} = 435$ N/mm^2;

$f_{ct,ef} = f_{ctm} = 2{,}6$ N/mm^2 – pentru $t = 28$ zile;

$k = 1{,}0$; $k_c = 0{,}4$ deoarece $\sigma_c = 0$;

$A_{s,min} = k_c k f_{ct,ef} A_{ct} / \sigma_s = 0{,}4 \cdot 1{,}0 \cdot 2{,}6 \cdot 80000/435 = 241\ \text{mm}^2 = 2{,}41$ cm^2/m;

$A_s = 5{,}95 > A_{s,min} = 2{,}41$ cm^2/m.

Calculul eforturilor unitare în secțiunea fisurată

Calculul eforturilor unitare se face pe baza diagramei din figura Apl.14.22.

Starea de eforturi unitare în stadiul fisurat este în corelație cu deformațiile totale ale elementului (inclusiv efectul curgerii lente) în combinația cvasipermanentă a acțiunilor. Din acest motiv, eforturile unitare se calculează pe baza valorii efective a modulului de elasticitate al betonului, relația (14.142):

$$E_{c,ef} = E_{cm} / [1 + \varphi(\infty, t_0)] = 31000/(1 + 3{,}0) = 7750\ \text{N/mm}^2$$

în funcție de care rezultă $\alpha_{e,ef} = E_s / E_{c,ef} = 210000/7750 = 27{,}1$

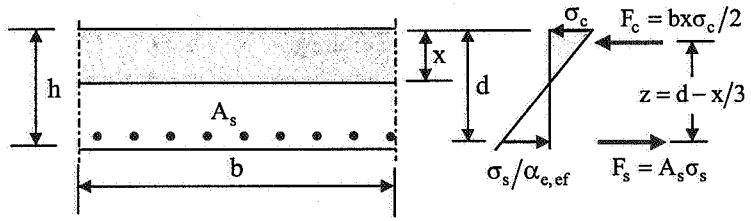


Fig. Apl.14.22.

Înălțimea zonei comprimate se obține din ecuația de momente statice în raport cu axa neutră:

$$0{,}5bx^2 - \alpha_{e,ef} A_s (d - x) = 0$$

Pentru $x = \xi d$ rezultă ecuația:

$$\xi^2 - 2\alpha_{e,ef}\rho(1 - \xi) = 0$$

a cărei rădăcină este:

$$\xi = \alpha_{e,ef}\rho\left(\sqrt{1 + 2/\alpha_{e,ef}\rho} - 1\right) = 27{,}1 \cdot 0{,}0043\left(\sqrt{1 + 2/27{,}1 \cdot 0{,}0043} - 1\right) = 0{,}38$$

în care $\rho = A_s / bd = 595/1000 \cdot 139 = 0{,}0043$ este coeficientul geometric de armare.

$$x = \xi d = 0{,}38 \cdot 139 = 52{,}8\ \text{mm}$$

Efortul unitar în armătură este:

$$\sigma_s = \frac{M_{Eqp}}{A_s(d - x/3)} = \frac{12{,}6 \cdot 10^6}{595 \cdot (139 - 52{,}8/3)} = 174{,}4\ \text{N/mm}^2$$

Verificarea distanței maxime dintre bare

Distanța efectivă dintre bare (190 mm) este mai mică decât valoarea maximă admisă (300 mm), obținută din tabelul 14.17 în funcție de $\sigma_s = 174{,}4$ N/mm^2 și $w_{max} = 0{,}4$ mm, ceea ce indică lipsa unor deschideri excesive ale fisurilor. Totuși, în mod exemplificativ, în cele ce urmează, se prezintă calculul deschiderii fisurilor conform relației (14.137).

Calculul deschiderii fisurilor

$$s_{r,max} = 3{,}4c + 0{,}425 k_1 k_2 \phi / \rho_{ef} = 3{,}4 \cdot 15 + 0{,}425 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 12/0{,}0167 = 173{,}2\ \text{mm}$$

Pentru utilizarea relațiilor (14.135) și (14.136) sunt necesare următoarele valori:

- $k_t = 0{,}4$ pentru încărcări de lungă durată;
- înălțimea efectivă a zonei întinse de beton:

$$h_{c,ef} = min\begin{cases} 2{,}5(h-d) = 2{,}5\cdot(160-139) = 52{,}5 \\ (h-x)/3 = (160-52{,}8)/3 = 35{,}7 \\ h/2 = 160/2 = 80 \end{cases} \Big| \rightarrow \text{deci } h_{c,ef} = 35{,}7 \text{ mm}$$

- aria efectivă de beton întins $A_{c,ef} = bh_{c,ef} = 1000\cdot 35{,}7 = 35700 \text{ mm}^2$
- coeficientul geometric efectiv de armare $\rho_{ef} = A_s / A_{c,ef} = 595/35700 = 0{,}0167$
- coeficientul α_e pentru momentul apariției primei fisuri ($t = 28$ zile):

$$\alpha_e = E_s / E_{cm} = 210000/31000 = 6{,}77$$

- diferența $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ rezultă din relația (14.136)

$$max\begin{cases} \dfrac{\sigma_s - k_t f_{ct,ef}\left(\rho_{ef}^{-1} + \alpha_e\right)}{E_s} = \dfrac{177{,}4 - 0{,}4\cdot 2{,}6\cdot\left(0{,}0167^{-1} + 6{,}77\right)}{210000} = 0{,}0005 \\ 0{,}6\dfrac{\sigma_s}{E_s} = 0{,}6\dfrac{174{,}4}{210000} = 0{,}000498 \end{cases}$$

deci $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0{,}0005$.

Valoarea deschiderii fisurilor este:

$$w_k = s_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 173{,}2\cdot 0{,}0005 \cong 0{,}087 \text{ mm} < w_{max} = 0{,}4 \text{ mm}$$

Aplicația numerică 14.23. *Verificarea la fisurare a unei grinzi prefabricate*

Se cere verificarea la fisurare a unei grinzi prefabricate cu secțiune T (fig. Apl.14.23) care face parte din acoperișul unei construcții industriale încadrată în clasa de expunere XC1. Din tabelul 14.15 rezultă deschiderea maximă a fisurilor $w_{max} = 0{,}4$ mm. Încărcările se aplică la 90 de zile de la turnarea betonului. Materiale: beton de clasă C25/30, realizat cu ciment cu întărire normală (*N*) și armătură din oțel PC52. În combinația cvasipermanentă a rezultat momentul încovoietor $M_{Eqp} = 112{,}1$ kNm. Pe baza calculului la starea limită ultimă, în secțiune s-au prevăzut 5ϕ20 ($A_s = 15{,}70$ cm^2) cu dispunere pe două rânduri (3ϕ20 + 2ϕ20).

$$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2;\ f_{cd} = \alpha_{cc}\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1{,}0\frac{25}{1{,}5} = 16{,}7 \text{ N/mm}^2;$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 33 \text{ N/mm}^2;\ f_{ctm} = 2{,}6 \text{ N/mm}^2;\ E_{cm} = 31000 \text{ N/mm}^2;$$

$$f_{yk} = 345 \text{ N/mm}^2;\ f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{345}{1{,}15} = 300 \text{ N/mm}^2;\ E_s = 210000 \text{ N/mm}^2.$$

Corecția caracteristicilor betonului datorită timpului (conform punctului 14.2.1.2)

$$\beta_{cc}(t) = exp\left[s\left(1 - \sqrt{28/t}\right)\right] = exp\left[0{,}25\cdot\left(1 - \sqrt{28/90}\right)\right] = e^{0{,}111} = 1{,}117;$$

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm} = 1{,}117\cdot 33 = 36{,}9 \text{ N/mm}^2;$$

$$f_{ctm}(t) = [\beta_{cc}(t)]^{\alpha} f_{ctm} = 1{,}117^{2/3}\cdot 2{,}6 = 2{,}8 \text{ N/mm}^2;$$

$$E_{cm}(t) = [f_{cm}(t)/f_{cm}]^{0{,}3} E_{cm} = [\beta_{cc}(t)]^{0{,}3} E_{cm} = 1{,}117^{0{,}3}\cdot 31000 = 32046 \text{ N/mm}^2.$$

Caracteristica curgerii lente se obține din figura 14.2 în funcție de:

- vârsta betonului la momentul încărcării $t_0 = 90$ zile;
- utilizarea unui ciment cu întărire normală (*N*);
- aria secțiunii $A_c = 25\cdot 55 + 20\cdot 15 = 1675$ cm^2;
- perimetrul supus uscării $u = 45 + 2\cdot 55 + 25 + 2\cdot 10 = 200$ cm;
- grosimea fictivă $h_0 = 2A_c/u = 2\cdot 1675/200 = 16{,}75$ cm;

În funcție de valorile de mai sus, din figura 14.2 se obține $\varphi(\infty, t_0) = 2{,}39$.

Armarea minimă se determină cu relația (14.134), utilizând valorile ce urmează:

- poziția centrului de greutate al secțiunii nefisurate în raport cu marginea superioară:

$$x'_G = \frac{25\cdot 55^2/2 + 20\cdot 15^2/2}{25\cdot 55 + 20\cdot 15} = 23{,}9 \text{ cm};$$

- poziția centrului de greutate al secțiunii nefisurate în raport cu marginea inferioară:

$$x_G = 55 - 23{,}9 = 31{,}1 \text{ cm};$$

- $A_{ct} = 311\cdot 250 = 77750$ mm^2
- $\sigma_s = f_{yk} = 435$ N/mm^2
- $f_{ct,ef} = f_{ctm}(t) = 2{,}8$ N/mm^2 – pentru $t = 90$ zile
- $k = 0{,}825$ valoare obținută prin interpolare în funcție de înălțimea grinzii
- $k_c = 0{,}4$ deoarece $\sigma_c = 0$
- $A_{s,min} = k_c k f_{ct,ef} A_{ct}/\sigma_s = 0{,}4\cdot 0{,}825\cdot 2{,}8\cdot 77750/435 = 165 \text{ mm}^2 = 1{,}65 \text{ cm}^2$

$$A_s = 15{,}70 > A_{s,min} = 1{,}65 \text{ cm}^2$$

Calculul efortului unitar σ_s în secțiunea fisurată

Eforturile unitare în stadiul fisurat sunt în corelație cu deformațiile totale ale elementului (inclusiv efectul curgerii lente) în combinația cvasipermanentă a acțiunilor. Din acest motiv, eforturile unitare se calculează pe baza valorii efective a modulului de elasticitate al betonului pe baza relației (14.142):

$$E_{c,ef} = E_{cm}/[1 + \varphi(\infty, t_0)] = 31000/(1 + 2{,}39) = 9145 \text{ N/mm}^2;$$

în funcție de care rezultă $\alpha_{e,ef} = E_s/E_{c,ef} = 210000/9145 \cong 23$.

Înălțimea zonei comprimate se obține din ecuația de momente statice în raport cu axa neutră (fig. Apl.14.23b):

$$0{,}5bx^2 - 0{,}5(b - b_w)(x - h_f)^2 - \alpha_{e,ef} A_s (d - x) = 0$$

$$0{,}5\cdot 450x^2 - 0{,}5(450 - 250)(x - 150)^2 - 23\cdot 1570\cdot(497 - x) = 0 \rightarrow \mathbf{x = 217} \text{ mm}$$

Efortul unitar în armătură se obține din relația:

$$\sigma_s = \frac{M_{Eqp}}{A_s z}$$

cu $z = d - x + y_{Fc}$

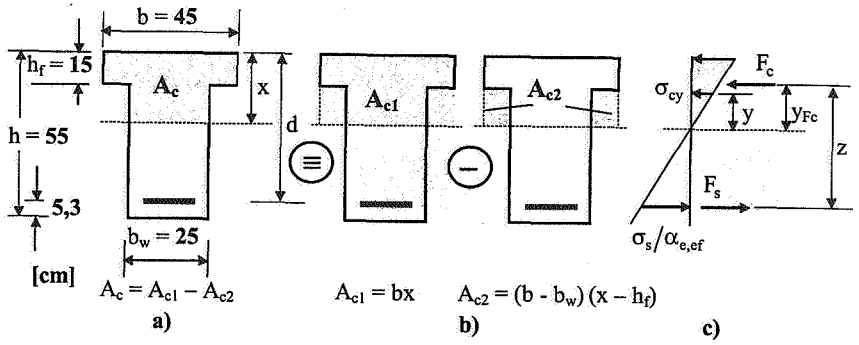


Fig. Apl.14.23.

Poziția forței F_c față de axa neutră se obține din relația principială:

$$y_{Fc} = \frac{\int_0^x \sigma_{cy} b_y y \, dy}{\int_0^x \sigma_{cy} b_y y \, dy} = \frac{\frac{\sigma_c}{x}\int_0^x b_y y^2 \, dy}{\frac{\sigma_c}{x}\int_0^x b_y y \, dy} = \frac{I_c}{S_c}$$

în care I_c și S_c reprezintă momentul de inerție, respectiv momentul static al zonei comprimate A_c în raport cu axa neutră; având în vedere figura Apl.14.23b se obține:

$$I_c = \frac{45 \cdot 21{,}7^3}{3} - \frac{20 \cdot (21{,}7-15)^3}{3} = 151270 \text{ cm}^4;$$

$$S_c = \frac{45 \cdot 21{,}7^2}{2} - \frac{20 \cdot (21{,}7-15)^2}{2} = 10146 \text{ cm}^3;$$

$y_{Fc} = 151270/10146 = 14{,}9$ cm; $z = 49{,}7 - 21{,}7 + 14{,}9 = 42{,}9$ cm;

$\sigma_s = 112{,}1 \cdot 10^6 / 1570 \cdot 429 = 166{,}4$ N/mm^2

Verificarea diametrului maxim al barelor

În funcție de $\sigma_s = 166{,}4$ N/mm^2 și $w_{max} = 0{,}4$ mm, din tabelul 14.17, prin interpolare liniară, se obține $\phi^* = 38$ mm.

Deoarece diametrul efectiv al armăturilor ($\phi 20$) este mai mic decât valoarea maximă admisă, chiar necorectată, fisurile nu vor avea deschideri excesive. Totuși, în mod ilustrativ, în cele ce urmează, se prezintă calculul deschiderii fisurilor.

Calculul deschiderii fisurilor

$$s_{r,max} = 3{,}4c + 0{,}425 k_1 k_2 \phi / \rho_{ef} = 3{,}4 \cdot 25 + 0{,}425 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 20 / 0{,}0566 = 145 \text{ mm}$$

în care s-au avut în vedere grosimea stratului de acoperire cu beton $c = 25$ mm, $k_1 = 0{,}8$ (pentru bare de înaltă aderență) și $k_2 = 0{,}5$ (pentru încovoiere), precum și coeficientul efectiv de armare ρ_{ef}, determinat conform celor de mai jos:

- $h_{c,ef} = min \begin{cases} 2{,}5(h-d) = 2{,}5 \cdot (550 - 497) = 132{,}5 \\ (h-x)/3 = (550 - 217)/3 = 111 \\ h/2 = 550/2 = 275 \end{cases} \rightarrow$ deci $h_{c,ef} = 111$ mm
- $A_{c,ef} = b h_{c,ef} = 250 \cdot 111 = 27750$ mm^2
- $\rho_{ef} = A_s / A_{c,ef} = 1570/27750 = 0{,}0566$.

Pentru utilizarea relațiilor (14.135) și (14.136) sunt necesare următoarele valori:

- $k_t = 0{,}4$ pentru încărcări de lungă durată;
- coeficientul α_e se determină pentru momentul aplicării încărcării $t = 90$ zile

$$\alpha_e = E_s / E_{cm}(t) = 210000/32046 = 6{,}55;$$

- diferența $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ rezultă din relația (14.136):

$$max \begin{cases} \frac{\sigma_s - k_t f_{ct,ef}\left(\rho_{ef}^{-1} + \alpha_e\right)}{E_s} = \frac{166{,}4 - 0{,}4 \cdot 2{,}8 \cdot \left(0{,}0566^{-1} + 6{,}55\right)}{210000} = 0{,}00066 \\ 0{,}6\frac{\sigma_s}{E_s} = 0{,}6\frac{166{,}4}{210000} = 0{,}000475 \end{cases}$$

deci $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0{,}00066$.

Valoarea deschiderii fisurii este:

$$w_k = s_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 145 \cdot 0{,}00066 \cong 0{,}096 \text{ mm} < w_{max} = 0{,}4 \text{ mm}.$$

14.11. STAREA LIMITĂ DE DEFORMAȚIE

Deformațiile elementelor structurale trebuie să asigure buna funcționare sau aspectul acestora, scop în care valorile limită ale săgeților se vor stabili în funcție de natura structurii, integritatea elementelor nestructurale (pereți despărțitori ușori, geamuri, placaje ale pereților, utilități sau finisaje) sau buna funcționare a echipamentelor și/sau aparatelor susținute de structură. Deformațiile elementelor structurale ale planșeelor de acoperiș, de tip terasă, se vor limita astfel încât să se evite băltirea apei pe acoperișurile plate.

Se consideră că aspectul și funcționarea generală a structurii nu vor fi afectate în sens defavorabil, dacă săgeata calculată f a unei grinzi, plăci sau console supuse la încărcări cvasipermanente nu depășește valoarea $f_{lim} = L/250$, L fiind deschiderea elementului. Deformata în raport cu linia reazemelor poate fi redusă prin utilizarea contrasăgeților, realizate la turnarea elementului, dar fără ca acestea să depășească $L/250$.

Creşterea semnificativă a săgeţii, Δf, produsă după execuţia unor elemente nestructurale sensibile la deformaţii (pereţi de compartimentare, finisaje, etc.) poate cauza deteriorarea acestor categorii de elemente. Limitarea creşterii săgeţii Δf, sub încărcările cvasipermanente, la valoarea $\Delta f_{lim} = L/500$ este considerată satisfăcătoare pentru cele mai multe de situaţii de acest fel. Se pot alege alte valori în funcţie de sensibilitatea elementelor nestructurale aflate în contact cu elementul structural respectiv.

Controlul deformaţiilor, în combinaţia cvasipermanentă a acţiunilor (pct. 14.1.5), se poate face prin limitarea raportului f/L sau prin compararea săgeţii f, sau a variaţiei Δf, cu anumite valori limită.

Deformaţia reală a elementului poate diferi faţă de cea calculată, dacă momentul încovoietor produs de încărcări este apropiat de momentul încovoietor de fisurare. Aceste diferenţe depind de factori ca: variabilitatea proprietăţilor materialelor, condiţiile de mediu, istoricul aplicării încărcărilor, caracteristicile reale ale reazemelor, caracteristicile terenului de fundare, etc.

14.11.1. Controlul deformaţiilor fără calcul

În mod normal, săgeata nu va depăşi limitele indicate mai sus, dacă raportul dintre deschiderea elementului L şi înălţimea utilă a secţiunii transversale d nu depăşeşte anumite valori limită. Verificarea prin calcul este necesară pentru elementele la care această limită nu este satisfăcută sau pentru cazurile unde se aplică alte limite. Valoarea limită a raportului L/d se poate estima utilizând relaţia (14.139) sub una din formele:

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{lim} = K\left[11+1{,}5\sqrt{f_{ck}}\frac{\rho_0}{\rho}+3{,}2\sqrt{f_{ck}}\left(\frac{\rho_0}{\rho}-1\right)^{1,5}\right] \quad \text{dacă } \rho \le \rho_0 \qquad (14.139a)$$

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{lim} = K\left[11+1{,}5\sqrt{f_{ck}}\frac{\rho_0}{\rho-\rho'}+\frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}\frac{\rho'}{\rho_0}}\right] \quad \text{dacă } \rho > \rho_0 \qquad (14.139b)$$

unde: K este coeficientul care ţine cont de sistemul structural, fiind specificat în normele naţionale; valorile recomandate sunt date în tabelul 14.18;

$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}}/10^3$ – coeficientul de armare de referinţă;

ρ, ρ' – coeficienţii de armare pentru armătura întinsă, respectiv comprimată, necesară pentru starea limită ultimă la mijlocul deschiderii (sau pe reazemul consolei).

Relaţia (14.139) a fost stabilită în stadiul fisurat corespunzător stării limită de serviciu, pentru un efort unitar σ_s egal cu 310 N/mm^2, ceea ce, aproximativ, corespunde la f_{yk} = 500 N/mm^2. Dacă $\sigma_s \neq 310$ N/mm^2, valoarea obţinută din relaţia (14.139) trebuie multiplicată cu $310/\sigma_s$. Se consideră că se poate accepta:

$$310/\sigma_s = (500/f_{yk})(A_{s,ef}/A_{s,nec}) \qquad (14.140)$$

unde $A_{s,nec}$ este aria necesară din calculul la starea limită ultimă, iar $A_{s,ef}$ aria efectivă dispusă în secţiune.

Pentru secţiunile în formă de T, la care raportul între lăţimea tălpii şi cea a inimii depăşeşte 3, valoarea obţinută din relaţia (14.139) trebuie multiplicată cu 0,8.

Pentru planşeele cu grinzi şi plăci cu deschideri L (m) mai mari de 7,0 m, care suportă pereţi despărţitori expuşi la deteriorări din săgeţi excesive, valoarea obţinută din relaţia (14.139) se corectează prin multiplicare cu $7/L$.

În cazul planşeelor dală cu deschideri L (m) mai mari de 8,5 m, care suportă pereţi despărţitori expuşi la deteriorări din săgeţi excesive, valoarea obţinută din relaţia (14.139) trebuie multiplicată cu $8{,}5/L$.

Pentru cazurile comune, caracterizate de C30/37 şi $\sigma_s = 310$ N/mm^2, şi diferite tipuri de sisteme structurale, în tabelul 14.18 se dau valorile raportului $(L/d)_{lim}$. La alegerea acestui raport trebuie avut în vedere gradul de solicitare al betonului, apreciat prin procentul de armare $\rho = 100\,A_s/b_w d$; pentru alte valori ale procentului de armare se face interpolare liniară.

Tabelul 14.18. Valorile de bază ale raportului L/d pentru elemente fără forţă axială de compresiune

Sistemul structural	K	Beton puternic solicitat $\rho = 1{,}5\%$	Beton slab solicitat $\rho = 0{,}5\%$
		$(L/d)_{lim}$	
Grindă simplu rezemată sau placă simplu rezemată, armată pe una sau două direcţii	1,0	14	20
Deschiderea de margine a unei: – grinzi continue – plăci continue armate pe o direcţie – plăci continue armate pe două direcţii; pentru verificare se ia în considerare direcţia scurtă	1,3	18	26
Deschiderea interioară a unei: – grinzi continue – plăci continue armate pe una sau două direcţii	1,5	20	30
Placă rezemată direct pe stâlpi (planşeu dală); pentru verificare se ia în considerare deschiderea lungă	1,2	17	24
Consolă	0,4	6	8

14.11.2. Controlul deformaţiilor prin calcul

14.11.2.1. Modelul de calcul

Se acceptă o metodă simplificată pentru calculul deformaţiilor, bazată pe constatarea că elementul îşi consumă o parte din deformaţii în timp ce se află în stadiul nefisurat, iar o altă parte, în stadiul fisurat. Ca ipoteză de calcul se definesc următoarele două situaţii limită:

- stadiul nefisurat, când armătura şi betonul se comportă elastic, atât la întindere cât şi la compresiune;
- stadiul de fisurare completă, când influenţa betonului întins este neglijată.

Elementele din beton armat au o comportare intermediară între cele două situaţii. Pentru elementele supuse preponderent la încovoiere, o bună apreciere a comportării reale este dată de relaţia (14.141), care ţine seama de faptul că o parte a elementului se află în stadiul nefisurat, iar alta în stadiul fisurat (fig. 14.44a), realizând o interpolare între cele două stadii:

$$\alpha = (1-\zeta)\alpha_I + \zeta\alpha_{II} \qquad (14.141)$$

unde: α este parametrul considerat, care poate fi deformație specifică, săgeată, curbură, rotație, moment de inerție, moment static etc.;

α_I, α_{II} – valorile parametrului pentru stadiul nefisurat, respectiv pentru stadiul fisurat;

$\zeta = 1-\beta\left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2$ – coeficient de distribuție, care ține cont de ponderea porțiunii fisurate a elementului (extinsă pe o lungime ζs_r) față de cea nefisurată (fig. 14.44a); dacă elementul este nefisurat pe toată lungimea lui, atunci $\zeta = 0$;

$\beta = 1$ pentru o singură aplicare a încărcării de scurtă durată; $\beta = 0{,}5$ pentru încărcări de durată sau încărcări repetate;

σ_{sr} – efortul unitar în armătura întinsă imediat după apariția primei fisuri.

σ_s – efortul unitar în armătura întinsă, calculat în stadiul fisurat;

Raportul σ_{sr}/σ_s poate fi înlocuit cu raportul M_{cr}/M_{Eqp} pentru încovoiere, respectiv cu N_{cr}/N_{Eqp} pentru întindere axială, M_{cr} și N_{cr} reprezentând momentul încovoietor de fisurare, respectiv forța axială de fisurare, iar M_{Eqp} și N_{Eqp} eforturile secționale în combinația cavsipermanentă.

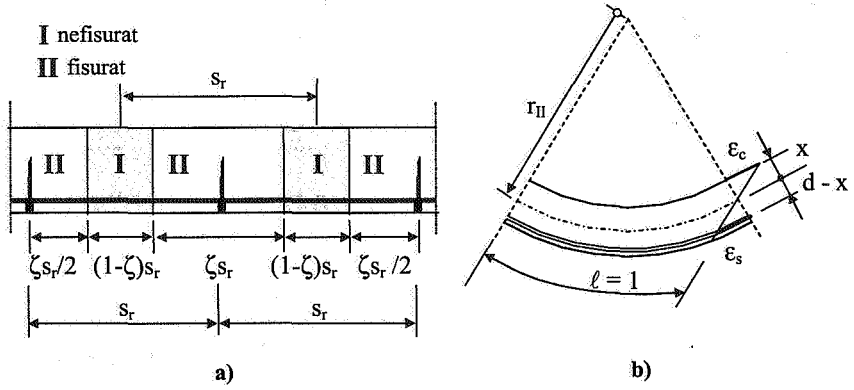


Fig. 14.44. Model pentru calcul deformațiilor

Calculul deformațiilor produse de încărcări se face pe baza modelului din figura 14.44b, presupunând că secțiune transversală este fisurată dacă efortul unitar de întindere din încovoiere depășește valoarea $f_{ct,ef}$. Rezistența $f_{ct,ef}$ poate fi considerată egală cu f_{ctm} sau $f_{ctm,fl}$ după cum evaluarea armăturii întinse minime (pct. 14.10.1) se bazează pe una din cele două valori.

Efectul curgerii lente poate fi prins în calcul prin utilizarea unei valori efective a modulului de elasticitate al betonului, conform relației:

$$E_{c,ef} = \frac{E_{cm}}{1+\varphi(\infty,t_0)} \qquad (14.142)$$

în care $\varphi(\infty,t_0)$ este coeficientului curgerii lente (pct. 14.2.1.3).

Efectul contracției se ia în considerare prin curbura:

$$\frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs}\alpha_e\frac{S_s}{I_c} \qquad (14.143)$$

unde: ε_{cs} este deformația specifică liberă din contracție (pct. 14.2.1.3);

S_s – momentul static al ariei armăturii în raport cu centrul de greutate al secțiunii;

I_c – momentul de inerție al secțiunii de beton;

$\alpha_e = E_s/E_{c,ef}$

Mărimile S_s și I_c se determină atât pentru stadiul fisurat, cât și pentru cel nefisurat, valoarea finală a curburii din contracție fiind stabilită pe baza relației (14.141).

14.11.2.2. Calculul practic al deformațiilor

Estimarea deformațiilor, fie printr-o analiză riguroasă, fie printr-una simplificată, se bazează pe curbura elementului, care este rezultatul însumării dintre curbura produsă de încărcări și cea generată de contracția betonului. Valorile celor două curburi sunt rezultatul aplicării prealabile a relației (14.141).

Pentru *determinarea riguroasă* a deformațiilor se calculează curbura într-un număr corespunzător de secțiuni în lungul elementului, săgeata obținându-se prin integrare (fig. 14.45):

$$f = \int_0^L \frac{1}{r}(x)M'(x)dx$$

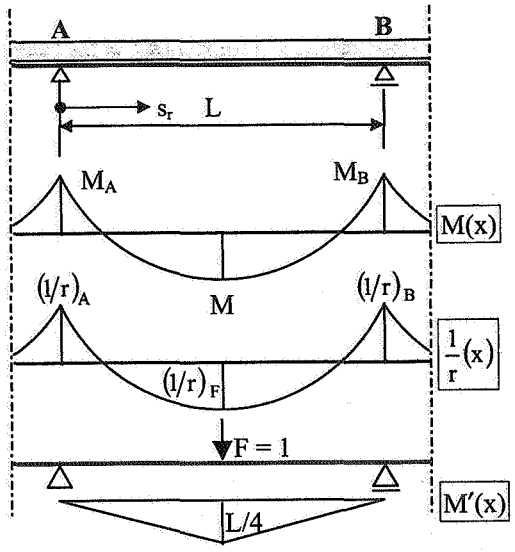


Fig. 14.45. Calculul deformațiilor

Metoda simplificată porneşte de la afinitatea dintre diagrama momentului încovoietor şi cea a deformaţiilor. În cazul elementelor încovoiate, săgeata se poate calcula cu relaţia:

$$f = S\frac{M_{Eqp}L^2}{EI}$$

Având în vedere:

$$\frac{1}{r} = \frac{M_{Eqp}}{EI}$$

se obţine:

$$f = SL^2\frac{1}{r} \qquad (14.144)$$

Coeficientul S depinde de condiţiile de rezemare ale elementului şi distribuţia încărcării, determinându-se din figura 14.46.

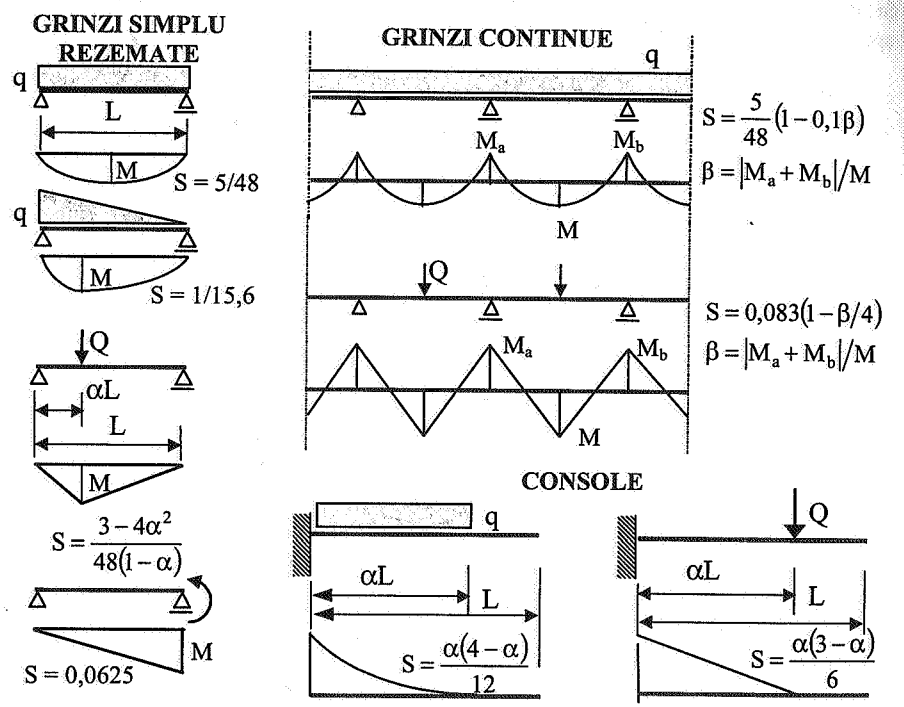


Fig. 14.46. Coeficientul *S* pentru calculul simplificat al deformaţiilor

Modul practic de calcul este ilustrat prin aplicaţia numerică 14.24, analizându-se două variante şi anume, interpolarea rotirilor (mai laborioasă), respectiv interpolarea săgeţilor (mai expeditivă). Din compararea săgeţilor obţinute prin cele două variante se constată că, practic, s-a obţinut acelaşi rezultat.

Aplicaţia numerică 14.24. *Verificarea deformaţiilor unei grinzi simplu rezemate*

Se cere calculul săgeţii pentru o grindă cu secţiunea de $b_w/h/d$ = 40/75/71 cm şi deschiderea de calcul egală cu 9,0 m, realizată din beton C45/55 şi armată cu bare din oţel S500. Din calculul la starea limită ultimă a rezultat armătura întinsă de 21,8 cm^2, alegându-se 6ϕ22 (22,8 cm^2). Acţiunile cvasipermanente, uniform distribuite, produc momentul încovoietor M_{Eqp} = 328 kNm.

$f_{ck} = 45\ \text{N/mm}^2$; $f_{ctm} = 3{,}8\ \text{N/mm}^2$; $E_{cm} = 36000\ \text{N/mm}^2$; $\varphi(\infty, t_0) = 1{,}7$

$E_{c,ef} = E_{cm}/[1+\varphi(\infty,t_0)] = 36000/(1+1{,}7) = 13333\ \text{N/mm}^2$

$\alpha_e = E_s/E_{c,ef} = 200000/13333 = 15$

Calculul efortului unitar în armătură în stadiul fisurat

$b_w x^2/2 - \alpha_e A_s(d-x) = 0$; $400x^2/2 - 15\cdot 2280(710-x) = 0 \Rightarrow$ **x = 273 mm**

$$\sigma_s = \frac{M_{Eqp}}{A_s(d-x/3)} = \frac{328\cdot 10^6}{2280\cdot(710-273/3)} = 232{,}4\ \text{N/mm}^2$$

Controlul deformaţiilor fără calcul

$$\rho = 100\frac{A_s}{b_w d} = \frac{100\cdot 2280}{400\cdot 710} = 0{,}80\,\%$$; din tabelul 14.18 rezultă $(L/d)_{lim} = 18{,}2$

Valoarea $(L/d)_{lim} = 18{,}2$ se multiplică cu următorii coeficienţi:

1,0 – pentru secţiune dreptunghiulară;

7,0/L = 7,0/9,0 = 0,777 – pentru deschidere mai mare de 7,0 m;

$310/\sigma_s = 310/232{,}4 = 1{,}33$ – pentru efort unitar diferit de 310 N/mm^2;

$(L/d)_{lim} = 1{,}0\cdot 0{,}777\cdot 1{,}33\cdot 18{,}2 = 18{,}8$

$L/d = 9{,}0/0{,}71 = 12{,}7 < (L/d)_{lim} = 18{,}8$

Deoarece $L/d < (L/d)_{lim}$, elementul nu este sensibil la deformaţii excesive; totuşi, în mod ilustrativ, se efectuează calculul săgeţii.

Controlul deformaţiilor prin calcul

Calculul coeficientul de distribuţie ζ (pct. 14.11.2.1)

- momentul încovoietor de fisurare:

$$M_{cr} = f_{ctm}W = f_{ctm}\,bh^2/6 = 3{,}8\cdot 400\cdot 750^2/6 = 142{,}5\cdot 10^6\ \text{Nmm} = 142{,}5\ \text{kNm}$$

$$\sigma_{sr} = \frac{M_{cr}}{A_s(d-x/3)} = \frac{142{,}5\cdot 10^6}{2280\cdot(710-273/3)} = 101{,}0\ \text{N/mm}^2$$

$$\zeta = 1-\beta\left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2 = 1-0{,}5\cdot\left(\frac{101{,}0}{232{,}4}\right)^2 = 0{,}905 \text{ cu } \beta = 0{,}5 \text{ pentru încărcări de durată}$$

GROUP BIROU DE STRUCTURI SRL BUCUREŞTI

Varianta I – *interpolarea curburilor* cu relația (14.141)

• efectul încărcării

- curbura corespunzătoare stadiului nefisurat

$$I_c = 400 \cdot 750^3/12 \cong 1{,}41 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$\frac{1}{r_{\text{I}}} = \frac{M_{cr}}{E_{c,ef} I_c} = \frac{142{,}5 \cdot 10^6}{13333 \cdot 1{,}41 \cdot 10^{10}} = 0{,}76 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

- curbura corespunzătoare stadiului fisurat (fig.14.44b)

$$\frac{1}{r_{\text{II}}} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} = \frac{\sigma_s}{E_s(d-x)} = \frac{232{,}4}{200000 \cdot (710-273)} = 2{,}66 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

- curbura elementului produsă de încărcări se calculează cu relația (14.141)

$$\frac{1}{r} = (1-\zeta)\frac{1}{r_{\text{I}}} + \zeta \frac{1}{r_{\text{II}}} = [(1-0{,}905) \cdot 0{,}76 + 0{,}905 \cdot 2{,}66] \cdot 10^{-6} = 2{,}48 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

• efectul contracției – relația (14.143)

- determinarea valorii contracției (pct. 14.2.1.3)

$\varepsilon_{cd\,0} = 0{,}38$ ‰ – din tabelul 14.3 pentru umiditate de 60% și beton C45/55;

$h_0 = 2A_c/u = 2 \cdot 400 \cdot 750/(2 \cdot 400 + 2 \cdot 750) \cong 260 \text{ mm} \Rightarrow k_h = 0{,}79$ (tabelul 14.4);

$\varepsilon_{cd\infty} = k_h \varepsilon_{cd\,0} = 0{,}79 \cdot 0{,}38 = 0{,}3 \text{ ‰} = 300 \cdot 10^{-6}$;

$\varepsilon_{ca\infty} = 2{,}5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} = 2{,}5(45-10) \cdot 10^{-6} = 87{,}5 \cdot 10^{-6}$;

$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} = (300 + 87{,}5) \cdot 10^{-6} = 387{,}5 \cdot 10^{-6}$.

- curbura corespunzătoare stadiului nefisurat

$S_{s\,\text{I}} = A_s(d - h/2) = 2280\,(710 - 750/2) = 763800 \text{ mm}^3$ – momentul static al armăturii în raport cu axa neutră a secțiunii brute de beton

$I_{c\,\text{I}} = 400 \cdot 750^3/12 \cong 1{,}41 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$ – momentul de inerție al secțiunii brute de beton

$$\frac{1}{r_{cs\,\text{I}}} = \varepsilon_{cs}\alpha_e \frac{S_{s\,\text{I}}}{I_{c\,\text{I}}} = 387{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \frac{763800}{1{,}41 \cdot 10^{10}} = 0{,}315 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

- stadiul II fisurat

$S_{s\,\text{II}} = A_s(d-x) = 2280(710-273) \cong 996400 \text{ mm}^3$ – momentul static al armăturii în raport cu axa neutră a secțiunii armate fisurate

$I_{c\,\text{II}} = b_w x^3/3 + \alpha_e A_s (d-x)^2 = 400 \cdot 273^3/3 + 15 \cdot 2280(710-273)^2 \cong 0{,}92 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$ – momentul de inerție al secțiunii armate fisurate

$$\frac{1}{r_{cs\,\text{II}}} = \varepsilon_{cs}\alpha_e \frac{S_{s\,\text{II}}}{I_{c\,\text{II}}} = 387{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \frac{996400}{0{,}92 \cdot 10^{10}} \cong 0{,}63 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

- curbura elementului generată de contracție se calculează cu relația (14.141)

$$\frac{1}{r_{cs}} = (1-\zeta)\frac{1}{r_{cs\,\text{I}}} + \zeta \frac{1}{r_{cs\,\text{II}}} = [(1-0{,}905) \cdot 0{,}315 + 0{,}905 \cdot 0{,}63] \cdot 10^{-6} = 0{,}60 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

• calculul săgeții – relația (14.144) cu $S = 5/48$ din figura 14.46

$$\frac{1}{r_{tot}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r_{cs}} = (2{,}48 + 0{,}6) \cdot 10^{-6} = 3{,}08 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$f = SL^2 \frac{1}{r} = \frac{5}{48} \cdot 9000^2 \cdot 3{,}08 \cdot 10^{-6} = 25{,}99 \text{ mm} \cong 2{,}6 \text{ cm}$$

Varianta II – *interpolarea săgeților* cu relația (14.141)

• calculul săgeții în stadiul nefisurat

- efectul încărcării

$$\frac{1}{r_{\text{I}}} = \frac{M_{Eqp}}{E_{c,ef} I_{c1}} = \frac{328 \cdot 10^6}{13333 \cdot 1{,}41 \cdot 10^{10}} = 1{,}74 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

- efectul contracției

$S_{s\,\text{I}} = 763800 \text{ mm}^3$ – ca în cazul variantei I

$I_{c1} = 1{,}41 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$ – ca în cazul variantei I

$$\frac{1}{r_{cs\,\text{I}}} = \varepsilon_{cs}\alpha_e \frac{S_{\text{I}}}{I_{\text{I}}} = 387{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \frac{763800}{1{,}41 \cdot 10^{10}} = 0{,}315 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

- săgeata în stadiul nefisurat

$$f_{\text{I}} = SL^2 \frac{1}{r_{tot}} = \frac{5}{48} \cdot 9000^2 \cdot (1{,}74 + 0{,}315) \cdot 10^{-6} = 17{,}34 \text{ mm}$$

• calculul săgeții în stadiul fisurat

- efectul încărcării

$$\frac{1}{r_{\text{II}}} = \frac{\sigma_s}{E_s(d-x)} = \frac{232{,}4}{200000 \cdot (710-273)} = 2{,}66 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

- efectul contracției

$S_{s\,\text{II}} = 996400 \text{ mm}^3$ – ca în cazul variantei I

$I_{c\,\text{II}} = 0{,}92 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$ – ca în cazul variantei I

$$\frac{1}{r_{cs\,\text{II}}} = \varepsilon_{cs}\alpha_e \frac{S_{s\,\text{II}}}{I_{c\,\text{II}}} = 387{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \frac{996400}{0{,}92 \cdot 10^{10}} \cong 0{,}63 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

- săgeata în stadiul fisurat

$$f_{\text{II}} = SL^2 \frac{1}{r_{tot}} = \frac{5}{48} \cdot 9000^2 \cdot (2{,}66 + 0{,}63) \cdot 10^{-6} = 27{,}76 \text{ mm}$$

• săgeata elementului din beton armat se obţine cu relaţia (14.141)

$$f = (1-\zeta) f_{\mathrm{I}} + \zeta f_{\mathrm{II}} = (1-0{,}905)\cdot 17{,}42 + 0{,}905 \cdot 27{,}76 = 26{,}78 \text{ mm} = 2{,}7 \text{ cm}$$

Starea limită de deformaţii este respectată deoarece:

$$f = 2{,}7 < L/250 = 900/250 = 3{,}6 \text{ cm}.$$

BIBLIOGRAFIE

1. *** BAEL 91 Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites, Paris, 1992
2. *** Bond of Reinforcement in Concrete, State-of-art Report, FIB, Bulletin 10, Sprint-Druck Stuttgart, 2000
3. *** C 140 Normativ pentru executarea lucrărilor din beton şi beton armat
4. *** C 28-83 Instrucţiuni tehnice pentru sudarea armăturilor din oţel-beton
5. *** Calcul de structures en béton - EC2 Partie 1-1: Règles générales et règles pour les bâtiments, Institut Belge de Normalisation, NBN b15-002, Bruxelles, 1995
6. *** Calculul structurilor din beton, beton armat şi beton precomprimat - Eurocode 2 - Exemple de calcul, Tempus Phare Project, Timişoara, 1997
7. *** CEB-FIP MODEL CODE 1990, Bulletin d'Information CEB nr. 203
8. *** Concrete Structures Euro-Design Handbook, Ernst & Sohn, Berlin, 1995
9. *** Design Aids for Eurocode 2, E&FN SPON, London, 1997
10. *** DIN 1045 Beton und Stahlbeton - Bemesung und Ausführung, Beton - Kalender, Ernst & Sohn, Berlin, 1994
11. *** Durabilité pour tous - une composante essentielle de la qualité, Séminaire de formation, École Normale Superieur du Cachan, 1993
12. *** EUROPEAN STANDARD prEN 1990; Eurocode – Basis of structural design
13. *** EUROPEAN STANDARD prEN 1992-1-1; Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings; decembrie 2003
14. *** Manual of Concrete Practice, American Concrete Institute,1996
15. *** Manual pentru calculul construcţiilor, Editura Tehnică, Bucureşti, 1959
16. *** Modificări la prescripţiile tehnice republicane, Buletinul Construcţiilor, 3/1986
17. *** NE 012-99 Cod de practică pentru executarea lucrărilor din beton, beton armat şi beton precomprimat, Bucureşti, 1999
18. *** NP 007-97 Cod de proiectare pentru structuri în cadre din beton armat
19. *** P100-92 Normativ pentru proiectarea antiseismică a construcţiilor de locuinţe, social-culturale, agrozootehnice şi industriale
20. *** P10-86 Normativ pentru proiectarea şi executarea lucrărilor de fundaţii directe la construcţii
21. *** P59-86 Instrucţiuni tehnice pentru proiectarea şi folosirea armării cu plase sudate a elementelor din beton
22. *** P85-96 Cod pentru proiectarea construcţiilor cu pereţi structurali din beton armat
23. *** SR 438-4:1998 Sârmă cu profil periodic obţinută prin deformare plastică la rece
24. *** SREN 10002-1:95 Materiale metalice. Încercarea la tracţiune. Partea 1 - Metode de încercare (la temperatura ambiantă)
25. *** ST 009-96 Specificaţie tehnică privind cerinţe şi criterii de performanţă pentru produse de oţel utilizate ca armături în structuri din beton
26. *** ST 009-96 Specificaţie tehnică privind cerinţe şi criterii de performanţă pentru produse de oţel utilizate ca armături în structuri din beton; Revizuire 2003

27. *** STAS 10100/0-75 Principii generale de verificare a siguranței construcțiilor
28. *** STAS 10101/0-75 Acțiuni în construcții. Clasificarea și gruparea acțiunilor
29. *** STAS 10101/0A-75 Acțiuni în construcții. Clasificarea și gruparea acțiunilor pentru construcții civile și industriale
30. *** STAS 10101/2A1-78 Acțiuni datorite procesului de exploatare pentru construcții civile și industriale
31. *** STAS 10107/0-90 Construcții civile și industriale - Calculul și alcătuirea elementelor structurale din beton, beton armat și beton precomprimat
32. *** STAS 1275-89 Încercări pe betoane. Încercări pe betonul întărit. Determinarea rezistențelor mecanice
33. *** STAS 1546-50 Construcții civile și industriale. Calculul elementelor din beton
34. *** STAS 2414-91 Încercări pe betoane. Determinarea densității, compactității și porozității betonului întărit
35. *** STAS 2833-80 Încercări pe betoane. Determinarea contracției axiale a betonului întărit
36. *** STAS 438/1-89 Oțel beton laminat la cald
37. *** STAS 438/2-91 Sârmă rotundă trefilată
38. *** STAS 438/3-89 Plase sudate
39. *** STAS 5511-89 Încercări pe betoane. Determinarea aderenței dintre beton și armătură. Metoda prin smulgere
40. *** STAS 5585-71 Încercări pe betoane. Determinarea modulului de elasticitate static la compresiune al betonului
41. *** STAS 8000-67 Construcții civile și industriale - Calculul și alcătuirea elementelor din beton, beton armat și baton precomprimat
42. *** STAS 9602-90 Beton de referință. Prescripții pentru confecționare și încercări
43. *** Structural Concrete, Bulletin 1, 2, 3, FIB, Sprint-Druck Stuttgart, 1999
44. *** Structural Concrete, IABSE Colloqium, Stuttgart, 1991
45. Agent R., Bănuț V. - Calculul structurilor din beton armat cu stâlpi zvelți, Editura Tehnică, București, 1979
46. Agent R., Constantinescu D. - Dimensionarea directă și optimizarea armăturii la elementele din beton armat cu secțiuni dreptunghiulare, solicitate la compresiune cu excentricitate oblică - Construcții nr. 5, 1984
47. Agent R., Dumitrescu D., Postelnicu T. - Îndrumător pentru calcul și alcătuirea elementelor de beton armat, Editura Tehnică, București, 1992
48. Avram C. - Betonul armat în România, Editura Tehnică, București, 1987
49. Avram C. - Betonul armat. Proiectarea și dimensionarea secțiunilor, Editura Tehnică, București, 1952
50. Avram C., Bob C. - Noi tipuri de betoane speciale, Editura Tehnică, București, 1980
51. Avram C., Bob C., Friedrich R., Stoian V. - Structuri din beton armat. Metoda elementelor finite. Teoria echivalențelor, Editura Academiei Române, București, 1984
52. Avram C., Deutsch I., Pop A., Weisz - Birnholz A. - Proiectarea economică a elementelor de construcții din beton armat, Editura Facla, Timișoara, 1979
53. Avram C., Făcăoaru I, Filimon I., Mîrșu O., Tertea I. - Rezistențele și deformațiile betonului, Editura Tehnică, București, 1981

54. Avram C., Filimon I., Clipii T. - Calculul capacității portante a elementelor din beton slab armat în construcții masive, Hidrotehnica nr. 9, București, 1971
55. Avram C., Filimon I., Clipii T. - Considerații asupra stărilor limită de formare și deschidere a fisurilor la elemente liniare din beton slab armat, Hidrotehnica nr. 2, București, 1973
56. Avram C., Filimon I., Deutsch I., Clipii T. - Crack Control and Crack Width in Low Reinforced Concrete Members, Corso di perfezionamente per le construzzione in cemento armato Fratelli Pesenti, Studi e ricerche, Politechnico di Milano, 1979
57. Beckett D., Alexandrou A. – Introduction to Eurocode 2, E&FN SPON, London, 1997
58. Benton R. - Basic Structural Detailing, Longman Scientific & Technical, 1991
59. Binda L., Mollina C. - Building Materials Durability: Semi-Markov Approach, Journal of Materials in Civil Engineering, vol. 2, no. 4, 1990
60. Bob C. - Verificarea calității, siguranței și durabilității construcțiilor, Editura Facla, Timișoara, 1989
61. Bob C., Buchman I., Jebeleanu E., Roșu M., Roșu C. - Materiale de construcții, Universitatea Tehnică, Timișoara, 1995
62. Bob C., Clipii T., Ilca A. - The diagnosis of the concrete carbonation, Diagnosis of Concrete - International RILEM-IMEKO Conference, Bratislava, 1991
63. Bocca P., Carpinteri A., Valente S. - Mixed Mode Fracture of Concrete, International journal of Solids and Structures vol. 27, no. 9, Pergamon Press PLC, 1991
64. Bosco C, Carpinteri A. - Fracture Behaviour of Beam Cracked Across Reinforcement, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, vol. 17, no. 1, North-Holland Amsterdam, 1992
65. Bota V. - Structuri compuse oțel-beton și beton precomprimat-beton armat, Editura Tehnică, București, 1975
66. Cadar I. - Mortare și betoane armate cu fibre de sticlă, Teză de doctorat, Institutul Politehnic "Traian Vuia", Timișoara, 1980
67. Cărare T. - Oțeluri superioare pentru betonul armat și betonul precomprimat, Editura Tehnică, București, 1969
68. Clipii T. - Beton armat, Institutul Politehnic "Traian Vuia", Timișoara, 1988
69. Clipii T. - Calculul elementelor de beton armat supuse la compresiune excentrică, Buletinul Științific și Tehnic al Universității Tehnice Timișoara - Seria Construcții, Tom 37(51), 1992
70. Clipii T. - Concrete work quality related to durability of elements, Failure of concrete structures - International RILEM-IMEKO Conference, Strbske Pleso, 1993
71. Clipii T. - Considerații asupra capacității portante a elementelor din beton armat întinse excentric cu excentricitate mică, Buletinul Științific și Tehnic al Universității Tehnice Timișoara - Seria Construcții, Tom 36, fascicola 1-2, 1991
72. Clipii T., Toma A., Furdui C., Mateescu V., Tudor A., Florea A., Jiva C. - Beton armat și precomprimat - Îndrumător de laborator, Institutul Politehnic "Traian Vuia", Timișoara, 1980
73. Constantinescu D. - Efectele structurale ale curgerii lente a betonului, Editura Academiei Române, București, 1985
74. Constantinescu D., Rosetnic V., Giurgea D. - Manual de utilizare al Programului JUMBO. Calculul stâlpilor din beton armat la compresiune excentrică oblică, Centrul de multiplicare al Institutului de Proiectări Construcții Tip, București, 1984
75. Constantinescu D., Rosetnic V., Neacșu M. - Aspecte privind proiectarea secțiunilor dreptunghiulare din beton armat la compresiune excentrică oblică - Construcții, nr. 1, 1984

76. Cuteanu E. - Rezistența materialelor și teoria elasticității, Institutul Politehnic "T. Vuia", Timișoara, 1987
77. Dotreppee J.C., Bruls A., Franssen J.M., Plumier A. - Béton armé, Université de Liège, Faculté de Sciences Appliquées, Liege, 2003
78. Dumitrescu D., Agent R., Nicula I., Găină N., Popăescu A., Weissenberg M., Lissai F., Săndulescu G., Stănescu A. - Îndrumător pentru proiectarea și calculul construcțiilor din beton armat și beton precomprimat, Editura Tehnică, București, 1978
79. Ferry Borges J., Castanheta M. - Siguranța structurilor, Editura Tehnică, București, 1974
80. Filimon I., Bob C., Clipii T. - Aspecte privind durabilitatea elementelor din beton armat și beton precomprimat, Revista Construcții, nr. 6-7, 1990
81. Filimon I., Cadar I., Friedrich R. - Beton armat și construcții, Institutul Politehnic "Traian Vuia", Timișoara, 1988
82. Filimon I., Clipii T., Jiva C., Tudor A., Florea A., Iosip-Moț Șt. - Calculul și alcătuirea elementelor din beton armat, Universitatea Tehnică, Timișoara; 1990
83. Filimon I., Deutsch I., Friedrich R., Cadar I., Pătcaș I., Clipii T., Irhașiu A., Jiva C., Tudor A., Florea A., Iosip-Moț Șt., Iovan S. - Beton armat și beton precomprimat - Îndreptar de calcul, Institutul Politehnic "Traian Vuia", Timișoara, 1986
84. Floris C., Kayoueche H., Gambarova P., Migliacci A. - Verifica agli stati limite di esercizio di sezioni rettangolari in c.a., L'industria Italiana del Cemento, 7-8/1990
85. Friedrich R. - Diagrame de interacțiune m-n pentru secțiuni dreptunghiulare, Buletinul Științific și Tehnic al Institutului Politehnic "Traian Vuia" - Seria Construcții, fascicola 2,, Timișoara, 1981
86. Friedrich R., Clipii T., Stoian V., Furtunescu A. - Manual de utilizare al Programului PLOBA, Centrul de multiplicare al Institutului de Proiectări Construcții Tip, București, 1984
87. Fuentes A. - Le béton armé après fissuration, Eyrolles, Paris, 1980
88. Gambarova P., Zasso B. - Aderenza armatura-calcestruzzo e fessurazione longitudinale da spaco: una sintesi di alcuni recenti risultati sperimentali, Corso di perfezionamente per le construzzione in cemento armato Fratelli Pesenti, Studi e ricerche, no. 7, Politechnico di Milano, 1985
89. Gelfi P., Giuriani E. - Effetti della fessurazione sugli appoggi ed in campata nelle travi contiue di c.a., La Prefabbricazione 1/1986
90. Giuriani E., Rosati G. - Comportamento di elementi tesi calcestruzzo in fase fessurata, Corso di perfezionamente per le construzzione in cemento armato, Studi e ricerche no. 8, Politechnico di Milano, 1986
91. Houde J., Marcil M.- Eléments de construction - béton et béton armé, École Polytechnique de Montréal, 1992
92. Iori I., Roberti G. M. - On the Stability of Slender R.C. Elements subjected to Short Term Cyclic Loading, Corso di perfezionamente per le construzzione in cemento armato Fratelli Pesenti, Studi e ricerche, no. 8, Politechnico di Milano, 1986
93. Ivkovic M., Pakvor A. etc. - Beton i armirani beton, Gradevinska Knjiga, Beograd, 1991
94. Köning G., WörnerJ.D., Waraven J.C. - Massivbau, Tehnische Hochschule / Institut für Massivbau, Darmstadt, 1993
95. Kessler H.-G. - Vereinfachte Druckspannungskörper im Beton, Beton- und Stahlbetonbau nr. 6, Ernst & Sohn, Berlin, 1995
96. Kiss Z., Oneț T. – Beton armat, U.T. PRES, Cluj-Napoca, 1999

97. Kollár L. – Vasbetonszerkezetek, Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1998
98. Kong F.K., Evans R.H. - Reinforced and Prestressed Concrete Design, Van Nostrand Reinhold, London, 1989
99. La Borderie C. - Phénomènes unilatéraux a l'analyse de structures endommageable: modelasation et application a l'analise de structures en béton, Thèse de doctorat de Université Pierre et Marie Curie, Paris, 1991
100. Levi F. - Il mondo dell'ingegneria civile e gli Eurocodici, L'industria Italiana del Cemento, 9/1991
101. Levi F., Marro P. - Stati limite e tensioni ammissibili, L'industria Italiana del Cemento, 11/1992
102. Marro P. - Applicazione pratica del metodo con inclinazione variabile delle bielle compresse per le erifiche a taglio e a torsione, L'industria Italiana del Cemento, 3/1992
103. Marro P. - Eurocodice 2: Stati limite di esercizio e durabilita, L'industria Italiana del Cemento, 10/1990
104. Mârșu O., Bob C. - Construcții din beton armat, Universitatea Tehnică, Timișoara, 1990
105. Mârșu O., Pop A. - Calculul la compresiune excentrică a secțiunilor inelare de beton armat, pline și cu goluri, Construcții nr. 2, București, 1976
106. Mazars J. - La modélisation du comportament de matériaux pour décrir l'endommagement des structures sous séismes, Buletinul Științific și tehnic al Universității Tehnice, Tom 38 (52), Fascicola 1, Timișoara, 1993
107. Mazars J.- Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et a la rupture du béton de structure, Thèse de doctorat d'état ès Sciences physique, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 1984
108. Măgureanu C., Oneț T. - Betonul, U.T.PRES, Cluj-Napoca, 1996
109. Mihul A., Leonte C., Nour D., Hobjilă V. - Beton, beton armat, beton precomprimat. Exemple de calcul, Institutul Politehnic, Iași, 1982
110. Mola F., Gatti M. C. - Instantaneous and Long Term Analysis of Cracked Reinforced Concrete Sections Subjected to Bending and Axial Load in Service Stage, Scuola di specializzazione in costruzioni in cemento armato, Studi e ricerche no. 16, Italcementi S.p.A., Bergamo-Editore,1995
111. Mosley W. H., Bungey J.H. - Reinforced Concrete Design, MacMillan, London, 1991
112. Neville A. M., Proprietățile betonului, Editura Tehnică, București, 1979
113. Nicolau V. - Betonul armat, Editura Tehnică, București, 1962
114. Nicula I., Oneț T. - Beton armat, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982
115. Nilson A., Darwin D., Dolan C. – Design of Concrete Structure, 13th Edition, McGraw-Hill, Boston, 2003
116. Oneț T. - Durabilitatea betonului armat, Editura Tehnică, București, 1994
117. Oneț T. - Modelarea comportării betonului armat, Institutul Politehnic, Cluj-Napoca, 1992
118. Oneț T., Olar R.I. – Beton armat, U.T. PRES, Cluj-Napoca, 2003
119. Oneț T., Tertea I. - Proiectarea betonului structural, Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 1992
120. Pop A. - Criterii tehnico - economice în proiectarea betonului armat, Teză de doctorat, Institutul Politehnic "Traian Vuia", Timișoara, 1974
121. Popescu Hr. - Calculul secțiunilor elementelor din beton armat. Proiectare rapidă, Editura Academiei Române, București, 1990
122. Popescu Hr. - Probleme ale structurilor din beton armat, Editura Academiei Române, București, 1978

123. Popescu Hr., Elenbogen M. - Parametrii de proiectare pentru betonul armat. .Dimensionare rapidă - Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1979
124. Postelnicu T., Munteanu M. – Beton armat, Partea II, Atelierele UTCB, Bucureşti, 1996
125. Prager E. - Betonul armat în România, Editura Tehnică, Bucureşti, 1979
126. Reineck K.H. - Modelling Structural Concrete with Strut-and-Tie Models Shear in B-Regions, Scuola di specializzazione in costruzioni in cemento armato, Studi e ricerche no. 14, Italcementi S.p.A., Bergamo-Editore,1993
127. Renaud H., Lamirault J. - Béton armé. Guide de calcul, Foucher, 1993
128. Sabnis G.M. - Handbook of Composite Construction Engieering, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1979
129. Sahnovschi C. V. - Construcţii de beton armat, vol I, Editura Ministerului Construcţiilor şi al Industriei Materialelor de Construcţii, Bucureşti, 1953
130. Schlaich J., Schäfer K., Design and Detailing of Structral Concrete using Strut-and-Tie models - Structural Engineer, Vol. 69, No. 6, 1991
131. Stilglat K. - Näherunsberechnung der Durchbiegungen von Biegetraggliedern aus Stahlbeton, Beton- und Stahlbetonbau nr. 4, Ernst & Sohn, Berlin, 1995
132. Stoian V., Clipii T. - Proiectarea asistată de calculator în construcţii, Universitatea Tehnică din Timişoara, 1995
133. Stoian V., Clipii T., Ciuhandu Gh., Dan S. - Conformarea antiseismică a elementelor de beton armat prin procedeul modelelor de bare, A XVI-a Conferinţă Naţională pentru Beton, Braşov, 1994
134. Stoian V., Clipii T., Ciuhandu Gh., Dan S. - Design of Reinforced Concrete Elements Using the Strut-and-Tie Method, Buletinul Ştiinţific şi Tehnic al Universităţii Tehnice Timişoara - Seria Construcţii, Tom 39(53), 1994
135. Stoian V., Clipii T., Ciuhandu Gh., Dan S., Fekete L. - Researches concerning the strut-and-tie method, Buletinul Ştiinţific şi Tehnic al Universităţii Tehnice Timişoara - Seria Construcţii, Tom 40, fascicola 1-2, 1995
136. Stoicovici D., Şerb I. - Tabele, abace şi exemple pentru calculul elementelor din beton armat la compresiune excentrică oblică, vol. III, Editura Tehnică, Bucureşti, 1979
137. Tasios Th., Yannopoulos P., Trezos C., Tsoukantas S. - Beton armat – Îndrumător de proiectare (în greceşte), Universitatea Naţională Tehnică, Atena, Universitatea Naţională Tehnică, Atena, 1983
138. Tasios Th., Yannopoulos P., Trezos C., Tsoukantas S. - Betonul armat (în greceşte), Universitatea Naţională Tehnică, Atena, 1994
139. Tertea I, Oneţ T., Păcurar V. - Proiectarea betonului armat, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1985
140. Tertea I., Oneţ T. - Verificarea calităţii construcţiilor de beton armat şi beton precomprimat, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1979
141. Walther R., Miehlbradt M. - Dimensionnement des structures en béton, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1990

ANEXE

ANEXA 1. Clasa minimă de beton pentru elementele de construcţii 494
ANEXA 2. Rezistenţele caracteristice şi valorile de bază ale rezistenţelor de calcul ale betonului 495
ANEXA 3. Coeficienţii condiţiilor de lucru pentru beton, m_{bc} şi m_{bt} 496
ANEXA 4. Modulul de elasticitate ai betonului, E_b 496
ANEXA 5. Valoarea de bază a caracteristicii deformaţiei în timp a betonului, φ_0 496
ANEXA 6. Valoarea de bază a deformaţiei specifice din contracţie, ε_c 497
ANEXA 7. Valorile coeficienţilor de corecţie k_1, k_2, k_3, k_4, k_c 497
ANEXA 8. Rezistenţele caracteristice şi de calcul ale armăturilor pentru betonul armat 498
ANEXA 9. Valorile coeficientului m_a^o 499
ANEXA 10. Valorile coeficientului m_a^s 499
ANEXA 11. Lăţimea activă b_p a tălpii comprimate a grinzilor cu secţiunea în formă de T cu $h_p \geq 0{,}05\,h$ 500
ANEXA 12. Valorile coeficientului γ pentru calculul momentului de inerţie al secţiunilor în formă de T 501
ANEXA 13. Coeficienţi pentru calculul elementelor cu secţiune dreptunghiulară sau în formă de T supuse la încovoiere, cazul I de compresiune sau întindere excentrică cu excentricitate mare ($m_{bc} = 1{,}00$) 502
ANEXA 14. Coeficienţi pentru calculul secţiunilor dreptunghiulare, armate simetric, aflate în cazul II de compresiune 504
ANEXELE 15A...D. Coeficienţii n, m, α pentru calculul elementelor cu secţiunea dreptunghiulară, armate simetric, supuse la compresiune excentrică dreaptă. 510
ANEXELE 15E, F. Coeficienţii n, m, α pentru calculul elementelor cu secţiunea dreptunghiulară, armate simetric, supuse la întindere excentrică. 514
ANEXA 16. Nomograme pentru calculul elementelor cu secţiunea dreptunghiulară, armate simetric, supuse la forţă axială cu încovoiere 516
ANEXA 17. Valorile recomandate ale coeficientului β pentru compresiune excentrică oblică 519
ANEXA 18. Valorile optimizate ale coeficienţilor k_1 si k_2 pentru compresiune excentrică oblică 519
ANEXA 19. Coeficienţi pentru calculul elementelor cu secţiune inelară, cu armătura distribuită uniform pe contur, supuse la compresiune excentrică 520
ANEXA 20A...C. Coeficienţi pentru calculul elementelor cu secţiune circulară, cu armătura distribuită uniform pe contur, supuse la compresiune excentrică 521
ANEXA 21. Coeficientul A pentru calculul distanţei dintre fisuri 524
ANEXA 22. Valorile indicelui de conlucrare ψ 524
ANEXA 23. Valorile limită ale raportului p_t/d 524
ANEXA 24. Condiţii pentru verificarea la fisurare a plăcilor armate cu plase sudate 524
ANEXA 25. Aria armăturii la plăci armate cu plase legate. 525
ANEXA 26. Diametrele, ariile secţiunilor transversale şi masa armăturilor din bare laminate 526
ANEXA 27. Caracteristicile plaselor sudate tipizate de serie mare. 527
ANEXA 28. Aria secţiunilor transversale ale barelor plaselor sudate 528
ANEXA 29. Determinări pentru verificarea produselor din oţel utilizate ca armături 529
ANEXA 30. Atestarea conformităţii produselor utilizate ca armături 530
ANEXA 31. Criterii de conformitate pentru rezistenţa la compresiune a betonului (NE 012-99) 531

ANEXA 1

Clasa minimă de beton pentru elementele de construcții

Elemente de construcții		Clasa minimă de beton		Excepții
		SR EN 206-1	**STAS 10107/0-90**	
Elemente din ***beton simplu*** cu dimensiuni care nu sunt rezultate dintr-un calcul de rezistență și blocurile din beton simplu ale fundațiilor cu cuzinet și bloc		**C2,8/3,5 C4/5**	**Bc 3,5; Bc 5**	În cazul elementelor în contact cu apa subterană, **C6/7,5 (Bc 7,5)**
Elemente din ***beton simplu*** cu dimensiuni stabilite pe baza unui calcul de rezistență, cu excepția blocurilor din beton simplu ale fundațiilor cu cuzinet și bloc		**C6/7,5**	**Bc 7,5**	În cazul elementelor în contact cu apa subterană, **C8/10 (Bc 10)**
Elemente din ***beton armat*** cu procente de armare reduse, cu armături prevăzute predominant constructiv, din OB37 (la elemente în fundații), respectiv OB37 și PC52 (la elemente în fundații și elevații)		**C8/10**	**Bc 10**	
Elemente din ***beton armat*** monolit Elemente prefabricate din ***beton armat*** cu solicitări reduse		**C12/15**	**Bc 15**	În cazul elementelor supuse la presiunea apei, **C16/20 (Bc 20)**
Elemente prefabricate din ***beton armat*** cu excepția celor cu solicitări reduse		**C16/20**	**Bc 20**	
Elemente din ***beton precomprimat*** cu armături pretensionate:	bare de tip PC90	**C20/25**	**Bc 25**	
	trefilate (sârme, toroane, lițe)	**C25/30**	**Bc 30**	În funcție de importanța elementului în structură și de regimul de solicitare, se admite **C20/25 (Bc 25)**

ANEXA 2

Rezistențele caracteristice și valorile de bază ale rezistențelor de calcul ale betonului cu masa volumică normală, conform STAS 10107/0-90

Tipul rezistenței	Simbol	Clasa de beton								
		C8/10	**C12/15**	**C16/20**	**C20/25**	**C25/30**	**C28/35**	**C32/40**	**C40/50**	**C50/60**
		Bc 10	**Bc 15**	**Bc 20**	**Bc 25**	**Bc 30**	**Bc 35**	**Bc 40**	**Bc 50**	**Bc 60**
Rezistențe caracteristice ale betonului, N/mm^2										
Compresiune	R_{ck}	8,5	12,5	16,6	20,5	24,3	28,0	31,6	38,5	45,0
Întindere	R_{tk}	0,92	1,19	1,43	1,65	1,86	2,03	2,20	2,51	2,78
Rezistențe de calcul ale betonului, valori de bază, N/mm^2										
Compresiune	R_c^*	6,5	9,5	12,5	15,0	18,0	20,5	(22,5)	(26,5)	(31,5)
Întindere	R_t^*	0,60	0,80	0,95	1,1	1,25	1,35	(1,45)	(1,65)	(1,85)

Observații:

- *pentru clasele fără corespondent* **Bc**, *adică* **C30/37, C35/45, C45/55** *și care nu sunt date în tabel, rezistențele caracteristice se obțin din relațiile*:

  $R_{ck} \equiv f_{ck\,cil} = (0{,}87 - 0{,}002R_{bk})R_{bk}$; $R_{tk} = 0{,}22\left(R_{ck}\right)^{2/3}$ *unde* R_{bk} *este rezistența caracteristică pe cub din indicativul* **C.../□**

  $R_c^* = R_{ck}/\gamma_{bc}$; $R_t^* = R_{tk}/\gamma_{bt}$, *unde* $\gamma_{bc} = 1{,}35$ și $\gamma_{bt} = 1{,}5$.
- *clasele* **C28/35** *și* **C32/40** *nu se regăsesc în* SR EN 206-1 *și rămân valabile numai până la intrarea în vigoare a Romcodului CR2.*
- *valorile din paranteze sunt rezultatul multiplicării cu un coeficient suplimentar egal cu* 0,95.

ANEXA 3

Coeficienții condițiilor de lucru pentru beton, m_{bc} și m_{bt}

Poziția de turnare		Dimensiunea cea mai mică a secțiunii mm	$m_{bc} = m_{bt}$
Verticală, cu înălțime de turnare > 1500 mm (stâlpi, diafragme, grinzi-pereți, pereți de recienți etc. din beton armat monolit) sau înclinată, cu cofraj pe toate fețele		< 300	0,75
		≥ 300	0,85
Orizontală sau verticală, cu înălțime de turnare ≤1500 mm	elemente liniare solicitate la compresiune excentrică (stâlpi prefabricați etc.)	< 300	0,85
		≥ 300	1,00
	elemente liniare solicitate la încovoiere (grinzi, rigle de cuplare ale diafragmelor etc.)	< 200	0,85
		≥ 200	1,00
	plăci	oricare	1,00

NOTĂ: Pentru elementele din beton simplu și din beton cu agregate ușoare de clasă C25/30 și C28/35, valorile coeficienților m_{bc} și m_{bt} se obțin prin multiplicarea cu 0,9 a valorilor de mai sus.

ANEXA 4

Modulul de elasticitate al betonului, E_b

Clasa de beton	C8/10	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C28/35	C32/40	C40/50	C50/60
E_b, N/mm^2	21000	24000	27000	30000	32500	34500	36000	38000	40000

ANEXA 5

Valoarea de bază a caracteristicii deformației în timp a betonului, φ_0

Clasa de beton	C8/10	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C28/35	C32/40	C40/50	C50/60
φ_0	3,70	3,30	3,00	2,80	2,70	2,65	2,60	2,50	2,45

ANEXA 6

Valoarea de bază a deformației specifice din contracție, ε_c

Caracteristica betonului	ε_{c2} ‰
Betoane obișnuite, în condiții normale de întărire	0,25
Betoane obișnuite, tratate termic	0,20
Betoane cu agregate ușoare, în condiții normale de întărire	0,50
Betoane cu agregate ușoare, tratate termic	0,40

ANEXA 7

Valorile coeficienților de corecție k_1, k_2, k_3, k_4, k_c

Criteriul de referință	Valorile de referință	Valorile coeficienților
Gradul de maturizare al betonului, exprimat prin timpul t (zile), de la turnarea betonului până la aplicarea încărcărilor permanente	$t < 28$ zile;	k_1 1,30
	$t = 28$ zile;	1,00
	$t = 60$ zile;	0,70
	$t = 90$ zile;	0,60
	$t = 120$ zile:	0,55
	$t > 180$ zile	0,50
Gradul de solicitare al betonului	$\frac{\sigma_b}{R_b} \le 0{,}5$	k_2 1,00
	$\frac{\sigma_b}{R_b} > 0{,}5$	$2{,}0\frac{\sigma_b}{R_b}$
Umiditatea relativă a mediului ambiant	$U = 40\ \%$	k_3 1,3
	$U = 60\ \%$	1,0
	$U = 100\ \%$	0,5
Dimensiunea cea mai mică a secțiunii transversale	$b \ge 300$ mm	k_4 1,00
	$b < 300$ mm	$1{,}3 - 0{,}001b$
Modul de realizare al elementului	Beton armat	k_c 1,00
	Beton precomprimat:	
	- cu arm. preîntinse	0,8
	- cu arm. postîntinse	0,6

NOTĂ: R_b este rezistența la compresiune a betonului pe cuburi la 28 de zile.

ANEXA 8

Rezistențele caracteristice și de calcul ale armăturilor pentru betonul armat

Marca de oțel	Diametrul nominal mm	Rezistența caracteristică R_{ak}, N/mm^2	Rezistența de calcul, valori de bază R_a^*, N/mm^2
PC60	6...12 14...28 32...40	420 405 395	350
PC52	6...14 16...28 32...40	355 345 335	300 300 290
OB37	6...12 14...40	255 235	210
STNB	3...4 4,5....7,1 8...10	490 440 390	370 370 325

ANEXA 9

Valorile coeficientului m_a^o

Tipul de oțel	Coeficientul de asimetrie ρ									
	- 1,0	- 0,5	- 0,2	0	+ 0,2	+ 0,4	+ 0,7	+ 0,8	+ 0,9	
	m_a^o									
PC60	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,60	0,90	1,00	1,00	1,00
PC52	0,40	0,48	0,55	0,60	0,65	0,75	1,00	1,00	1,00	1,00
OB37	0,45	0,58	0,70	0,80	0,85	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

ANEXA 10

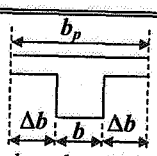
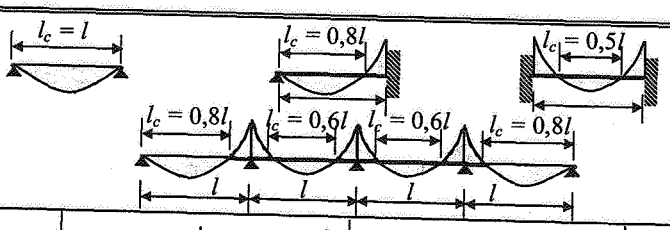
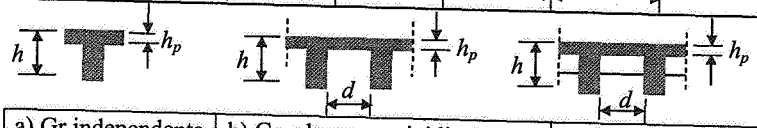
Valorile coeficientului m_a^s

Modul de realizare a sudurii	Tipul de oțel	Coeficientul de asimetrie ρ*									
		0	**0,2**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,8**	**0,9**	**1,0**	
		m_a^s									
Armături sudate:	**OB37**	0,90	0,95	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
• prin presare cap la cap, cu polizare fină a proeminențelor;	**PC52**	0,90	0,95	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
• în cochilie în mediu CO_2	**PC60**	0,90	0,95	0,95	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Armături sudate:	**OB37**	0,80	0,90	0,95	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
• prin presare cap la cap;											
• în cochilie în baie de zgură cu cusături longitudinale;	**PC52**	0,70	0,70	0,75	0,80	0,90	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
• cu eclise decalate sau cu eclise egale și cusături de racordare;	**PC60**	0,65	0,65	0,65	0,65	0,70	0,70	0,70	0,85	1,00	
• prin puncte											
Armături sudate:	**OB37**	0,75	0,80	0,85	0,90	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
• prin suprapunere;	**PC52**	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,75	0,95	1,00	
• cu perechi de eclise egale fără cusături de racordare	**PC60**	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,70	0,90	1,00	

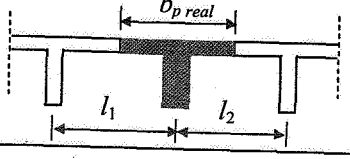
NOTĂ: * nu se admit îmbădiri prin sudură când $\rho < 0$.

ANEXA 11

Lățimea activă b_p a tălpii comprimate a grinzilor cu secțiunea în formă de T cu $h_p \geq 0{,}05\,h$

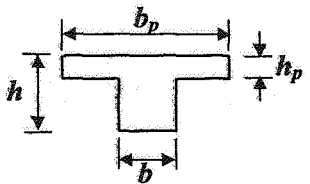
Nr. crt.	Criteriul de calcul al lățimii b_p	Limite prescrise
1	Distanța între secțiunile de moment nul	 $b_p = b + 2\Delta b$ $\Delta b = l_c/6$ 
2	Gradul de rigidizare transversală	$b_p = b + 2\Delta b$ 

a) Gr.independente sau gr. planşeu cu axa neutră în placă		b) Gr. planşeu nerigidizate prin gr. transv. sau rigidizate prin gr. la distanțe mai mari decât d		c) Gr. planşeu rigidizate prin grinzi transversale la distanțe $\leq d$
h_p/h	Δb	h_p/h	Δb	$b_p \leq l/2$; $\Delta b \geq 6h_p$ l - distanța liberă între grinzile de rigidizare
$\geq 0{,}10$	$6h_p$	$< 0{,}10$	$6h_p$	
$0{,}05 \ldots 0{,}10$	$3h_p$	$\geq 0{,}10$	nu sunt limitări față de pct. 1	
$< 0{,}05$	0			

3	Lățimea reală	$b_p \leq b_{p\,real}$	Grinzi independente sau cu placa în consolă Grinzi de planșee: $b_{p\,real} = \frac{l_1 + l_2}{2}$ 

ANEXA 12

Valorile coeficientului γ pentru calculul momentului de inerție al secțiunilor în formă de T



$$I = \gamma \frac{bh^3}{12}$$

h_p/h / b_p/b	0,05	0,06	0,08	0,10	0,12	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
	γ									
2,0	1,129	1,150	1,189	1,222	1,251	1,286	1,328	1,353	1,366	1,371
2,5	1,189	1,219	1,272	1,318	1,357	1,403	1,454	1,483	1,496	1,500
3,0	1,246	1,284	1,351	1,407	1,453	1,507	1,565	1,594	1,605	1,608
3,5	1,304	1,346	1,424	1,488	1,540	1,599	1,660	1,687	1,697	1,698
4,0	1,354	1,405	1,493	1,564	1,620	1,683	1,744	1,770	1,777	1,778
4,5	1,403	1,461	1,557	1,633	1,693	1,788	1,818	1,842	1,847	1,848
5,0	1,452	1,514	1,610	1,698	1,760	1,826	1,885	1,906	1,910	1,914
5,5	1,498	1,564	1,674	1,758	1,822	1,888	1,945	1,963	1,966	1,968
6,0	1,542	1,613	1,728	1,815	1,880	1,946	2,000	2,016	2,017	2,021
6,5	1,585	1,659	1,779	1,868	1,933	1,998	2,050	2,063	2,064	2,070
7,0	1,626	1,703	1,827	1,917	1,983	2,047	2,095	2,106	2,107	2,116
7,5	1,665	1,745	1,872	1,964	2,029	2,092	2,137	2,146	2,147	2,159
8,0	1,703	1,786	1,915	2,008	2,073	2,134	2,176	2,183	2,185	2,200
9,0	1,775	1,861	1,995	2,088	2,151	2,209	2,246	2,25o	2,257	2,277
10,0	1,841	1,931	2,068	2,160	2,222	2,276	2,306	2,309	2,316	2,348

ANEXA 13

Coeficienți pentru calculul elementelor cu secțiune dreptunghiulară sau în formă de T supuse la încovoiere, cazul I de compresiune sau întindere excentrică cu excentricitate mare (m_{bc} = 1,00)

ξ	ζ	$m = \frac{M}{bh_0^2 R_c}$	procente de armare, p										
			OB37 (R_a = 210)			PC52 (R_a = 300)				PC60 (R_a = 350)			
			C8/10	C12/15	C16/20	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30
			R_c=6,5	R_c=9,5	R_c=12,5	R_c=9,5	R_c=12,5	R_c=15,0	R_c=18,0	R_c=9,5	R_c=12,5	R_c=15,0	R_c=18,0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	13
0,01	0,995	**0,010**	0,03	0,05	0,06	0,03	0,04	0,05	0,06	0,03	0,04	0,04	0,05
0,02	0,990	**0,020**	0,06	0,09	0,12	0,06	0,08	0,10	0,12	0,05	0,07	0,09	0,10
0,03	0,985	**0,030**	0,09	0,14	0,18	0,10	0,13	0,15	0,18	0,08	0,11	0,13	0,15
0,04	0,980	**0,039**	0,12	0,18	0,24	0,13	0,17	0,20	0,24	0,11	0,14	0,17	0,21
0,05	0,975	**0,049**	0,15	0,23	0,30	0,16	0,21	0,25	0,30	0,14	0,18	0,21	0,26
0,06	0,970	**0,058**	0,19	0,27	0,36	0,19	0,25	0,30	0,36	0,10	0,21	0,26	0,31
0,07	0,965	**0,068**	0,22	0,32	0,42	0,22	0,29	0,35	0,42	0,19	0,25	0,30	0,36
0,08	0,960	**0,077**	0,25	0,36	0,48	0,25	0,33	0,40	0,48	0,22	0,29	0,34	0,41
0,09	0,955	**0,086**	0,28	0,41	0,54	0,28	0,37	0,45	0,54	0,24	0,32	0,39	0,46
0,10	0,950	**0,095**	0,31	0,45	0,60	0,32	0,42	0,50	0,60	0,27	0,36	0,43	0,51
0,11	0,945	**0,104**	0,34	0,50	0,65	0,35	0,46	0,55	0,66	0,30	0,39	0,47	0,57
0,12	0,940	**0,113**	0,37	0,54	0,71	0,38	0,50	0,60	0,72	0,33	0,43	0,51	0,62
0,13	0,935	**0,122**	0,40	0,59	0,77	0,41	0,54	0,65	0,78	0,35	0,46	0,56	0,67
0,14	0,930	**0,130**	0,43	0,63	0,83	0,44	0,58	0,70	0,84	0,38	0,50	0,60	0,72
0,15	0,925	**0,139**	0,46	0,68	0,89	0,47	0,62	0,75	0,90	0,41	0,54	0,64	0,77
0,16	0,920	**0,147**	0,50	0,72	0,95	0,51	0,67	0,80	0,96	0,43	0,57	0,69	0,82
0,17	0,915	**0,156**	0,53	0,77	1,01	0,54	0,71	0,85	1,02	0,46	0,61	0,73	0,87
0,18	0,910	**0,164**	0,56	0,81	1,07	0,57	0,75	0,90	1,08	0,49	0,64	0,77	0,93
0,19	0,905	**0,172**	0,59	0,86	1,13	0,60	0,79	0,95	1,14	0,52	0,68	0,81	0,98
0,20	0,900	**0,180**	0,62	0,90	1,19	0,63	0,83	1,00	1,20	0,54	0,71	0,86	1,03
0,21	0,895	**0,188**	0,65	0,95	1,25	0,66	0,87	1,05	1,26	0,57	0,75	0,90	1,08
0,22	0,890	**0,194**	0,68	1,00	1,31	0,70	0,92	1,10	1,32	0,60	0,79	0,94	1,13
0,23	0,885	**0,203**	0,71	1,04	1,37	0,73	0,96	1,15	1,38	0,62	0,82	0,99	1,18
0,24	0,880	**0,211**	0,74	1,09	1,43	0,76	1,00	1,20	1,44	0,65	0,86	1,03	1,23
0,25	0,875	**0,219**	0,77	1,13	1,49	0,79	1,04	1,25	1,50	0,68	0,89	1,07	1,29
0,26	0,870	**0,226**	0,80	1,18	1,55	0,82	1,09	1,30	1,56	0,71	0,93	1,11	1,34
0,27	0,865	**0,234**	0,84	1,22	1,61	0,85	1,12	1,35	1,62	0,73	0,96	1,16	1,39

ANEXA 13 (continuare)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0,28	0,860	**0,241**	0,87	1,27	1,67	0,89	1,17	1,40	1,68	0,76	1,00	1,20	1,44
0,29	0,855	**0,248**	0,90	1,31	1,73	0,92	1,21	1,45	1,74	0,79	1,04	1,24	1,49
0,30	0,850	**0,255**	0,93	1,36	1,79	0,95	1,25	1,50	1,80	0,81	1,07	1,29	1,54
0,31	0,845	**0,262**	0,96	1,40	1,85	0,98	1,29	1,55	1,86	0,84	1,11	1,33	1,59
0,32	0,840	**0,269**	0,99	1,45	1,90	1,01	1,33	1,60	1,92	0,87	1,14	1,37	1,65
0,33	0,835	**0,276**	1,02	1,49	1,96	1,04	1,37	1,65	1,98	0,90	1,18	1,41	1,70
0,34	0,830	**0,282**	1,05	1,54	2,02	1,08	1,42	1,70	2,04	0,92	1,21	1,46	1,75
0,35	0,825	**0,289**	1,08	1,58	2,08	1,11	1,46	1,75	2,10	0,95	1,25	1,50	1,80
0,36	0,820	**0,295**	1,11	1,63	2,14	1,14	1,50	1,80	2,16	0,98	1,29	1,54	1,85
0,37	0,815	**0,302**	1,15	1,67	2,20	1,17	1,54	1,85	2,22	1,00	1,32	1,59	1,90
0,38	0,810	**0,308**	1,18	1,72	2,26	1,20	1,58	1,90	2,28	1,03	1,36	1,63	1,95
0,39	0,805	**0,314**	1,21	1,76	2,32	1,23	1,62	1,95	2,34	1,06	1,39	1,67	2,01
0,40	0,800	**0,320**	1,24	1,81	2,38	1,27	1,67	2,00	2,40	1,09	1,43	1,71	2,06
0,41	0,795	**0,326**	1,27	1,85	2,44	1,30	1,71	2,05	2,46	1,11	1,46	1,76	2,11
0,42	0,790	**0,332**	1,30	1,90	2,50	1,33	1,75	2,10	2,52	1,14	1,50	1,80	2,16
0,43	0,785	**0,338**	1,33	1,95	2,56	1,36	1,79	2,15	2,58	1,17	1,54	1,84	2,21
0,44	0,780	**0,343**	1,36	1,99	2,62	1,39	1,83	2,20	2,64	1,19	1,57	1,89	2,26
0,45	0,775	**0,349**	1,39	2,04	2,68	1,42	1,87	2,25	2,70	1,22	1,61	1,93	2,31
0,46	0,770	**0,354**	1,42	2,08	2,74	1,46	1,92	2,30	2,76	1,25	1,64	1,97	2,37
0,47	0,765	**0,360**	1,45	2,13	2,80	1,49	1,96	2,35	2,82	1,28	1,68	2,01	2,42
0,48	0,760	**0,365**	1,49	2,17	2,86	1,52	2,00	2,40	2,88	1,30	1,71	2,06	2,47
0,49	0,755	**0,370**	1,52	2,22	2,92	1,55	2,04	2,45	2,94	1,33	1,75	2,10	2,52
0,50	0,750	**0,375**	1,55	2,26	2,93	1,58	2,08	2,50	3,00	1,36	1,79	2,14	2,57
0,51	0,745	**0,380**	1,58	2,31	3,04	1,61	2,12	2,55	3,06	1,38	1,82	2,19	2,62
0,52	0,740	**0,385**	1,61	2,35	3,10	1,65	2,17	2,60	3,12	1,41	1,86	2,23	2,67
0,53	0,735	**0,390**	1,64	2,40	3,15	1,68	2,21	2,65	3,18	1,44	1,89	2,27	2,73
0,54	0,730	**0,394**	1,67	2,44	3,21	1,71	2,25	2,70	3,24	1,47	1,93	2,31	2,78
0,55	0,725	**0,400**	1,70	2,49	3,27	1,74	2,29	2,75	3,30	1,49	1,96	2,36	2,83
0,56	0,720	**0,403**	1,73	2,53	3,33								
0,57	0,715	**0,408**	1,76	2,58	3,39								
0,58	0,710	**0,412**	1,80	2,62	3,45								
0,59	0,705	**0,416**	1,83	2,67	3,51								
0,60	0,700	**0,420**	1,86	2,71	3,57								

$$A_a = p\frac{bh_0}{100};\quad A_a = \xi bh_0 \frac{R_c}{R_a};\quad A_a = \frac{M}{\zeta h_0 R_a}$$

ANEXA 14

Coeficienți pentru calculul secțiunilor dreptunghiulare, armate simetric, aflate în cazul II de compresiune

Oțel PC52 și PC60; ξ_b=0,55 **a/h_0=0,04**

$\varepsilon_0 = \frac{M_*}{Nh_0}$	Valorile α pentru $n = \frac{N}{bh_0R_c}$															$A_a = A'_a = \alpha bh_0 \frac{R_c}{R_a}$
	0,550	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000	1,100	1,200	1,300	1,400	1,500	1,600	1,700	1,800	1,900	2,000
0,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,052	0,104	0,156	0,208	0,260	0,313	0,365	0,417	0,469	0,521
0,060	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,044	0,100	0,156	0,212	0,268	0,325	0,381	0,437	0,493	0,549	0,606
0,100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,034	0,092	0,151	0,210	0,270	0,330	0,390	0,450	0,511	0,571	0,631	0,691
0,140	0,000	0,000	0,000	0,021	0,078	0,139	0,201	0,265	0,328	0,392	0,456	0,520	0,585	0,649	0,713	0,778
0,180	0,000	0,000	0,009	0,062	0,122	0,186	0,252	0,319	0,386	0,454	0,522	0,590	0,659	0,727	0,795	0,864
0,220	0,000	0,000	0,045	0,103	0,167	0,234	0,302	0,373	0,444	0,516	0,588	0,660	0,733	0,805	0,878	0,950
0,260	0,009	0,028	0,080	0,142	0,210	0,281	0,354	0,428	0,502	0,578	0,654	0,730	0,807	0,883	0,960	1,037
0,300	0,032	0,055	0,113	0,181	0,253	0,328	0,405	0,483	0,561	0,641	0,720	0,800	0,881	0,961	1,042	1,123
0,340	0,054	0,082	0,146	0,218	0,295	0,375	0,456	0,538	0,620	0,704	0,787	0,871	0,955	1,040	1,124	1,209
0,380	0,077	0,108	0,178	0,255	0,337	0,420	0,506	0,592	0,679	0,766	0,854	0,942	1,030	1,119	1,207	1,296
0,420	0,100	0,134	0,210	0,292	0,378	0,466	0,555	0,646	0,737	0,828	0,920	1,013	1,105	1,198	1,290	1,383
0,460	0,123	0,160	0,241	0,328	0,418	0,511	0,605	0,699	0,795	0,890	0,986	1,083	1,179	1,276	1,373	1,470
0,500	0,146	0,186	0,272	0,364	0,459	0,555	0,653	0,752	0,852	0,952	1,052	1,153	1,254	1,355	1,456	1,557
0,540	0,169	0,212	0,303	0,399	0,499	0,600	0,702	0,805	0,909	1,013	1,118	1,222	1,327	1,433	1,538	1,643
0,580	0,192	0,237	0,334	0,435	0,538	0,644	0,750	0,858	0,966	1,074	1,183	1,292	1,401	1,510	1,620	1,729
0,620	0,215	0,263	0,364	0,470	0,578	0,688	0,799	0,910	1,022	1,135	1,248	1,361	1,475	1,588	1,702	1,815
0,660	0,238	0,288	0,394	0,505	0,617	0,731	0,847	0,962	1,079	1,196	1,313	1,430	1,548	1,665	1,783	1,901
0,700	0,261	0,314	0,425	0,539	0,656	0,775	0,894	1,014	1,135	1,256	1,377	1,499	1,621	1,743	1,865	1,987
0,740	0,284	0,339	0,455	0,574	0,695	0,818	0,942	1,066	1,191	1,316	1,442	1,568	1,694	1,820	1,946	2,072
0,780	0,307	0,365	0,485	0,609	0,734	0,861	0,989	1,118	1,247	1,377	1,506	1,636	1,766	1,897	2,027	2,157
0,820	0,329	0,390	0,515	0,643	0,773	0,904	1,037	1,170	1,303	1,437	1,571	1,705	1,839	1,973	2,108	2,243
0,860	0,352	0,415	0,545	0,677	0,812	0,947	1,084	1,221	1,359	1,496	1,635	1,773	1,911	2,050	2,189	2,328
0,900	0,375	0,441	0,575	0,712	0,850	0,990	1,131	1,272	1,414	1,556	1,699	1,841	1,984	2,127	2,270	2,413
0,940	0,398	0,466	0,604	0,746	0,889	1,033	1,178	1,324	1,470	1,616	1,762	1,909	2,056	2,203	2,350	2,497
0,980	0,421	0,491	0,634	0,780	0,927	1,076	1,225	1,375	1,525	1,676	1,826	1,977	2,128	2,280	2,431	2,582
1,000	0,433	0,504	0,649	0,797	0,946	1,097	1,249	1,400	1,553	1,705	1,858	2,011	2,164	2,318	2,471	2,625

ANEXA 14 (continuare)

Oțel PC52 și PC60; ξ_b=0,55 **a/h_0=0,08**

$\varepsilon_0 = \frac{M_*}{Nh_0}$	Valorile α pentru $n = \frac{N}{bh_0R_c}$															$A_a = A'_a = \alpha bh_0 \frac{R_c}{R_a}$
	0,550	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000	1,100	1,200	1,300	1,400	1,500	1,600	1,700	1,800	1,900	2,000
0,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,031	0,083	0,135	0,187	0,239	0,291	0,344	0,396	0,448	0,500
0,060	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,023	0,079	0,136	0,192	0,249	0,305	0,362	0,418	0,475	0,532	0,588
0,100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,012	0,071	0,131	0,192	0,252	0,313	0,374	0,434	0,495	0,556	0,617	0,677
0,140	0,000	0,000	0,000	0,000	0,059	0,121	0,185	0,249	0,313	0,378	0,443	0,507	0,572	0,637	0,702	0,768
0,180	0,000	0,000	0,000	0,044	0,105	0,171	0,238	0,306	0,374	0,443	0,512	0,581	0,650	0,719	0,788	0,858
0,220	0,000	0,000	0,029	0,087	0,152	0,220	0,290	0,362	0,435	0,508	0,581	0,654	0,727	0,801	0,874	0,948
0,260	0,000	0,015	0,066	0,129	0,198	0,270	0,344	0,419	0,495	0,572	0,650	0,727	0,805	0,882	0,960	1,038
0,300	0,021	0,043	0,101	0,170	0,243	0,320	0,398	0,477	0,557	0,638	0,719	0,800	0,882	0,964	1,046	1,128
0,340	0,045	0,071	0,136	0,209	0,288	0,368	0,451	0,535	0,619	0,704	0,789	0,874	0,960	1,046	1,132	1,218
0,380	0,069	0,099	0,170	0,248	0,331	0,417	0,504	0,591	0,680	0,769	0,859	0,949	1,039	1,129	1,219	1,310
0,420	0,093	0,127	0,203	0,287	0,374	0,464	0,556	0,648	0,741	0,834	0,928	1,022	1,117	1,211	1,306	1,401
0,460	0,117	0,154	0,236	0,325	0,417	0,511	0,607	0,704	0,801	0,899	0,997	1,096	1,195	1,293	1,392	1,492
0,500	0,140	0,181	0,269	0,362	0,459	0,558	0,658	0,759	0,861	0,963	1,066	1,169	1,272	1,375	1,479	1,582
0,540	0,164	0,208	0,301	0,399	0,501	0,604	0,709	0,815	0,921	1,027	1,134	1,242	1,349	1,457	1,564	1,672
0,580	0,188	0,235	0,333	0,436	0,542	0,650	0,760	0,870	0,980	1,091	1,203	1,314	1,426	1,538	1,650	1,762
0,620	0,212	0,261	0,365	0,473	0,584	0,696	0,810	0,924	1,039	1,155	1,271	1,386	1,503	1,619	1,735	1,852
0,660	0,236	0,288	0,397	0,509	0,625	0,742	0,860	0,979	1,098	1,218	1,338	1,459	1,579	1,700	1,821	1,942
0,700	0,260	0,314	0,428	0,546	0,666	0,787	0,910	1,033	1,157	1,281	1,406	1,530	1,655	1,780	1,906	2,031
0,740	0,284	0,341	0,460	0,582	0,707	0,833	0,960	1,087	1,216	1,344	1,473	1,602	1,731	1,861	1,990	2,120
0,780	0,308	0,367	0,491	0,618	0,747	0,878	1,009	1,141	1,274	1,407	1,540	1,674	1,807	1,941	2,075	2,209
0,820	0,332	0,394	0,522	0,654	0,788	0,923	1,059	1,195	1,332	1,470	1,607	1,745	1,883	2,021	2,159	2,298
0,860	0,356	0,420	0,553	0,690	0,828	0,967	1,108	1,249	1,390	1,532	1,674	1,816	1,959	2,101	2,244	2,387
0,900	0,380	0,447	0,585	0,725	0,868	1,012	1,157	1,302	1,448	1,594	1,741	1,887	2,034	2,181	2,328	2,475
0,940	0,404	0,473	0,616	0,761	0,908	1,057	1,206	1,356	1,506	1,657	1,807	1,958	2,110	2,261	2,412	2,564
0,980	0,427	0,499	0,647	0,797	0,949	1,101	1,255	1,409	1,564	1,719	1,874	2,029	2,185	2,341	2,496	2,652
1,000	0,439	0,513	0,662	0,815	0,969	1,124	1,280	1,436	1,593	1,750	1,907	2,065	2,223	2,380	2,538	2,696

ANEXA 14 (continuare)

Oțel PC52 și PC60; ξ_b=0,55 — **a/h_0=0,12**

$\varepsilon_0 = \frac{M_*}{Nh_0}$	Valorile α pentru $n = \frac{N}{bh_0R_c}$															$A_a = A'_a = \alpha bh_0 \frac{R_c}{R_a}$
	0,550	**0,600**	**0,700**	**0,800**	**0,900**	**1,000**	**1,100**	**1,200**	**1,300**	**1,400**	**1,500**	**1,600**	**1,700**	**1,800**	**1,900**	**2,000**
0,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,010	0,062	0,114	0,166	0,218	0,270	0,322	0,374	0,426	0,478
0,060	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,057	0,114	0,171	0,228	0,285	0,341	0,398	0,455	0,512	0,569
0,100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,049	0,110	0,172	0,233	0,294	0,356	0,417	0,478	0,540	0,601	0,662
0,140	0,000	0,000	0,000	0,000	0,037	0,101	0,166	0,231	0,297	0,362	0,428	0,493	0,559	0,625	0,691	0,757
0,180	0,000	0,000	0,000	0,023	0,087	0,154	0,222	0,291	0,361	0,430	0,500	0,570	0,640	0,711	0,781	0,851
0,220	0,000	0,000	0,010	0,070	0,136	0,205	0,277	0,351	0,424	0,498	0,573	0,647	0,722	0,796	0,871	0,946
0,260	0,000	0,000	0,050	0,114	0,185	0,258	0,334	0,410	0,488	0,566	0,645	0,724	0,803	0,882	0,961	1,040
0,300	0,009	0,031	0,088	0,157	0,232	0,310	0,390	0,471	0,553	0,635	0,717	0,800	0,883	0,967	1,051	1,134
0,340	0,034	0,060	0,125	0,200	0,279	0,362	0,446	0,531	0,617	0,704	0,791	0,878	0,966	1,053	1,141	1,229
0,380	0,059	0,089	0,161	0,241	0,325	0,412	0,501	0,591	0,682	0,773	0,864	0,956	1,048	1,140	1,232	1,325
0,420	0,084	0,118	0,196	0,281	0,371	0,462	0,556	0,650	0,745	0,841	0,937	1,033	1,130	1,226	1,323	1,420
0,460	0,109	0,147	0,230	0,321	0,415	0,512	0,610	0,709	0,809	0,909	1,009	1,110	1,211	1,312	1,413	1,515
0,500	0,134	0,175	0,265	0,360	0,460	0,561	0,664	0,767	0,871	0,976	1,081	1,186	1,292	1,398	1,504	1,610
0,540	0,159	0,203	0,299	0,399	0,503	0,609	0,717	0,825	0,934	1,043	1,153	1,263	1,373	1,483	1,593	1,704
0,580	0,184	0,231	0,332	0,438	0,547	0,658	0,770	0,883	0,996	1,110	1,224	1,339	1,453	1,568	1,683	1,798
0,620	0,209	0,259	0,365	0,476	0,590	0,706	0,822	0,940	1,058	1,176	1,295	1,414	1,533	1,653	1,772	1,892
0,660	0,234	0,287	0,399	0,515	0,633	0,753	0,875	0,997	1,120	1,243	1,366	1,490	1,613	1,737	1,861	1,986
0,700	0,259	0,315	0,432	0,553	0,676	0,801	0,927	1,054	1,181	1,309	1,436	1,565	1,693	1,822	1,950	2,079
0,740	0,284	0,343	0,465	0,590	0,719	0,848	0,979	1,110	1,242	1,374	1,507	1,640	1,773	1,906	2,039	2,172
0,780	0,309	0,371	0,498	0,628	0,761	0,895	1,031	1,167	1,303	1,440	1,577	1,714	1,852	1,990	2,127	2,265
0,820	0,334	0,398	0,530	0,666	0,803	0,942	1,082	1,223	1,364	1,505	1,647	1,789	1,931	2,073	2,216	2,358
0,860	0,359	0,426	0,563	0,703	0,846	0,989	1,134	1,279	1,425	1,571	1,717	1,864	2,010	2,157	2,304	2,451
0,900	0,384	0,453	0,595	0,741	0,888	1,036	1,185	1,335	1,485	1,636	1,787	1,938	2,089	2,241	2,392	2,544
0,940	0,409	0,481	0,628	0,778	0,930	1,083	1,237	1,391	1,546	1,701	1,857	2,012	2,168	2,324	2,480	2,636
0,980	0,434	0,509	0,660	0,815	0,972	1,129	1,288	1,447	1,606	1,766	1,926	2,086	2,247	2,407	2,568	2,728
1,000	0,447	0,522	0,677	0,834	0,993	1,153	1,314	1,475	1,637	1,799	1,961	2,123	2,286	2,449	2,612	2,775

ANEXA 14 (continuare)

Oțel OB37; ξ_b=0,60 — **a/h_0=0,04**

$\varepsilon_0 = \frac{M_*}{Nh_0}$	Valorile α pentru $n = \frac{N}{bh_0R_c}$															$A_a = A'_a = \alpha bh_0 \frac{R_c}{R_a}$
	0,550	**0,600**	**0,700**	**0,800**	**0,900**	**1,000**	**1,100**	**1,200**	**1,300**	**1,400**	**1,500**	**1,600**	**1,700**	**1,800**	**1,900**	**2,000**
0,020	-	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,052	0,104	0,156	0,208	0,260	0,313	0,365	0,417	0,469	0,521
0,060	-	0,000	0,000	0,000	0,000	0,044	0,100	0,156	0,212	0,268	0,325	0,381	0,437	0,493	0,549	0,606
0,100	-	0,000	0,000	0,000	0,034	0,092	0,151	0,210	0,270	0,330	0,390	0,450	0,511	0,571	0,631	0,691
0,140	-	0,000	0,000	0,021	0,078	0,139	0,201	0,265	0,328	0,392	0,456	0,520	0,585	0,649	0,713	0,778
0,180	-	0,000	0,009	0,062	0,122	0,186	0,252	0,319	0,386	0,454	0,522	0,590	0,659	0,727	0,795	0,864
0,220	-	0,000	0,043	0,101	0,165	0,233	0,302	0,373	0,444	0,516	0,588	0,660	0,733	0,805	0.878	0,950
0,260	-	0,025	0,076	0,139	0,208	0,279	0,353	0,427	0,502	0,578	0,654	0,730	0,807	0,883	0,960	1,037
0,300	-	0,050	0,108	0,176	0,249	0,325	0,403	0,481	0,560	0,640	0,720	0,800	0,881	0,961	1,042	1,123
0,340	-	0,075	0,139	0,213	0,290	0,371	0,452	0,535	0,618	0,702	0,786	0,870	0,955	1,039	1,124	1,209
0,380	-	0,100	0,171	0,249	0,331	0,416	0,501	0,588	0,676	0,764	0,852	0,940	1,029	1,117	1,206	1,295
0,420	-	0,125	0,201	0,284	0,371	0,460	0,550	0,641	0,733	0,825	0,917	1,010	1,102	1,195	1,288	1,381
0,460	-	0,150	0,232	0,320	0,411	0,504	0,599	0,694	0,790	0,886	0,982	1,079	1,176	1,273	1,370	1,467
0,500	-	0,175	0,262	0,355	0,450	0,548	0,647	0,746	0,846	0,947	1,047	1,148	1,249	1,350	1,452	1,553
0,540	-	0,200	0,292	0,390	0,490	0,592	0,695	0,798	0,902	1,007	1,112	1,217	1,322	1,428	1,533	1,639
0,580	-	0,225	0,322	0,424	0,529	0,635	0,742	0,850	0,959	1,067	1,176	1,286	1,395	1,505	1,614	1,724
0,620	-	0,250	0,352	0,459	0,568	0,678	0,790	0,902	1,015	1,128	1,241	1,354	1,468	1,582	1,695	1,809
0,660	-	0,275	0,382	0,493	0,607	0,721	0,837	0,954	1,070	1,188	1,305	1,423	1,540	1,658	1,776	1,894
0,700	-	0,300	0,412	0,527	0,645	0,764	0,884	1,005	1,126	1,247	1,369	1,491	1,613	1,735	1,857	1,979
0,740	-	0,325	0,442	0,562	0,684	0,807	0,931	1,056	1,182	1,307	1,433	1,559	1,685	1,811	1,938	2,064
0,780	-	0,350	0,471	0,596	0,722	0,850	0,978	1,108	1,237	1,367	1,497	1,627	1,757	1,888	2,018	2,149
0,820	-	0,375	0,501	0,630	0,761	0,893	1,025	1,159	1,292	1,426	1,561	1,695	1,830	1,964	2,099	2,234
0,860	-	0,400	0,530	0,664	0,799	0,935	1,072	1,210	1,348	1,486	1,624	1,763	1,902	2,040	2,179	2,318
0,900	-	0,425	0,560	0,698	0,837	0,978	1,119	1,261	1,403	1,545	1,688	1,831	1,974	2,117	2,260	2,403
0,940	-	0,450	0,589	0,732	0,875	1,020	1,166	1,312	1,458	1,605	1,751	1,898	2,045	2,193	2,340	2,487
0,980	-	0,475	0,619	0,765	0,914	1,063	1,212	1,363	1,513	1,664	1,815	1,966	2,117	2,269	2,420	2,572
1,000	-	0,487	0,634	0,782	0,933	1,084	1,236	1,388	1,541	1,693	1,847	2,000	2,153	2,307	2,460	2,614

ANEXA 14 (continuare)

Oțel OB37; ξ_b=0,60 a/h_0=0,08

$\varepsilon_0 = \frac{M_*}{Nh_0}$	Valorile α pentru $n = \frac{N}{bh_0R_c}$															$A_a = A'_a = \alpha bh_0 \frac{R_c}{R_a}$
	0,550	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000	1,100	1,200	1,300	1,400	1,500	1,600	1,700	1,800	1,900	2,000
0,020	-	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,031	0,083	0,135	0,187	0,239	0,291	0,344	0,396	0,448	0,500
0,060	-	0,000	0,000	0,000	0,000	0,023	0,079	0,136	0,192	0,249	0,305	0,362	0,418	0,475	0,532	0,588
0,100	-	0,000	0,000	0,000	0,012	0,071	0,131	0,192	0,252	0,313	0,374	0,434	0,495	0,556	0,617	0,677
0,140	-	0,000	0,000	0,000	0,059	0,121	0,185	0,249	0,313	0,378	0,443	0,507	0,572	0,637	0,702	0,768
0,180	-	0,000	0,000	0,044	0,105	0,171	0,238	0,306	0,374	0,443	0,512	0,581	0,650	0,719	0,788	0,858
0,220	-	0,000	0,027	0,086	0,151	0,220	0,290	0,362	0,435	0,508	0,581	0,654	0,727	0,801	0,874	0,948
0,260	-	0,013	0,062	0,126	0,196	0,269	0,343	0,419	0,495	0,572	0,650	0,727	0,805	0,882	0,960	1,038
0,300	-	0,039	0,096	0,165	0,240	0,317	0,396	0,476	0,556	0,637	0,718	0,800	0,882	0,964	1,046	1,128
0,340	-	0,065	0,130	0,204	0,283	0,365	0,448	0,532	0,617	0,702	0,788	0,873	0,959	1,046	1,132	1,218
0,380	-	0,091	0,162	0,242	0,325	0,412	0,499	0,588	0,677	0,766	0,856	0,946	1,037	1,127	1,218	1,308
0,420	-	0,117	0,194	0,279	0,367	0,458	0,550	0,643	0,737	0,830	0,925	1,019	1,114	1,209	1,304	1,399
0,460	-	0,143	0,226	0,316	0,409	0,504	0,601	0,698	0,796	0,894	0,993	1,092	1,191	1,290	1,389	1,488
0,500	-	0,170	0,258	0,353	0,450	0,550	0,651	0,753	0,855	0,958	1,061	1,164	1,267	1,371	1,474	1,578
0,540	-	0,196	0,290	0,389	0,492	0,596	0,701	0,807	0,914	1,021	1,128	1,236	1,343	1,451	1,559	1,667
0,580	-	0,222	0,321	0,425	0,532	0,641	0,751	0,861	0,973	1,084	1,196	1,307	1,420	1.532	1,644	1,756
0,620	-	0,248	0,352	0,461	0,573	0,686	0,801	0,916	1,031	1,147	1,263	1,379	1,495	1,612	1,729	1,845
0,660	-	0,274	0,383	0,497	0,614	0,731	0,850	0,969	1,089	1,209	1,330	1,450	1,571	1,692	1,813	1,934
0,700	-	0,300	0,415	0,533	0,654	0,776	0,899	1,023	1,147	1,272	1,397	1,522	1,647	1,772	1,897	2,023
0,740	-	0,326	0,446	0,569	0,694	0,821	0,949	1,077	1,205	1,334	1,463	1,593	1,722	1,852	1,982	2,111
0,780	-	0,352	0,477	0,604	0,734	0,866	0,998	1,130	1,263	1,396	1,530	1,664	1,798	1,932	2,066	2,200
0,820	-	0,378	0,507	0,640	0,774	0,910	1,047	1,184	1,321	1,459	1,597	1,735	1,873	2,011	2,150	2,288
0,860	-	0,404	0,538	0,675	0,814	0,955	1,095	1,237	1,379	1,521	1,663	1,805	1,948	2,091	2,234	2,376
0,900	-	0,430	0,569	0,711	0,854	0,999	1,144	1,290	1,436	1,583	1,729	1,876	2,023	2,170	2,317	2,465
0,940	-	0,457	0,600	0,746	0,894	1,043	1,193	1,343	1,494	1,645	1,796	1,947	2,098	2,250	2,401	2,553
0,980	-	0,483	0,631	0,782	0,934	1,087	1,242	1,396	1,551	1,706	1,862	2,017	2,173	2,329	2,485	2,641
1,000	-	0,496	0,646	0,799	0,954	1,110	1,266	1,423	1,580	1,737	1,895	2,053	2,211	2,369	2,527	2,685

ANEXA 14 (continuare)

Oțel OB37; ξ_b=0,60 a/h_0=0,12

$\varepsilon_0 = \frac{M_*}{Nh_0}$	Valorile α pentru $n = \frac{N}{bh_0R_c}$															$A_a = A'_a = \alpha bh_0 \frac{R_c}{R_a}$
	0,550	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000	1,100	1,200	1,300	1,400	1,500	1,600	1,700	1,800	1,900	2,000
0,020	-	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,010	0,062	0,114	0,166	0,218	0,270	0,322	0,374	0,426	0,478
0,060	-	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,057	0,114	0,171	0,228	0,285	0,341	0,398	0,455	0,512	0,569
0,100	-	0,000	0,000	0,000	0,000	0,049	0,110	0,172	0,233	0,294	0,356	0,417	0,478	0,540	0,601	0,662
0,140	-	0,000	0,000	0,000	0,037	0,101	0,166	0,231	0,297	0,362	0,428	0,493	0,559	0,625	0,691	0,757
0,180	-	0,000	0,000	0,023	0,087	0,154	0,222	0,291	0,361	0,430	0,500	0,570	0,640	0,711	0,781	0,851
0,220	-	0,000	0,010	0,068	0,135	0,205	0,277	0,351	0,424	0,498	0,573	0,647	0,722	0,796	0,871	0,946
0,260	-	0,000	0,048	0,112	0,183	0,257	0,333	0,410	0,488	0,566	0,645	0,724	0,803	0,882	0,961	1,040
0,300	-	0,027	0,084	0,153	0,229	0,308	0,388	0,470	0,552	0,634	0,717	0,800	0,883	0,967	1,051	1,134
0,340	-	0,055	0,119	0,194	0,275	0,358	0,443	0,529	0,615	0,702	0,789	0,877	0,965	1,052	1,140	1,228
0,380	-	0,082	0,153	0,234	0,319	0,407	0,497	0,587	0,678	0,770	0,861	0,953	1,046	1,138	1,230	1,323
0,420	-	0,109	0,187	0,273	0,363	0,456	0,550	0,645	0,741	0,837	0,933	1,030	1,126	1,223	1,320	1,417
0,460	-	0,136	0,220	0,312	0,407	0,505	0,603	0,703	0,803	0,903	1,004	1,105	1,207	1,308	1,410	1,511
0,500	-	0,164	0,254	0,350	0,450	0,553	0,656	0,760	0,865	0,970	1,075	1,181	1,287	1,393	1,499	1,605
0,540	-	0,191	0,287	0,389	0,494	0,600	0,708	0,817	0,926	1,036	1,146	1,256	1,367	1,477	1,588	1,698
0,580	-	0,218	0,320	0,427	0,536	0,648	0,760	0,874	0,988	1,102	1,216	1,331	1,446	1,561	1,676	1,792
0,620	-	0,245	0,352	0,464	0,579	0,695	0,812	0,930	1,049	1,168	1,287	1,406	1,526	1,645	1,765	1,885
0,660	-	0,273	0,385	0,502	0,621	0,742	0,864	0,987	1,110	1,233	1,357	1,481	1,605	1,729	1,853	1,978
0,700	-	0,300	0,418	0,539	0,664	0,789	0,916	1,043	1,171	1,299	1,427	1,555	1,684	1,813	1,941	2,070
0,740	-	0,327	0,450	0,577	0,706	0,836	0,967	1,099	1,231	1,364	1,497	1,630	1,763	1,896	2,029	2,163
0,780	-	0,355	0,482	0,614	0,748	0,883	1,018	1,155	1,292	1,429	1,566	1,704	1,842	1,979	2,117	2,255
0,820	-	0,382	0,515	0,651	0,790	0,929	1,070	1,211	1,352	1,494	1,636	1,778	1,920	2,063	2,205	2,348
0,860	-	0,409	0,547	0,688	0,831	0,976	1,121	1,266	1,412	1,559	1,705	1,852	1,999	2,146	2,293	2,440
0,900	-	0,436	0,579	0,725	0,873	1,022	1,172	1,322	1,473	1,624	1,775	1,926	2,077	2,229	2,380	2,532
0,940	-	0,464	0,611	0,762	0,915	1,068	1,223	1,378	1,533	1,688	1,844	2,000	2,156	2,312	2,468	2,624
0,980	-	0,491	0,644	0,799	0,956	1,115	1,274	1,433	1,593	1,753	1,913	2,074	2,234	2,395	2,555	2,716
1,000	-	0,505	0,660	0,818	0,977	1,138	1,299	1,461	1,623	1,785	1,948	2,110	2,273	2,436	2,599	2,762

ANEXA 15A

Coeficienții *n*, *m*, α pentru calculul elementelor cu secțiunea dreptunghiulară, armate simetric, supuse la compresiune excentrică dreaptă

$$n = \frac{N}{bhR_c} \qquad m = \frac{M_*}{bh^2R_c} \qquad \alpha = \frac{A_a}{bh}\frac{R_a}{R_c} \qquad A_a = A'_a = \alpha bh\frac{R_c}{R_a}$$

***a/h* = 0,050**

n	Valorile 1000*m* pentru α =																			
	0,0	**0,02**	**0,04**	**0,06**	**0,08**	**0,10**	**0,12**	**0,14**	**0,16**	**0,18**	**0,20**	**0,22**	**0,24**	**0,26**	**0,28**	**0,30**	**0,35**	**0,40**	**0,45**	**0,50**
1,00	0	14	30	45	61	78	94	110	127	143	159	176	192	208	224	240	282	322	365	405
0,90	36	51	67	83	99	115	131	146	162	178	194	209	226	243	259	274	315	358	399	443
0,80	70	86	101	117	132	146	162	173	194	210	226	239	254	274	292	308	350	390	431	478
0,70	97	112	125	143	158	174	190	202	218	235	251	273	285	303	323	341	384	427	466	515
0,60	115	131	148	164	180	198	215	232	250	267	284	299	320	336	350	373	415	457	502	550
0,50	119	138	156	173	193	210	227	246	263	282	299	318	336	355	371	390	436	480	528	571
0,40	116	134	152	169	190	204	222	243	260	278	296	313	333	351	367	387	432	477	522	567
0,30	104	122	140	158	176	194	212	230	248	266	284	302	320	338	356	374	419	464	509	554
0,28	100	118	136	153	171	190	207	225	243	262	280	297	315	333	352	369	414	459	504	540
0,26	95	113	131	149	167	185	203	221	239	257	275	293	311	329	347	365	410	455	500	545
0,24	89	107	125	143	161	179	197	215	233	251	269	287	305	323	341	359	404	449	494	539
0,22	83	101	119	137	155	173	191	209	227	245	263	281	299	317	335	353	398	443	488	533
0,20	78	96	114	132	150	168	186	204	222	240	258	276	294	312	330	348	393	438	483	528
0,18	73	91	109	127	145	163	181	199	217	235	253	271	289	307	325	343	388	433	478	523
0,16	67	85	103	121	139	157	175	193	211	229	247	265	283	301	319	337	382	427	472	517
0,14	60	78	96	114	132	150	168	186	204	222	240	258	276	294	312	330	375	420	465	510
0,12	52	70	88	106	124	142	160	178	196	214	232	250	268	286	304	322	367	412	457	502
0,10	44	62	80	98	116	134	152	170	188	206	224	242	260	278	296	314	359	404	449	494
0,08	36	54	72	90	108	126	143	162	179	197	216	234	251	269	287	305	350	395	440	485
0,06	28	45	63	81	99	117	135	153	171	189	207	225	242	260	278	296	341	387	431	476
0,04	18	37	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	333	377	422	467
0,02	9	28	46	63	81	99	117	135	153	171	189	207	225	243	261	279	324	369	414	459
0	0	18	37	54	72	91	109	127	144	162	180	198	216	234	252	270	315	360	405	450

ANEXA 15B

Coeficienții *n*, *m*, α pentru calculul elementelor cu secțiunea dreptunghiulară, armate simetric, supuse la compresiune excentrică

$$n = \frac{N}{bhR_c} \qquad m = \frac{M_*}{bh^2R_c} \qquad \alpha = \frac{A_a}{bh}\frac{R_a}{R_c} \qquad A_a = A'_a = \alpha bh\frac{R_c}{R_a}$$

***a/h* = 0,075**

n	Valorile 1000*m* pentru α =																			
	0,0	**0,02**	**0,04**	**0,06**	**0,08**	**0,10**	**0,12**	**0,14**	**0,16**	**0,18**	**0,20**	**0,22**	**0,24**	**0,26**	**0,28**	**0,30**	**0,35**	**0,40**	**0,45**	**0,50**
1,00	0	14	29	45	60	76	91	107	123	139	154	169	184	200	215	230	269	308	344	387
0,90	36	51	66	82	97	112	127	142	157	178	182	197	215	233	248	258	298	341	381	420
0,80	70	86	100	114	129	143	158	169	182	202	216	230	247	259	279	290	334	370	410	455
0,70	97	110	125	139	155	166	183	199	210	228	244	257	273	292	308	320	362	404	447	488
0,60	115	130	145	160	176	192	206	222	238	255	269	288	301	321	337	355	392	437	476	522
0,50	119	136	154	170	189	205	221	238	256	275	291	309	326	342	358	376	422	460	504	546
0,40	115	132	150	167	185	201	218	235	252	272	287	305	322	338	355	372	417	458	501	543
0,30	104	120	138	153	172	189	206	223	240	257	274	291	308	324	341	359	401	444	486	529
0,28	100	117	134	151	167	184	202	219	235	252	270	287	304	320	337	355	397	439	482	524
0,26	95	112	129	146	163	180	197	214	231	248	265	282	299	315	333	350	393	435	478	520
0,24	89	106	123	140	157	174	191	208	225	242	259	276	293	310	327	344	386	429	471	514
0,22	83	101	117	134	151	168	185	202	219	236	253	270	287	304	321	338	381	423	466	508
0,20	78	95	112	129	146	163	180	197	214	231	248	265	282	299	316	333	375	418	460	503
0,18	73	90	107	124	141	158	175	192	209	227	243	261	277	294	312	328	371	413	456	499
0,16	67	84	100	118	135	152	169	186	203	220	237	254	271	288	305	322	364	407	449	492
0,14	60	77	94	111	128	145	162	179	196	213	230	247	264	281	298	315	357	400	442	485
0,12	52	69	86	103	120	137	154	171	188	205	222	239	256	273	290	307	349	392	434	477
0,10	44	61	78	95	112	129	146	163	180	197	214	231	248	265	281	298	341	383	426	468
0,08	36	53	70	87	104	121	138	155	171	188	205	223	239	256	273	290	333	375	418	460
0,06	28	44	62	79	96	112	129	146	163	180	197	214	231	248	265	282	324	367	409	452
0,04	18	36	53	70	87	104	121	138	155	172	189	206	223	240	257	274	316	358	401	443
0,02	9	27	44	61	78	96	113	130	147	164	180	197	214	231	248	265	308	350	392	435
0	0	18	36	53	70	87	104	121	138	155	172	189	206	223	240	257	299	342	384	427

ANEXA 15C

Coeficienții *n*, *m*, α pentru calculul elementelor cu secțiunea dreptunghiulară, armate simetric, supuse la compresiune excentrică

$$n = \frac{N}{bhR_c} \qquad m = \frac{M_*}{bh^2R_c} \qquad \alpha = \frac{A_a}{bh}\frac{R_a}{R_c} \qquad A_a = A'_a = \alpha bh\frac{R_c}{R_a}$$

***a/h* = 0,100**

n	Valorile 1000*m* pentru α =																			
	0,0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
1,00	0	14	29	44	59	74	89	104	119	134	149	163	177	192	201	220	253	294	326	367
0,90	36	50	65	80	90	109	124	138	152	166	180	194	205	219	237	252	287	325	362	395
0,80	70	85	99	112	123	139	153	163	180	190	208	222	234	248	267	277	318	352	393	432
0,70	97	111	124	137	147	165	177	192	207	220	235	246	263	280	291	306	350	382	425	464
0,60	115	129	142	158	171	186	198	215	232	246	261	276	292	307	323	337	379	415	455	495
0,50	119	136	152	169	183	199	215	231	246	263	279	295	312	327	343	359	399	439	479	518
0,40	116	132	147	164	180	195	211	227	243	259	275	291	309	324	340	355	396	435	475	516
0,30	104	120	135	152	168	184	199	216	232	248	263	280	296	312	326	343	384	424	464	502
0,28	100	115	131	148	164	179	195	211	228	244	259	275	291	308	323	339	379	419	459	499
0,26	95	111	127	143	159	175	191	207	223	239	255	271	287	303	319	335	375	415	455	495
0,24	89	105	121	137	153	169	185	201	217	233	249	265	281	297	313	329	369	409	449	490
0,22	83	99	115	134	147	163	179	195	211	227	243	259	275	291	307	323	363	403	443	485
0,20	78	94	110	126	142	158	174	190	206	222	238	254	270	286	302	318	358	398	438	479
0,18	73	89	105	121	137	154	169	185	202	217	234	250	265	282	298	314	353	394	434	474
0,16	67	83	99	115	131	147	163	179	195	211	227	243	259	275	291	307	347	387	427	467
0,14	60	76	91	107	123	139	156	171	187	203	219	235	251	267	283	299	339	379	419	459
0,12	52	68	84	100	116	132	148	164	180	196	212	227	243	259	275	291	332	372	411	451
0,10	44	60	76	92	108	124	140	156	172	188	204	220	236	252	268	284	324	364	403	444
0,08	36	52	68	84	100	116	132	148	164	180	196	212	228	244	260	276	316	356	396	436
0,06	28	44	60	76	92	108	124	140	156	172	188	204	220	236	252	268	308	348	388	428
0,04	18	36	52	68	84	100	116	132	148	164	180	196	212	228	244	260	300	340	380	420
0,02	9	27	44	60	76	92	108	124	140	156	172	189	204	220	236	252	292	332	372	412
0	0	18	35	51	68	84	100	116	132	148	164	180	196	212	228	244	284	324	364	404

ANEXA 15D

Coeficienții *n*, *m*, α pentru calculul elementelor cu secțiunea dreptunghiulară, armate simetric, supuse la compresiune excentrică

$$n = \frac{N}{bhR_c} \qquad m = \frac{M_*}{bh^2R_c} \qquad \alpha = \frac{A_a}{bh}\frac{R_a}{R_c} \qquad A_a = A'_a = \alpha bh\frac{R_c}{R_a}$$

***a/h* = 0,125**

n	Valorile 1000*m* pentru α =																			
	0,0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
1,00	0	14	28	43	58	72	87	102	116	130	143	157	171	184	198	207	241	280	309	345
0,90	36	50	65	79	93	106	121	134	147	161	174	186	196	213	227	240	275	309	340	378
0,80	70	84	97	107	123	135	145	162	175	188	200	212	224	238	250	265	298	338	368	404
0,70	97	110	119	134	144	159	169	185	198	208	223	238	251	263	281	290	328	365	399	439
0,60	115	127	137	153	166	180	193	208	221	234	246	263	278	292	306	320	357	394	429	463
0,50	119	136	152	166	179	193	209	225	239	256	272	284	299	314	328	345	383	419	456	493
0,40	116	132	147	161	177	192	206	223	236	253	268	280	296	311	326	342	379	415	453	491
0,30	104	119	134	149	164	179	194	209	222	239	254	269	284	299	313	327	366	402	441	479
0,28	100	115	129	145	160	175	190	204	219	235	250	265	279	294	309	325	362	399	437	474
0,26	95	110	125	140	155	170	185	200	215	230	245	260	275	290	305	320	358	395	433	470
0,24	89	104	119	134	149	164	179	194	209	224	239	254	269	284	299	314	351	389	426	464
0,22	83	98	113	128	143	158	173	188	203	218	253	248	263	278	293	308	346	383	421	458
0,20	78	93	108	123	138	153	168	183	198	213	228	243	258	273	288	303	340	378	415	453
0,18	73	88	103	118	134	148	163	179	194	209	224	239	254	269	284	299	336	374	411	449
0,16	67	82	97	112	127	141	156	171	186	201	216	231	246	261	276	291	329	366	404	441
0,14	60	75	89	104	119	134	149	164	179	194	209	224	239	254	269	284	321	359	396	434
0,12	52	67	82	97	112	127	142	157	172	187	202	217	232	247	262	277	314	351	389	426
0,10	44	60	75	90	105	120	135	150	165	179	194	209	224	239	254	269	307	344	382	419
0,08	36	52	67	82	97	112	127	142	157	172	187	202	217	232	247	262	299	337	374	411
0,06	28	44	59	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	292	329	367	404
0,04	18	35	51	67	82	97	112	127	142	157	172	187	202	217	232	247	285	322	359	397
0,02	9	26	43	58	74	89	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	277	315	352	389
0	0	18	35	50	66	81	97	112	127	142	157	172	187	202	217	232	270	307	345	382

ANEXA 15E

Coeficienții *n*, *m*, α pentru calculul elementelor cu secțiunea dreptunghiulară, armate simetric, supuse la întindere excentrică

$$n = \frac{N}{bhR_c} \qquad m = \frac{M}{bh^2R_c} \qquad \alpha = \frac{A_a}{bh}\frac{R_a}{R_c} \qquad A_a = A'_a = \alpha bh\frac{R_c}{R_a}$$

***a/h* = 0,050**

n	Valorile 1000*m* pentru α =																			
	0,0	**0,02**	**0,04**	**0,06**	**0,08**	**0,10**	**0,12**	**0,14**	**0,16**	**0,18**	**0,20**	**0,22**	**0,24**	**0,26**	**0,28**	**0,30**	**0,35**	**0,40**	**0,45**	**0,50**
0	0	18	37	54	72	91	109	127	144	162	180	198	216	234	252	270	315	360	405	450
- 0,04		0	18	36	55	72	91	109	127	145	162	180	198	216	234	252	297	342	387	432
- 0,08			0	18	36	54	72	90	109	127	145	163	181	199	216	234	279	324	369	414
- 0,12				0	18	36	54	72	90	109	127	145	163	181	198	216	261	306	351	396
- 0,16					0	18	36	54	72	90	108	127	145	163	181	199	243	288	333	378
- 0,20						0	18	36	54	72	90	108	126	145	163	181	225	270	315	360
- 0,24							0	18	36	54	72	90	108	126	145	163	208	252	297	342

***a/h* = 0,075**

n	Valorile 1000*m* pentru α =																			
	0,0	**0,02**	**0,04**	**0,06**	**0,08**	**0,10**	**0,12**	**0,14**	**0,16**	**0,18**	**0,20**	**0,22**	**0,24**	**0,26**	**0,28**	**0,30**	**0,35**	**0,40**	**0,45**	**0,50**
0	0	18	36	53	70	87	104	121	138	155	172	189	206	223	240	257	299	342	384	427
- 0,04		0	17	35	53	70	87	104	121	138	155	172	189	206	223	240	283	325	368	410
- 0,08			0	17	35	52	69	86	104	121	138	155	172	189	206	223	266	308	351	393
- 0,12				0	17	34	52	69	86	103	121	138	155	172	189	206	249	291	334	376
- 0,16					0	17	34	52	69	86	103	120	138	155	172	189	232	274	317	359
- 0,20						0	17	34	52	69	86	103	120	137	155	172	214	257	300	342
- 0,24							0	17	34	51	69	85	103	120	137	154	197	240	282	325

ANEXA 15F

Coeficienții *n*, *m*, α pentru calculul elementelor cu secțiunea dreptunghiulară, armate simetric, supuse la întindere excentrică

$$n = \frac{N}{bhR_c} \qquad m = \frac{M}{bh^2R_c} \qquad \alpha = \frac{A_a}{bh}\frac{R_a}{R_c} \qquad A_a = A'_a = \alpha bh\frac{R_c}{R_a}$$

***a/h* = 0,100**

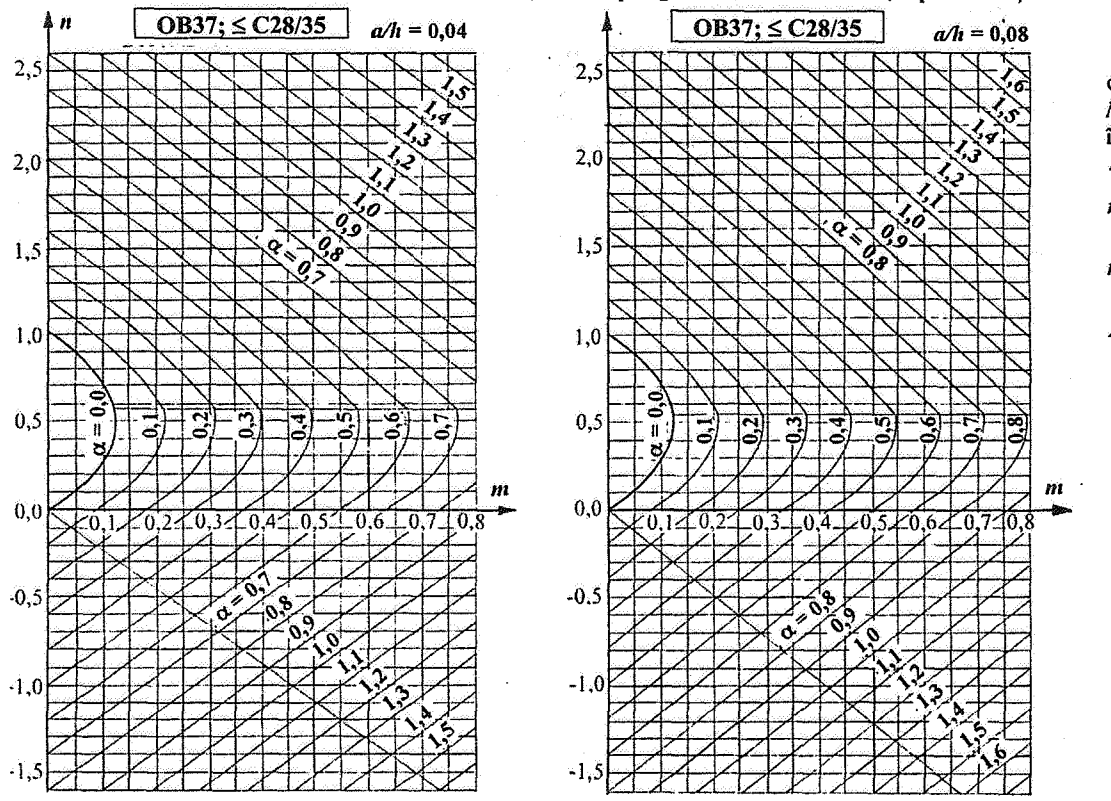
n	Valorile 1000*m* pentru α =																			
	0,0	**0,02**	**0,04**	**0,06**	**0,08**	**0,10**	**0,12**	**0,14**	**0,16**	**0,18**	**0,20**	**0,22**	**0,24**	**0,26**	**0,28**	**0,30**	**0,35**	**0,40**	**0,45**	**0,50**
0	0	18	35	51	68	84	100	116	132	148	164	180	196	212	228	244	284	324	364	404
- 0,04		0	17	34	51	67	83	100	116	132	148	164	180	196	212	228	268	308	348	388
- 0,08			0	17	33	51	67	83	99	116	132	148	164	180	196	212	252	292	332	372
- 0,12				0	16	33	50	66	83	99	115	132	148	164	180	196	236	276	316	356
- 0,16					0	16	33	50	66	82	99	115	131	148	164	180	220	260	300	340
- 0,20						0	16	33	50	66	82	99	114	131	147	164	204	244	284	324
- 0,24							0	16	32	49	66	82	98	114	131	147	188	228	268	308

***a/h* = 0,125**

n	Valorile 1000*m* pentru α =																			
	0,0	**0,02**	**0,04**	**0,06**	**0,08**	**0,10**	**0,12**	**0,14**	**0,16**	**0,18**	**0,20**	**0,22**	**0,24**	**0,26**	**0,28**	**0,30**	**0,35**	**0,40**	**0,45**	**0,50**
0	0	18	35	50	66	81	97	112	127	142	157	172	187	202	217	232	270	307	345	382
- 0,04		0	17	33	50	65	81	96	112	127	142	157	172	187	202	217	255	292	330	367
- 0,08			0	17	33	49	65	81	96	111	127	142	157	172	187	202	240	277	315	352
- 0,12				0	16	33	49	65	80	96	111	126	141	157	172	187	225	262	300	337
- 0,16					0	16	32	48	64	80	95	111	126	141	156	172	209	247	285	322
- 0,20						0	16	32	48	64	79	95	110	126	141	156	194	232	270	307
- 0,24							0	16	32	48	64	79	94	110	125	141	179	217	254	292

ANEXA 16

Nomograme pentru calculul elementelor cu secțiunea dreptunghiulară, armate simetric, supuse la forță axială cu încovoiere

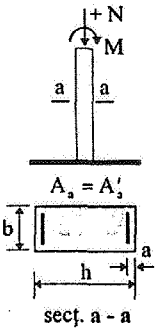


compresiune excentrică:
$M_* = \eta(M + e_a N)$
întindere excentrică:
$M_* = M$

$$n = \frac{N}{bhR_c}$$

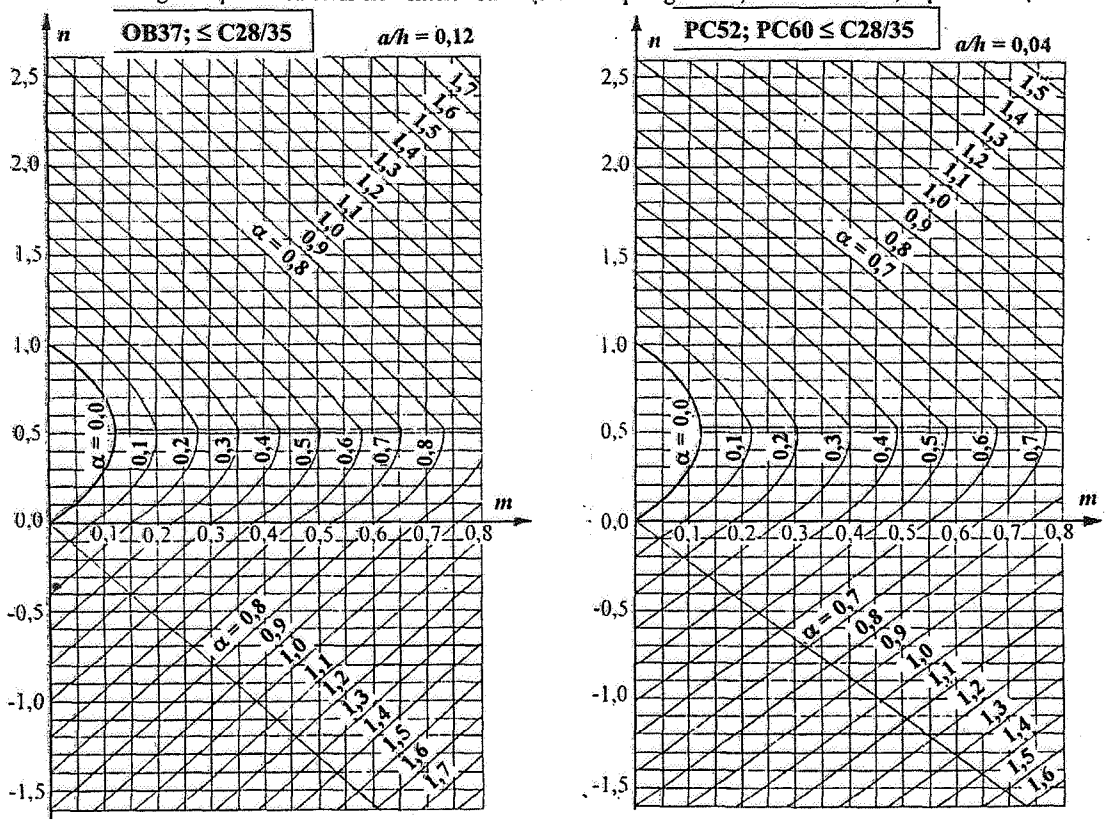
$$m = \frac{M_*}{bh^2 R_c}$$

$$A_a = A'_a = \alpha bh \frac{R_c}{R_a}$$



ANEXA 16 (continuare)

Nomograme pentru calculul elementelor cu secțiunea dreptunghiulară, armate simetric, supuse la forță axială cu încovoiere

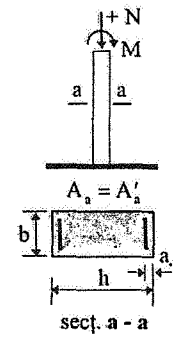


compresiune excentrică:
$M_* = \eta(M + e_a N)$
întindere excentrică:
$M_* = M$

$$n = \frac{N}{bhR_c}$$

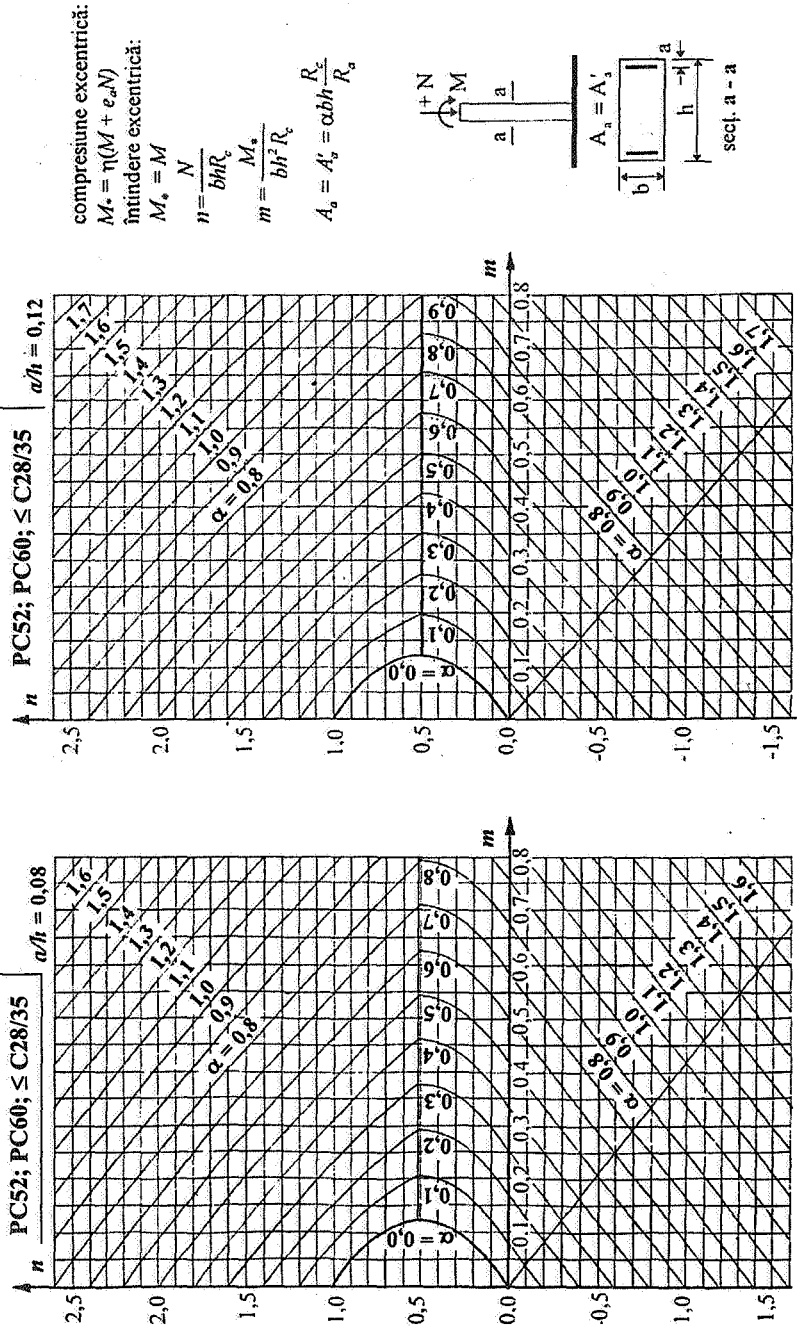
$$m = \frac{M_*}{bh^2 R_c}$$

$$A_a = A'_a = \alpha bh \frac{R_c}{R_a}$$



ANEXA 16 (continuare)

Nomograme pentru calculul elementelor cu secțiunea dreptunghiulară, armate simetric, supuse la forță axială cu încovoiere



ANEXA 17

Valorile recomandate ale coeficientului β pentru compresiune excentrică oblică

$n = \frac{N}{bhR_c}$	Modul de dispunere a barelor de armătură		
	A	B	C
	4 bare, dispuse la colțuri	mai mult decât patru bare $A_{ax} \cong A_{ay}$	mai mult decât patru bare $A_{ax} = (1{,}5...2{,}0)A_{ay}$
0,1	1,60	1,70	1,75
0,2	1,35	1,60	1,50
0,3	1,25	1,55	1,40
0,4	1,20	1,50	1,35
0,5	1,20	1,45	1,35
0,6	1,35	1,45	1,40
0,7	1,55	1,50	1,50
0,8	1,75	1,60	1,60

ANEXA 18

Valorile optimizate ale coeficienților k_1 si k_2 pentru compresiune excentrică oblică

β	m_1/m_2 cu $m_1 < m_2$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
1,2	$1000k_1$	285	360	408	444	472	496	515	533	548	561
	$1000k_2$	812	749	706	674	647	625	560	590	575	561
1,3	$1000k_1$	305	383	432	469	497	521	541	558	573	587
	$1000k_2$	831	771	730	698	672	650	632	615	600	587
1,4	$1000k_1$	325	404	454	491	520	544	564	581	596	610
	$1000k_2$	847	790	750	719	694	673	654	638	623	610
1,5	$1000k_1$	343	424	475	512	541	564	584	602	617	630
	$1000k_2$	861	806	768	738	723	692	674	658	643	630
1,6	$1000k_1$	360	442	493	530	560	583	603	620	635	648
	$1000k_2$	873	821	784	755	731	710	692	676	661	648
1,7	$1000k_1$	377	459	511	548	577	601	620	637	652	665
	$1000k_2$	883	833	798	769	746	726	708	692	678	665
1,8	$1000k_1$	392	475	527	564	593	616	636	653	668	680
	$1000\ k_2$	892	845	810	783	760	740	723	707	693	680

ANEXA 19

Coeficienți pentru calculul elementelor cu secțiune inelară, cu armătura distribuită uniform pe contur, supuse la compresiune excentrică

$$n=\frac{N}{\pi b d_m R_c} \qquad m=\frac{M_*}{\pi b d_m^2 R_c} \qquad \alpha=\frac{A_{at}}{\pi b d_m}\frac{R_a}{R_c} \qquad A_{at}=\alpha\pi b d_m\frac{R_c}{R_a} \qquad d_m=d-b$$

b/d = 0,100

n	Valorile 1000 m pentru α =																			
	0,0	**0,04**	**0,08**	**0,12**	**0,16**	**0,20**	**0,24**	**0,28**	**0,32**	**0,36**	**0,40**	**0,44**	**0,48**	**0,52**	**0,56**	**0,60**	**0,70**	**0,80**	**0,90**	**1,00**
1,00	0	13	27	41	54	68	81	95	109	122	136	148	162	175	188	201	232	262	290	318
0,90	33	47	60	74	88	101	114	128	141	155	168	181	193	206	217	229	257	285	313	341
0,80	66	80	94	107	120	134	147	160	173	185	197	208	219	230	241	252	279	307	334	362
0,70	100	113	127	140	153	164	175	186	197	208	218	229	239	250	261	272	299	327	355	384
0,60	132	143	154	164	174	184	194	204	214	225	235	246	257	268	279	290	318	347	376	405
0,50	148	157	166	176	186	196	207	218	229	240	251	262	273	285	296	308	337	365	394	423
0,40	146	157	168	179	191	201	214	225	236	248	259	271	282	294	305	317	345	374	403	431
0,30	127	141	154	167	180	192	205	247	230	242	254	266	279	291	303	314	344	374	403	433
0,28	121	135	149	162	176	189	202	214	227	240	252	264	277	289	301	313	343	373	402	432
0,26	115	130	144	158	172	185	198	211	224	237	249	262	274	287	299	311	341	372	401	431
0,24	108	123	138	153	167	181	194	207	220	233	245	259	271	284	296	309	340	370	400	430
0,22	101	117	132	147	161	175	189	203	216	230	243	256	269	281	294	306	337	368	398	429
0,20	93	110	125	141	156	170	184	198	212	225	239	252	265	278	291	304	335	366	397	427
0,18	86	102	118	134	150	164	179	193	207	221	235	248	261	274	287	300	332	364	395	425
0,16	77	94	111	127	143	158	173	188	202	216	230	244	257	270	284	297	329	361	392	423
0,14	68	86	103	120	136	151	167	182	196	211	225	239	253	266	280	293	326	358	389	421
0,12	59	77	95	112	128	145	160	175	191	205	220	234	248	262	275	289	322	355	387	418
0,10	50	69	86	104	121	137	153	169	185	199	214	229	243	257	271	284	318	351	383	415
0,08	41	59	78	96	113	129	146	162	178	193	208	223	237	252	266	280	314	347	380	412
0,06	31	50	69	87	105	122	139	155	171	187	202	217	232	246	260	275	310	343	376	409
0,04	21	41	59	78	96	113	131	147	163	180	196	211	226	241	255	270	305	339	373	405
0,02	10	31	50	69	87	105	123	139	156	172	189	204	220	235	250	264	300	334	369	402
0	0	21	40	60	78	96	114	131	149	165	182	197	213	228	244	258	294	330	364	398

ANEXA 20A

Coeficienți pentru calculul elementelor cu secțiune circulară, cu armătura distribuită uniform pe contur, supuse la compresiune excentrică

$$n=\frac{N}{0{,}25\pi d^2 R_c} \qquad m=\frac{M_*}{0{,}25\pi d^3 R_c} \qquad \alpha=\frac{A_{at}}{0{,}25\pi d^2}\frac{R_a}{R_c} \qquad A_{at}=\alpha\frac{\pi d^2}{4}\frac{R_c}{R_a}$$

a/d = 0,050

n	Valorile 1000 m pentru α =																			
	0,0	**0,04**	**0,08**	**0,12**	**0,16**	**0,20**	**0,24**	**0,28**	**0,32**	**0,36**	**0,40**	**0,44**	**0,48**	**0,52**	**0,56**	**0,60**	**0,70**	**0,80**	**0,90**	**1,0**
1,00	0	0	19	37	52	66	78	90	103	115	126	138	149	161	172	184	212	241	270	300
0,90	29	44	58	70	82	93	105	116	128	139	150	161	172	183	195	206	235	263	292	322
0,80	61	72	84	95	105	116	127	138	148	159	170	182	193	204	215	227	255	284	313	343
0,70	82	93	103	113	123	134	145	156	166	177	188	200	211	223	234	245	273	301	329	357
0,60	96	106	116	127	137	148	159	170	181	191	202	213	224	235	246	257	284	312	339	367
0,50	102	112	123	133	144	155	165	176	187	198	209	219	230	241	252	263	290	317	345	372
0,40	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	208	219	230	241	252	263	291	318	346	373
0,30	88	100	111	123	134	146	157	169	180	191	203	214	225	236	248	259	287	315	343	371
0,28	85	97	109	120	132	143	155	167	178	189	201	212	223	235	246	257	285	313	341	370
0,26	82	93	106	117	129	141	153	164	176	187	199	210	221	233	244	256	284	312	340	368
0,24	78	90	102	114	126	138	150	162	173	185	196	208	219	231	242	254	282	310	339	367
0,22	74	86	98	111	123	135	146	159	170	182	194	205	217	228	240	251	280	309	337	365
0,20	69	82	95	107	119	131	143	155	167	179	191	203	214	226	238	249	278	307	335	364
0,18	64	77	90	103	115	127	140	152	164	176	188	200	211	223	235	247	276	304	333	362
0,16	59	72	85	98	111	123	136	148	160	172	185	196	208	220	232	244	273	302	331	360
0,14	53	67	80	93	106	119	132	144	156	169	181	193	205	217	229	241	270	300	329	357
0,12	47	61	75	88	101	114	127	140	152	165	177	189	202	214	226	238	267	297	326	355
0,10	40	55	69	82	96	109	123	135	148	160	173	186	198	210	222	234	264	294	323	353
0,08	34	48	63	77	90	104	117	131	144	156	169	181	194	206	219	231	261	291	321	350
0,06	26	41	57	70	85	98	112	125	139	152	164	177	190	202	215	227	258	288	318	347
0,04	18	34	50	64	79	93	106	120	133	147	160	173	185	198	211	223	254	285	314	344
0,02	10	26	42	57	72	87	100	115	128	142	155	168	181	194	206	219	250	281	311	341
0	0	18	34	51	66	80	95	109	123	136	150	163	176	189	202	215	246	277	307	338

ANEXA 20B

Coeficienți pentru calculul elementelor cu secțiune circulară, cu armătura distribuită uniform pe contur, supuse la compresiune excentrică

$$n=\frac{N}{0{,}25\pi d^2 R_c} \qquad m=\frac{M_*}{0{,}25\pi d^3 R_c} \qquad \alpha=\frac{A_{at}}{0{,}25\pi d^2}\frac{R_a}{R_c} \qquad A_{at}=\alpha\frac{\pi d^2}{4}\frac{R_c}{R_a}$$

a/d = 0,075

n	Valorile 1000 m pentru α =																			
	0,0	**0,04**	**0,08**	**0,12**	**0,16**	**0,20**	**0,24**	**0,28**	**0,32**	**0,36**	**0,40**	**0,44**	**0,48**	**0,52**	**0,56**	**0,60**	**0,70**	**0,80**	**0,90**	**1,0**
1,00	0	1	20	36	52	65	76	89	100	112	122	133	144	155	166	177	204	230	258	285
0,90	29	44	57	69	80	92	103	113	124	135	145	156	166	177	187	198	224	251	278	306
0,80	61	72	83	93	103	114	124	134	144	154	164	175	185	196	206	217	244	271	298	326
0,70	83	92	102	111	121	131	141	151	161	171	182	192	203	213	224	235	261	288	314	340
0,60	96	105	115	124	134	144	154	165	175	185	195	206	216	226	236	247	273	299	324	350
0,50	102	111	121	131	141	151	161	171	181	192	202	212	222	232	243	253	279	304	330	356
0,40	99	109	119	130	140	150	161	171	181	191	202	212	222	233	243	254	279	305	331	357
0,30	88	99	110	121	132	143	153	164	175	186	196	207	217	228	239	249	276	302	328	354
0,28	85	96	108	118	129	140	151	162	173	184	194	205	216	226	237	248	274	301	327	353
0,26	82	93	104	116	127	138	149	160	171	181	192	203	214	225	235	246	273	299	326	352
0,24	78	89	101	112	124	135	146	157	168	179	190	201	212	222	233	244	271	298	324	351
0,22	73	85	97	109	120	132	143	154	165	176	187	198	209	220	231	242	269	296	323	349
0,20	69	81	93	105	117	128	140	151	162	173	185	196	207	218	229	240	267	294	321	348
0,18	64	77	89	101	113	125	136	148	159	170	182	193	204	215	226	237	265	292	319	346
0,16	59	71	84	96	109	120	132	144	155	167	178	190	201	212	224	235	262	290	317	344
0,14	53	67	79	91	104	116	128	140	152	164	175	187	198	209	220	232	260	287	315	342
0,12	47	60	73	87	99	111	124	136	148	159	171	183	195	206	217	229	257	285	312	340
0,10	41	55	68	82	94	107	119	132	144	156	167	179	191	203	214	226	254	282	310	337
0,08	33	48	62	76	89	101	114	127	139	151	163	175	187	199	210	222	251	279	307	334
0,06	25	41	55	70	83	96	109	122	135	147	159	171	183	195	206	219	247	276	304	332
0,04	18	34	49	63	77	90	104	117	129	142	155	167	179	191	203	214	243	272	301	329
0,02	9	26	42	57	71	84	98	111	124	137	150	162	174	186	199	210	240	269	298	326
0	0	18	34	49	64	78	92	105	118	131	144	157	170	182	194	206	236	266	294	323

ANEXA 20C

Coeficienți pentru calculul elementelor cu secțiune circulară, cu armătura distribuită uniform pe contur, supuse la compresiune excentrică

$$n=\frac{N}{0{,}25\pi d^2 R_c} \qquad m=\frac{M_*}{0{,}25\pi d^3 R_c} \qquad \alpha=\frac{A_a}{0{,}25\pi d^2}\frac{R_a}{R_c} \qquad A_{at}=\alpha\frac{\pi d^2}{4}\frac{R_c}{R_a}$$

a/d = 0,100

n	Valorile 1000 m pentru α =																			
	0,0	**0,04**	**0,08**	**0,12**	**0,16**	**0,20**	**0,24**	**0,28**	**0,32**	**0,36**	**0,40**	**0,44**	**0,48**	**0,52**	**0,56**	**0,60**	**0,70**	**0,80**	**0,90**	**1,0**
1,00	0	0	20	36	50	63	75	86	98	108	119	129	139	150	160	170	195	220	245	271
0,90	29	44	56	68	79	90	100	110	121	131	140	150	160	170	180	189	214	239	264	290
0,80	61	72	82	92	102	111	121	130	140	149	159	168	178	188	198	207	232	257	283	308
0,70	83	92	101	110	119	128	137	146	156	165	175	184	194	204	214	224	249	274	299	323
0,60	96	105	113	122	131	140	150	159	169	179	188	198	208	217	227	237	261	285	309	333
0,50	102	111	120	129	138	148	157	166	176	185	195	204	214	223	233	243	267	291	315	339
0,40	99	109	118	129	137	147	157	166	176	185	195	205	215	224	233	244	268	292	316	340
0,30	88	99	109	119	129	140	150	160	170	180	190	200	210	220	229	239	264	289	313	338
0,28	85	96	106	117	127	137	147	158	168	178	188	198	208	218	228	238	263	288	312	337
0,26	82	93	103	114	124	135	145	155	166	176	186	196	206	216	226	236	261	286	311	336
0,24	78	89	100	111	121	132	142	153	163	173	184	194	204	214	224	234	260	285	310	334
0,22	74	85	96	107	118	129	139	150	160	171	181	191	202	212	222	232	258	283	308	333
0,20	69	81	92	103	114	125	136	147	158	168	178	189	199	210	220	230	256	281	306	332
0,18	64	76	88	99	111	121	133	143	154	165	175	186	197	207	218	228	254	279	304	330
0,16	59	71	83	95	106	118	129	140	151	162	172	183	194	204	215	225	251	277	302	328
0,14	53	66	78	90	102	113	125	136	147	158	169	180	191	201	212	223	249	275	300	326
0,12	47	60	73	85	97	109	120	132	143	155	166	177	187	198	209	220	246	272	298	324
0,10	41	54	67	79	92	104	116	128	139	151	162	173	184	195	206	217	243	270	295	321
0,08	33	48	61	74	87	99	111	123	135	146	158	169	180	191	202	213	240	267	293	319
0,06	26	40	55	68	81	94	106	118	130	142	153	165	176	187	198	210	237	263	290	316
0,04	18	33	48	62	75	88	100	113	125	137	149	161	172	183	195	206	233	260	287	313
0,02	9	26	41	55	69	82	95	108	120	132	144	156	168	179	191	202	230	257	284	311
0	0	18	34	48	63	76	89	102	115	127	139	151	163	175	186	198	226	254	281	308

ANEXA 21

Coeficientul A pentru calculul distanței dintre fisuri

Tipul de oțel	Coeficientul A pentru elemente solicitate la:	
	încovoiere, cazul I de compresiune, sau întindere excentrică cu excentricitate mare	întindere centrică sau excentrică cu excentricitate mică
OB37	10,0	20,0
PC60, PC52	6,5	10,0

ANEXA 22

Valorile indicelui de conlucrare ψ

Tipul de oțel	$\nu = N_{Id}/N^E$ sau $\nu = M_{Id}/M^E$	$p_t = \frac{A_a}{A_{bt}} 100$, %				
		≤ 0,5	0,51,0	1,01,5	1,52,0	> 2,0
		ψ				
OB37	> 0,5	0,78	0,85	0,90	0,92	1,00
PC60, PC52		0,65	0,83	0,90	0,92	1,00
OB37	≥ 0,5	0,85	0,90	0,93	0,95	1,00
PC60, PC52		0,76	0,88	0,93	0,95	1,00

ANEXA 23

Valorile limită ale raportului p_t/d

Tipul de oțel	încovoiere, cazul I de compresiune sau întindere excentrică cu excentricitate mare		întindere centrică sau excentrică cu excentricitate mică	
	$\alpha_{f\,adm} = 0{,}2$mm	$\alpha_{f\,adm} = 0{,}3$mm	$\alpha_{f\,adm} = 0{,}2$mm	$\alpha_{f\,adm} = 0{,}3$mm
	p_t/d			
OB37	0,071	0,039	0,142	0,078
PC52	0,092	0,043	0,142	0,066
PC60	0,135	0,056	0,208	0,086

ANEXA 24

Condiții pentru verificarea la fisurare a plăcilor armate cu plase sudate STNB

h_p mm	l_l mm	d_l mm	l_t mm	d_t mm
≤ 100	≤ 100	≤ 7,1	≤ 200	≥ 3,55
≤ 120	≤ 120	≤ 7,1	≤ 200	≥ 4
≤ 150	≤ 150	≤ 7,1	≤ 200	≥ 5
≤ 140	≤ 200	> 7,1	≤ 150	≥ 4
≤ 180	≤ 150	> 7,1	≤ 150	≥ 4
≤ 200	≤ 150	> 7,1	≤ 120	≥ 3

ANEXA 25

Aria armăturii la plăci armate cu plase legate
cm^2/m

Distanța între bare cm	Diametrul barelor, mm					
	6	**8**	**10**	**12**	**14**	**16**
8,0	3,53	6,28	9,82	13,14	19,24	25,14
8,5	3,33	5,91	9,24	13,31	18,11	23,66
9,0	3,14	5,59	8,73	12,57	17,10	22,34
9,5	2,98	5,29	8,27	11,90	16,20	21,17
10,0	2,83	5,03	7,85	11,31	15,39	20,11
10,5	2,69	4,79	7 48	10,77	13,66	19,15
11,0	2,57	4,57	7,14	10,28	13,99	18,28
11,5	2,46	4,37	6,83	9,84	13,39	17,49
12,0	2,36	4,19	6,54	9,42	12,83	16,76
12,5	2,26	4,02	6,28	9,05	12,32	16,09
13,0	2,17	3,87	6,04	8,70	11,84	15,47
13,5	2,09	3,72	5,82	8,38	11,40	13,90
14,0	2,02	3,59	5,61	8,08	11,00	13,36
14,5	1,95	3,47	5,42	7,80	10,62	13,87
15,0	1,89	3,35	5,24	7,54	10,26	13,41
15,5	1,82	3,24	5,07	7,30	9,93	12,97
16,0	1,77	3,14	4,91	7,07	9,62	12,57
16,5	1,71	3,05	4,76	6,85	9,33	12,19
17,0	1,66	2,98	4,62	6,65	9,05	11,83
17,5	1,62	2,87	4,49	6,46	8,79	11,49
18,0	1,57	2,79	4,36	6,28	8,55	11,17
18,5	1,53	2,72	4,25	6,11	8,32	10,87
19,0	1,49	2,65	4,13	5,95	8,10	10,58
19,5	1,45	2,58	4,03	5,80	7,89	10,31
20,0	1,41	2,51	3,93	5,65	7,69	10,05

ANEXA 26

Diametrele, ariile secţiunilor transversale şi masa armăturilor din bare laminate

Diametrul mm	Aria secţiunii transversale pentru *n* bare, în cm^2										Masa kg/m
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
6	0,283	0,570	0,850	1,130	1,420	1,700	1,980	2,260	2,550	2,830	0,222
8	0,503	1,010	1,510	2,010	2,510	3,020	3,520	4,020	4,530	5,030	0,395
10	0,785	1,570	2,350	3,140	3,920	4,710	5,490	6,280	7,060	7,850	0,617
12	1,130	2,260	3,390	4,520	5,650	6,780	7,910	9,040	10,17	11,30	0,888
14	1,540	3,080	4,620	6,160	7,700	9,240	10,78	12,32	13,86	15,40	1,120
16	2,010	4,020	6,030	8,040	10,05	12,06	14,07	16,08	18,09	20,10	1,580
18	2,540	5,080	7,620	10,16	12,70	15,24	17,78	20,32	22,86	25,40	1,990
20	3,140	6,280	9,420	12,56	15,70	18,84	21,98	25,12	28,26	31,40	2,460
22	3,800	7,600	11,40	15,20	19,00	22,80	26,60	30,40	34,20	38,00	2,980
25	4,910	9,820	14,73	19,64	24,55	29,46	34,37	39,28	44,19	49,10	3,850
28	6,160	12,32	18,48	24,64	30,80	36,96	43,12	49,28	55,44	61,60	4,840
32	8,040	16,08	24,12	32,16	40,20	48,24	56,28	64,32	72,36	80,40	6,310
36	10,20	20,40	30,60	40,80	51,00	61,20	71,40	81,60	91,80	102,00	7,990
40	12,60	25,20	37,80	50,40	63,00	75,60	88,20	100,80	113,40	126,00	9,870

ANEXA 27

Caracteristicile plaselor sudate tipizate de serie mare - STNB

Indicativ	Plase cu ochiuri pătrate						
	Distanţe (mm) între		Diametre, mm		Aria secţiunii (cm^2/m), pentru		Greutate aproximativă kg/m^2 de plasă
	barele longit., l_l	barele transv., l_t	barele longit., d_l	barele transv., d_t	barele longit.	barele transv.	
101 GQ 63	200	200	4	4	0,63	0,63	0,99
102 GQ 71	100	100	3	3	0,71	0,71	1,10
103 GQ 84	150	150	4	4	0,84	0,84	1,32
104 GQ 98	200	200	5	4	0,98	0,63	1,26
105 GQ 106	150	150	4,5	4,5	1,06	1,06	1,66
106 GQ 126	100	100	4	4	1,26	1,26	1,98
107 GQ 131	150	150	5	4	1,31	0,84	1,69
108 GQ 159	100	100	4,5	4	1,59	1,26	2,24
109 GQ 159	100	100	4,5	4,5	1,59	1,59	2,50
110 GQ 196	100	100	5	4	1,96	1,26	2,53
111 GQ 196	100	100	5	5	1,96	1,96	3,08
112 GQ 246	100	100	5,6	4	2,46	1,26	2,92
113 GQ 246	100	100	5,6	5,6	2,46	2,46	3,86
114 GQ 283	100	100	6	4	2,83	1,26	3,21
115 GQ 283	100	100	6	5	2,83	1,96	3,76
116 GQ 283	100	100	6	6	2,83	2,83	4,44
117 GQ 332	100	100	6,5	4	3,32	1,26	3,60
118 GQ 332	100	100	6,5	6,5	3,32	3,32	5,21
119 GQ 348	200	200	10	10	3,93	3,93	6,16
120 GQ 396	100	100	7,1	4,5	3,96	1,59	4,36
121 GQ 396	100	100	7,1	7,1	3,96	3,96	6,22
122 GQ 447	100	100	7,1	8	3,96	5,03	7,05
Plase cu ochiuri dreptunghiulare							
123 GR 126	100	200	4	4	1,26	0,63	1,48
124 GR 159	100	200	4,5	4	1,59	0,63	1,74
125 GR 196	100	200	5	4	1,96	0,63	2,03
126 GR 246	100	200	5,6	4	2,46	0,63	2,43
127 GR 283	100	200	6	4	2,83	0,63	2,72
128 GR 332	100	200	6,5	4	3,32	0,63	3,13
129 GR 396	100	200	7,1	4,5	3,96	0,79	3,74
130 GR 447	100	200	8	5	5,03	0,98	4,72

ANEXA 28

Ariile secțiunilor transversale ale barelor plaselor sudate - STNB

Diametrul mm	Aria secțiunii unei bare mm^2	Aria secțiunii (mm^2/m) pentru distanța între bare:		
		100 mm	**150** mm	**200** mm
3,0	7,1	71	47	35
4,0	12,6	126	84	63
4,5	15,9	159	106	79
5,0	19,6	196	131	98
5,6	24,6	246	164	123
6,0	28,3	283	188	141
6,5	33,2	332	221	166
7,1	39,6	396	264	198
8,0	50,3	503	335	251
10,0	78,5	785	524	393

ANEXA 29

Determinări pentru verificarea produselor din oțel utilizate ca armături

Încercarea sau determinarea	Metoda de determinare	Garantare la producător	Observații
Încercarea la tracțiune			Baza de măsurare pentru A_n: **STAS 6605** $5d$ – prod. laminate la cald $10d$ – STNB **SR EN ISO** 100 mm
Rezistența la rupere – R_m	STAS 6605-78; SR EN ISO 15630-1,2:2002		
Limita de curgere – R_{ef} sau $R_{0,2}$		da	
Raportul R_m/R_e sau $R_m/R_{0,2}$		da	
Alungirea – A_{gt}, A_n		da	
Modulul de elasticitate – E_a			
Diagrama efort - deformație			
Încercarea la oboseală la tracțiune	SR EN ISO 15630-1,2:2002 SR ISO 7438:93		
Limita de oboseală la $2 \cdot 10^6$ cicluri			
Încercarea la îndoire	SR EN ISO 15630-1,2:2002 SR ISO 10065:95		
Îndoire simplă		da	
Îndoire – dezdoire		da	
Încercarea de aderență prin smulgere Efortul unitar convențional de aderență	STAS 5511-89		
Încercarea îmbinărilor sudate			
Rezistența la rupere	SR EN ISO 15630-2:2002		
Starea în zona de rupere a barelor	C150-84		
Starea în zona de rupere a sârmelor în plase sudate	SR EN ISO 15630-2:2002 STAS 438/3-89		
Determinarea caracteristicilor geometrice			Aria se determină cu relația (3.2) pe baza cântăririi epruvetei
Dimensiuni	Cu instrumente de măsurare	da	
Factorului de profil – f_r	SR EN ISO 15630-1,2:2002	da	
Verificarea aspectului Starea suprafeței	Cu ochiul liber		Determinarea ariei efective în cazul defectelor
Verificarea compoziției chimice Compoziția chimică (pe oțel lichid)	SR ISO 14284:99 SR EN ISO 15630-1,2:2002	da	

ANEXA 30

Atestarea conformității produselor din oțel utilizate ca armături

Valorile obținute din încercări pentru limita de curgere R_e sau $R_{0,2}$, raportul dintre rezistența la rupere și limita de curgere R_m/R_e sau $R_m/R_{0,2}$, precum și alungirea la forța maximă A_{gt} trebuie să îndeplinească următoarea condiție față de valorile garantate în standardele de produs:

$$m - tS \geq K$$

unde:

m este valoarea media obținută pentru fiecare din caracteristicile de mai sus;

S – abaterea standard pentru fiecare din caracteristicile de mai sus;

K – valoarea garantată în standardul de produs pentru caracteristica respectivă;

t - indicele de acceptabilitate, determinat din tabelul de mai jos; $t = t_1$ pentru R_e sau $R_{0,2}$; $t = t_2$ pentru R_m/R_e sau $R_m/R_{0,2}$, respectiv pentru A_{gt}.

Rapoartele $R_{e\,ef}/R_e$ sau $R_{0,2\,ef}/R_{0,2}$ și $R_{m\,ef}/R_{e\,ef}$ sau $R_{m\,ef}/R_{0,2\,ef}$ trebuie să îndeplinească următoarea condiție față de limitele maxime stabilite în ST 009:

$$m + t_2 S \leq K$$

unde:

m este valoarea medie pentru fiecare din rapoartele de mai sus;

S – abaterea standard pentru fiecare din rapoartele de mai sus;

K – limita maximă precizată în specificația tehnică ST 009; $K = 1{,}2$ pentru $R_{e\,ef}/R_e$ sau $R_{0,2\,ef}/R_{0,2}$; $K = 1{,}3$ pentru raportul $R_{m\,ef}/R_{e\,ef}$ sau $R_{m\,ef}/R_{0,2\,ef}$;

t_2 - indicele de acceptabilitate, determinat din tabelul de mai jos.

n	t_1	t_2	n	t_1	t_2	n	t_1	t_2	n	t_1	t_2
5	3,40	2,74	**13**	2,40	1,93	**30**	2,08	1,66	**150**	1,82	1,43
6	3,09	2,49	**14**	2,36	1,90	**40**	2,01	1,60	**200**	1,79	1,41
7	2,89	2,33	**15**	2,33	1,87	**50**	1,97	1,56	**250**	1,78	1,40
8	2,75	2,22	**16**	2,30	1,84	**60**	1,93	1,53	**300**	1,77	1,39
9	2,65	2,13	**17**	2,27	1,82	**70**	1,90	1,51	**400**	1,75	1,37
10	2,57	2,07	**18**	2,25	1,80	**80**	1,89	1,49	**500**	1,74	1,36
11	2,50	2,01	**19**	2,23	1,78	**90**	1,87	1,48	**1000**	1,71	1,34
12	2,45	1,97	**20**	2,21	1,77	**100**	1,86	1,47	**∞**	1,64	1,282

ANEXA 31

Criterii de conformitate pentru rezistența la compresiune a betonului conform NE 012-99

Clasa betonului, definită prin rezistența caracteristică a betonului la 28 de zile f_{ck}, se consideră realizată dacă sunt îndeplinite următoarele criterii:

CRITERIUL I, pentru $n \geq 6$

$$\overline{X}_n \geq f_{ck} + \lambda S_n$$
$$X_{min} \geq f_{ck} - k$$

unde:

f_{ck} este clasa betonului, determinată pe cilindri sau cuburi;

$\overline{X}_n$ – valoarea medie a rezultatelor obținute;

X_{min} – valoarea minimă a rezultatelor X_1, X_2, X_n obținute;

$S_n = \sqrt{\dfrac{\sum (X_i - \overline{X}_n)^2}{n-1}}$ – abaterea standard;

X_i – un rezultat oarecare;

λ și k – constante ce depind de numărul rezultatelor analizate și de gradul de asigurare cerut, cu valorile din tabel:

n	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
λ	1,87	1,77	1,72	1,67	1,62	1,58	1,55	1,52	1,50	1,48
k	3				4					

CRITERIUL II

$n = 3$

Condițiile pentru realizarea clasei sunt:

$$\overline{X}_3 \geq f_{ck} + 5$$
$$X_{min} \geq f_{ck} - 1$$

în care:

$\overline{X}_3$ – valoarea medie a rezultatelor X_1, X_2, X_3 obținute.

$n < 3$

În cazuri bine justificate, pentru volume mai mici de 20m^3 de beton preparat și pus în operă și numai cu acordul scris al investitorului, pot fi prelevate mai puțin de 3 probe. În acest caz, clasa se consideră realizată dacă rezistența medie obținută pe oricare serie de probe $\overline{X}_i$ îndeplinește condiția:

$\overline{X}_i \geq f_{ck} + 3$ pentru clase de beton C ≤ C 16/20

$\overline{X}_i \geq f_{ck} + 5$ pentru clase de beton C > C 16/20.

Criteriile de mai sus se aplică după cum urmează:

A) beton preparat în betoniere mobile (de şantier):
   pentru $n \geq 6$, se aplică criteriul 1;
   pentru $n = 3$ (C < C16/20, loturi până la 50 m^3), se aplică criteriul 2.

B) utilizarea pe şantier a betonului livrat de staţie, conformitate bazată pe probe prelevate din lot:
   pentru $n \geq 15$ (C ≥ C16/20), se aplică criteriul 1, luând valoarea $\lambda = 1{,}48$ pentru oricare număr de probe ≥ 6;
   pentru $n = 3$ (C < C16/20) se aplică criteriul 2, în care $\overline{X}_3 \geq f_{ck} + 3$.

C) producerea betonului în staţii atestate: se aplică criteriul 1.

Stabilirea gradului de omogenitate al betonului conform NE 012-99

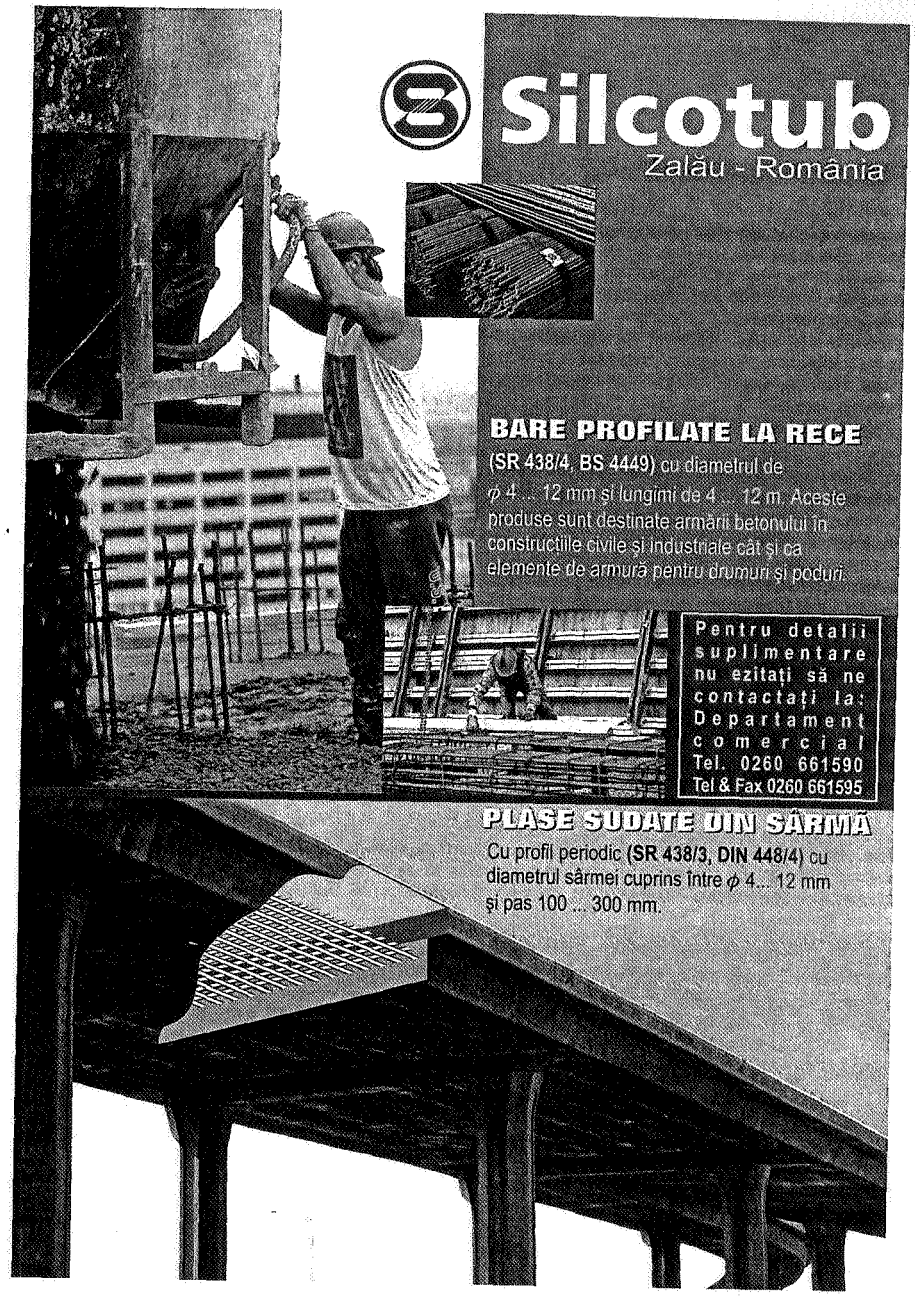
1. Gradele de omogenitate I, II, III ale betonului sunt definite de abaterea S şi rezistenţa medie $\overline{X}_n$, exprimate în N/mm^2:

Gradul de omogenitate	I	II	III
Valoarea $\sqrt{S/\overline{X}_n}$	< 0,670	0,6700,975	> 0,975

2. Valoarea abaterii S se determină pe baza abaterii standard S_n, pe un număr de minim 16 rezultate înregistrate într-o perioadă de maximum 3 luni:
   $S = \lambda S_n$
   în care λ depinde de numărul rezultatelor analizate şi are valorile de mai jos:

n	16	17	18	19	20	22	24	26	28	≥ 30
λ	1,14	1,125	1,11	1,095	1,08	1,06	1,04	1,02	1,01	1,00

3. Se pot neglija cel mult 10% din totalul rezultatelor, în cazul în care acestea se situează în afara intervalului $\overline{X}_n \pm 2\sqrt{\overline{X}_n}$, în N/mm^2.



Holcim (România) şi reperele profesionalismului

Holcim (România) SA este filiala românească a Grupului Holcim Ltd., unul din liderii mondiali în furnizarea de ciment, betoane, agregate (nisip şi pietriş) şi alte servicii conexe. Unul dintre jucătorii cei mai importanţi în industria mondială a materialelor de construcţii, grupul este de origine elveţiană şi are o puternică prezenţă pe piaţa din 70 de ţări, pe toate cele 5 continente. Holcim numără aproximativ 48.000 de angajaţi şi operează 130 de fabrici de ciment, peste 750 de staţii de betoane şi peste 200 de staţii de agregate în întreaga lume, fiind printre primele companii internaţionale din domeniul construcţiilor care au făcut investiţii în Europa de Est după 1989.

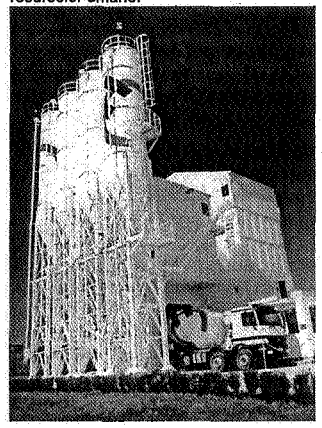
Având o experienţă de aproape 100 de ani în producerea cimentului, betoanelor şi agregatelor, Holcim a venit în România în 1997, când a preluat fabrica de ciment de la Turda. În anii următori, compania a mai cumpărat două fabrici de ciment: la Câmpulung şi la Aleşd. În plus, Holcim (România) deţine 13 staţii de betoane: patru în Bucureşti (Pipera, Bujoreni, Progresul şi Chitila – prima staţie de betoane ecologică din Bucureşti) şi câte una în Braşov şi Satu Mare. În domeniul betoanelor, Holcim a introdus în România un concept nou, acela de staţie ecologică care, spre deosebire de cele tradiţionale, reprezintă o noutate graţie faptului că tehnologia folosită reduce emisiile de praf, elimină zgomotul şi permite reciclarea betonului proaspăt. Holcim (România) operează în acest moment 8 astfel de staţii la Chitila, Piteşti, Cluj Napoca, Craiova, Ploieşti, Oradea, Arad şi Sibiu. În plus, Holcim deţine şi 4 staţii de agregate la Râncăciov, Zărneşti, Braşov şi Piscani. Toate aceste puncte de lucru sunt coordonate de cei aproximativ 1.300 de angajaţi ai Holcim (România).

Până în prezent, compania a investit aproximativ 300 milioane Euro în achiziţii, modernizări, măsuri pentru protecţia mediului şi dezvoltarea afacerii. Cel mai mare proiect al companiei s-a desfăşurat la Aleşd, unde Holcim a făcut investiţii de peste 70 milioane Euro în cea mai modernă linie de producţie a cimentului din România.

Holcim va aloca în 2005 peste 32 de milioane de Euro într-o serie de proiecte privind modernizarea tehnologiei de producţie, protecţia mediului, dezvoltarea afacerilor, sănătatea şi securitatea în muncă, proiecte sociale şi în domeniul resurselor umane.

Realizări Holcim România:

- **Terminal de ciment** în Bucureşti-Progresul pentru livrări rapide în Bucureşti şi împrejurimi
- **Dispeceratul de Betoane Bucureşti** – un serviciu pentru primirea şi livrarea comenzilor din Bucureşti
- Sistemul de Poziţionare Globală **HolTrack** – GPS pentru monitorizarea flotei Holcim
- Organizarea unui **Concurs pe teme de Mediu** pentru liceenii din Câmpulung – concursul face parte din programul naţional de responsabilitate socială "Nouă ne pasă", derulat de Holcim în România
- **Minighid-uri** de utilizare a cimentului şi a betoanelor
- **Holcim Infoline** - primul seviciu infoline din industria construcţiilor
- **www.holcim.ro** – un website dinamic, uşor accesibil, oferind informaţii utile tuturor categoriilor de clienţi ai Holcim
- **Triplă certificare** TÜV Rheinland pentru managementul calităţii (ISO 9001), al mediului (ISO 14001) şi securităţii în muncă (OHSAS 18001) la toate punctele de lucru
- **"Creează-ţi mediul"** - Manuale ce abordează tematica protecţiei mediului, distribuite gratuit în şcoli
- **"Dezvoltarea Durabilă – Provocări globale şi strategii locale"** – primul raport de dezvoltare durabilă realizat de o companie din România



O dovadă a seriozităţii cu care compania s-a angajat în a oferi produse şi servicii de calitate este implementarea unui Sistem Integrat de Management, graţie căruia, la începutul anului trecut, toate punctele de lucru ale Holcim (România) au obţinut certificate de management al calităţii (ISO 9001), mediului (ISO 14001) şi securităţii în muncă (OHSAS 18001).

De asemenea, datorită imaginii construite, a politicii de investiţii şi activităţilor de dezvoltare şi expansiune desfăşurate, compania a primit numeroase premii de excelenţă şi recunoaşteri oficiale din partea comunităţii de afaceri şi a autorităţilor. Imaginea profesionistă cu care se prezintă în faţa marelui public la târgurile de specialitate a fost în repetate rânduri recunoscută, compania primind premii de excelenţă la ultimele 2 ediţii ale Construct Expo din Bucureşti şi Braşov, precum şi la alte târguri de profil din ţară. Constanţa, Cluj Napoca, Oradea şi Timişoara sunt alte oraşe în care Holcim a participat la târguri de construcţii, fiind cea mai impunătoare prezenţă în cadrul acestora. Palmaresul companiei include şi titluri precum "Cel mai bun investitor strategic" sau "Corporate Citizen Award".

Prin premierele şi inovaţiile lansate până în prezent, compania s-a dovedit a fi un deschizător de drumuri şi în domeniul serviciilor aduse în domeniul construcţiilor. Holcim (România) este prima companie care a adus în atenţia specialiştilor şi a publicului larg manuale de utilizare a cimentului şi betoanelor, oferindu-le gratuit tuturor celor interesaţi în cadrul evenimentelor publice la care participă dar şi pe pagina de Internet a companiei, www.holcim.ro.

Înfiinţarea unor linii telefonice de informare şi de preluare a comenzilor clienţilor (Holcim Infoline 208 2000 şi Dispeceratul Betoane Bucureşti) sunt servicii care, alături de lansarea în premieră a unor produse precum Holcim Superlucrabil şi gama de Lianţi Hidraulici Rutieri Holcim, completează cu succes un portofoliu bogat, complex şi original.

"Pentru noi, este foarte important să fim percepuţi drept cea mai respectată şi mai atractivă companie din industria noastră. Putem realiza acest lucru respectându-ne promisiunile făcute, oferind servicii de calitate şi păstrând o permanentă comunicare cu partenerii noştri de interes," declară Markus Wirth, Director General Holcim România.

TÜV CERT

CERTIFICAT

Organismul de certificare TÜV CERT prin TÜV Rheinland InterCert Kft. certifică în conformitate cu procedura TÜV CERT, că organizaţia

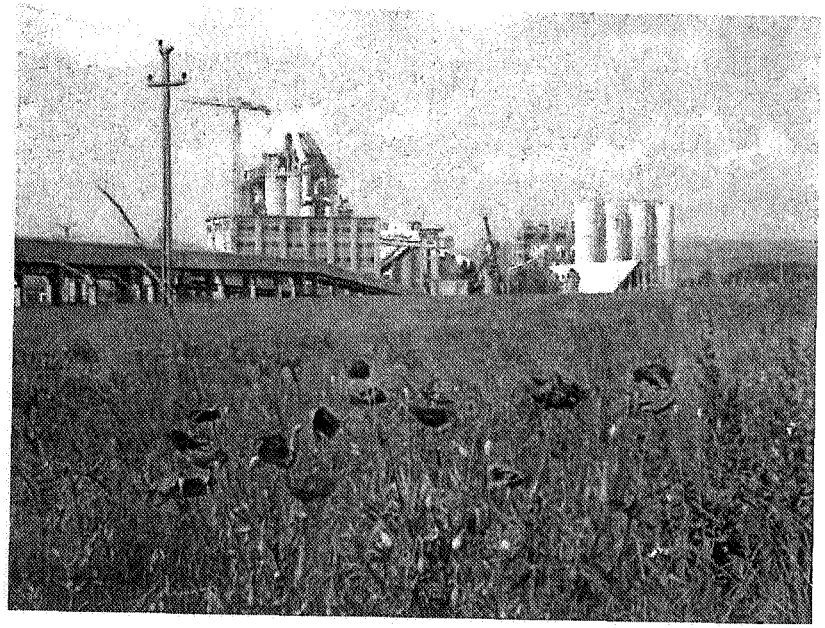
HOLCIM (ROMÂNIA) S.A.
RO-011973 Bucureşti
ROMÂNIA

a implementat şi menţine un sistem de management al calităţii în domeniile

producere şi dezvoltare de ciment, filer şi produse din ciment; producere şi livrare de betoane, mortare şi agregate .

În urma auditului de certificare, cu raportul nr. 20049 s-a demonstrat că sunt îndeplinite condiţiile standardului ISO 9001:2000

Acest certificat este valabil până în 2007-01-13

Numărul de înregistrare al certificatului: 75 100 20049

TÜV Rheinland InterCert